Guía didáctica

* Ejemplar de **obsequio** *

NOVEDAD

conecta estrategias

Matemáticas 2

Secundaria

Pensamiento matemático

sm

Dirección de contenidos y servicios educativos: Elisa Bonilla Rius
Gerencia de publicaciones escolares: Felipe Ricardo Valdez González
Autores: Adriana Vargas, Erika Barquera Pedraza, Edgar García Manrique, José Cruz García Zagal
Coordinación editorial: Ernesto Manuel Espinosa Asuar
Edición: Cristóbal Bravo Marván, Macbeth Baruch Rangel Orduña, Uriel Jiménez Herrera
Coordinación de corrección: Abdel López Cruz
Corrección: Laura Martínez García, Juana Moreno Armendáriz
Dirección de arte y diseño: Quetzatl León Calixto
Diseño de portada y de la serie: Brenda López Romero
Diseño gráfico y diagramación: Oscar Chávez, Maricarmen Martínez
Coordinación de diagramación: Jesús Arana Trejo
Producción: Carlos Olvera, Víctor Canto

Guía didáctica para el docente. Matemáticas 2. Secundaria. Conect@ Estrategias
Primera edición, 2012
Segunda edición, 2013

D. R. © SM de Ediciones, S. A. de C. V., 2012
Magdalena 211, Colonia del Valle,
03100, México, D. F.
Tel.: (55) 1087 8400
www.ediciones-sm.com.mx

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana
Registro número 2830

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del *copyright*.

Las marcas Ediciones SM® y Conect@ Estrategias®
son propiedad de SM de Ediciones, S. A. de C. V.

Prohibida su reproducción total o parcial.

Impreso en México/*Printed in Mexico*

Guía didáctica para el docente. Matemáticas 2. Secundaria.
Conect@ Estrategias
se terminó de imprimir en enero de 2013,
en Editorial Impresora Apolo, S. A. de C. V.,
Centeno núm. 150, local 6, col. Granjas Esmeralda,
C. P. 09810, México, D. F.

En SM reconocemos que el aprendizaje por competencias requiere transformar las prácticas de enseñanza y contar con recursos didácticos para aprovechar una temática de interés para los estudiantes. Asimismo, implica tener a la mano información que favorezca nuevas formas de aprender los contenidos, establecer vínculos con los contenidos de otras asignaturas, y favorecer la interacción respetuosa.

Poner en práctica estas acciones en clase requiere que el docente tenga claro el aprendizaje que se espera del estudiante, que reconozca el contexto (la historia de la localidad, las prácticas y costumbres, las tradiciones, el carácter urbano de dicho sitio, el clima, la flora y la fauna) para integrarlos a la situación específica de aprendizaje, y gestione la interacción con los estudiantes, entre otros aspectos.

En SM asumimos este reto junto con los colegios, profesores, alumnos y padres de familia. Ponemos a su servicio nuestro saber hacer, acompañándolo y brindándole una amplia oferta orientada al desarrollo de competencias, la cual incorpora la tecnología como estrategia de fomento de las habilidades digitales. **Conect@** es la respuesta para hacer frente a los retos de la sociedad del conocimiento y a la Nueva Articulación de la Educación Básica.

En el contexto de la reciente Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), esta Guía didáctica tiene el propósito de brindarle recomendaciones prácticas para el tratamiento de los contenidos curriculares de los planes de estudio vigentes, mismos que conforman la Nueva Articulación de la Educación Básica; y el propósito fundamental de favorecer la adecuada interpretación y el educativo aprovechamiento del libro del alumno y de las secuencias didácticas que se plantean en este.

En esta guía se presentan las respuestas de todas las actividades del libro del alumno, así como sugerencias didácticas que apoyarán su labor docente. Se incluye también la definición relativa a la enseñanza, con base en el modelo de competencias. Además, se explican las sugerencias de evaluación que incluye el libro del alumno, las cuales se han diseñado para evaluar competencias. La dosificación y los conceptos fundamentales del enfoque de la asignatura de **Matemáticas** puede consultarlos en la reproducción del libro del alumno que se incluye en esta guía. Estas son sus características.

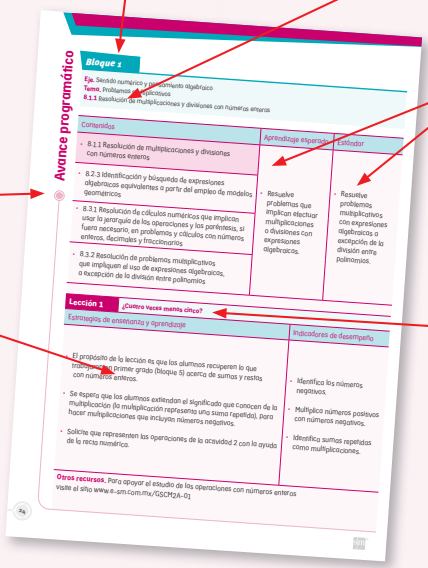
- Facilita la organización de la enseñanza y el seguimiento del aprendizaje.
- Explica los elementos del enfoque de enseñanza de Matemáticas en la Educación Secundaria.
- Propone una dosificación del curso con base en la carga horaria de la asignatura.
- Contiene sugerencias didácticas que consideran los aprendizajes esperados y los estándares curriculares.
- Incluye las respuestas de las actividades del alumno y de las evaluaciones ENLACE.

¡Gracias por permitirnos ser su compañero en la aventura de educar la infancia de la Sociedad del Conocimiento!

¿Cómo usar esta guía?

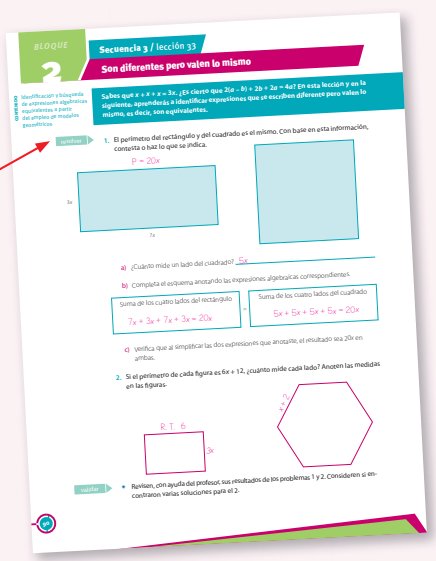
El avance programático contiene lo siguiente.

- Bloque, eje y tema al que pertenece el contenido desarrollado en la lección
- Conocimiento y habilidad que se trabajan en la lección
- Secuencia de contenidos del mismo grado y de otros que permiten obtener el aprendizaje esperado
- Aprendizaje esperado y estándar curricular relacionados con el contenido
- Sugerencias didácticas e indicadores de logro
- Nombre y número de lección


Avance programático
Bloque 1
Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Problemas aditivos
8.1.1 Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros
Contenidos
Aprendizaje esperado
Estándar
8.1.1 Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros
8.2.3 Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos
8.3.1 Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios
8.3.2 Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, o excepción de la división entre polinomios
Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con expresiones algebraicas.
Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.
Lección 1 ¿Cuánto vale mamá cilca?
Estrategias de enseñanza y aprendizaje
Indicadores de desempeño
El propósito de la lección es que los alumnos recuperen lo que trabajaron en primer grado (bloque 5) acerca de sumas y restas con números enteros.
Se espera que los alumnos extiendan el significado que conocen de la multiplicación (la multiplicación representa una suma repetida). Para hacer multiplicaciones que incluyan números negativos.
Solicite que representen las operaciones de la actividad 2 con lo ayuda de la recta numérica.
Identifica los números negativos.
Multiplica números positivos con números negativos.
Identifica sumas repetidas como multiplicaciones.
Otros recursos. Para apoyar el estudio de las operaciones con números enteros visite el sitio www.e-sm.com.mx/GSCMZA-01
24

El libro del alumno con las respuestas

- Indicamos algunas de las competencias que se favorecen en las actividades.
- Respuesta de las actividades, resaltadas en color magenta. En algunas respuestas se emplea la abreviatura R. P. cuando el alumno debe colocar una respuesta personal; aparece R. T. cuando es una respuesta tipo, debido a que el ejercicio se puede responder de varias formas.


BLOQUE 2
Secuencia 3 / lección 33
Son diferentes pero valen lo mismo
Sabes que x + x + x = 3x. ¿Es cierto que 2(a − b) + 2b + 2a = 4a? En esta lección y en la siguiente, aprenderás a identificar expresiones que se escriben diferentes pero valen lo mismo, es decir, son equivalentes.
Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos
Resolver
1. El perímetro del rectángulo y del cuadrado es el mismo. Con base en esta información, completa o haz lo que se indica.
P = 20x
3x
7x
a) ¿Cuánto mide un lado del cuadrado? 5x
b) Completa el esquema anotando las expresiones algebraicas correspondientes.
Suma de los cuatro lados del rectángulo
7x + 3x + 7x + 3x = 20x
=
Suma de los cuatro lados del cuadrado
5x + 5x + 5x + 5x = 20x
c) Verifica que al simplificar las dos expresiones que anotaste, el resultado sea 20x en ambas.
2. Si el perímetro de cada figura es 6x + 12, ¿cuánto mide cada lado? Anoten las medidas en las figuras.
R. T. 6
3x
2x + 4
Validar
• Revisen, con ayuda del profesor, sus resultados de los problemas 1 y 2. Consideren si encontraron varias soluciones para el 2.
96

Índice

El proyecto Conect@ 6

Claves pedagógicas del proyecto Conect@ 8

Aprender con tecnología 16

El programa de estudio de matemáticas 21

Matriz de competencias 22

Avance programático 24

- Bloque 1 24
- Bloque 2 41
- Bloque 3 52
- Bloque 4 66
- Bloque 5 77

Libro del alumno con respuestas 89

La educación es un camino apasionante en el que la calidad del viaje importa más que el destino, en el que el proceso de aprendizaje cuenta más que los resultados. La clave no está en la acumulación de datos y saberes enciclopédicos, sino en el desarrollo de habilidades y capacidades para afrontar los retos de un futuro incierto.

Hoy enfrentamos un nuevo escenario, un nuevo paradigma impulsado por la irrupción de los medios digitales, en el que han cambiado tanto las necesidades de la educación como los aprendizajes básicos. El rápido desarrollo de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) promueve nuevas formas de enseñanza y aprendizaje complementarias al libro en papel, que resultan de gran interés para potenciar las competencias de los alumnos del siglo XXI.

El mundo educativo se está transformando. En el siglo XX, la educación estaba centrada en las instituciones y su principal objetivo era la certificación formal. En el siglo XXI, en cambio, el modelo educativo se centra en el alumno autónomo y el objetivo es que siga aprendiendo a lo largo de su vida.

Anteriormente, el currículo se enfatizaba en los datos y en la formación disciplinaria; en la actualidad, uno de los mayores desafíos educativos consiste en desarrollar competencias para la vida, con el propósito de que los alumnos se desenvuelvan de manera autónoma. Esto implica enseñarles a integrar y relacionar los distintos aprendizajes, y a saber utilizarlos de manera práctica en contextos reales.

La incorporación efectiva de estas competencias en el currículo no es sencilla, exige esfuerzo de la comunidad educativa y, sobre todo, del profesorado, quien debe reenfocar su labor para poner énfasis en el desarrollo de competencias.

Es por ello que en México, al igual que en muchos otros países, se ha definido un perfil de egreso de la educación básica y se ha decidido organizarla en un solo tramo educativo. Dicho perfil es preponderante en el proceso de articulación de los tres niveles de la educación básica; es el resultado de desarrollar competencias para la vida que darán a los jóvenes la garantía de desenvolverse satisfactoriamente en cualquier ámbito en que elijan continuar su aprendizaje. Para alcanzarlo, los alumnos deben desarrollar este perfil desde su ingreso a la escuela.

En SM asumimos este reto junto con las escuelas, profesores, alumnos y padres de familia. Ponemos a su servicio nuestro saber hacer, acompañándolo y brindándole una amplia y diversa oferta modular orientada al desarrollo de competencias, la cual incorpora la tecnología como estrategia de fomento de las habilidades digitales. Conect@ es la respuesta para hacer frente a los retos de la Sociedad del Conocimiento y a la Nueva Articulación de la Educación Básica.

Si bien Conect@ se apega totalmente a las disposiciones oficiales, no se circunscribe a ellas. La mirada educativa de SM sobre la sociedad que queremos construir enriquece la propuesta y la hace pertinente a las necesidades de las escuelas de hoy.

Conect@ es un proyecto multiplataforma integrado por un conjunto de productos y servicios que abarca todos los grados de la educación básica. La oferta de Conect@ está constituida por 62 libros impresos y digitales: cincuenta curriculares y doce complementarios.

Estos 62 libros abarcan los tres niveles educativos: 18 para preescolar, 30 para primaria y catorce para secundaria; y están organizados en cuatro campos de formación:

1. lenguaje y comunicación (Conect@ Palabras),
2. pensamiento matemático (Conect@ Estrategias),
3. exploración y comprensión del mundo natural y social (Conect@ Entornos), y
4. desarrollo personal y para la convivencia (Conect@ Personas).

Además, la propuesta se complementa con el portal Conect@ Digital, el cual ofrece un espacio de interacción con recursos específicos para alumnos y profesores. Incluye un "entorno virtual de aprendizaje" con más de 1 500 actividades en soporte digital, así como recursos didácticos y acceso a comunidades virtuales para compartir experiencias.

Conect@ es mucho más que una colección de libros, por ello, ofrece 270 actividades de formación, además de sesiones de asesoría y evaluación. Al adquirir los libros de Conect@ usted recibirá una conferencia magistral sobre el programa de la Nueva Articulación de la Educación Básica y podrá elegir dos talleres sobre cada campo de formación que haya adquirido.

Las asesorías consisten en sesiones de trabajo con nuestro calificado equipo de especialistas educativos para analizar los componentes de Conect@. Respecto a la evaluación, se aplicará un diagnóstico de áreas de oportunidad a los profesores usuarios.

Las claves pedagógicas son los principios que guían la aplicación del enfoque de enseñanza por competencias, y han sido desarrolladas con un doble propósito.

1. Ser la estructura sobre la cual se desarrollen los contenidos con el fin de alcanzar los aprendizajes esperados, y contribuir efectivamente al logro de estos y de las competencias para la vida.
2. Ser criterios orientadores para el trabajo en el aula con los contenidos del libro para simplificar la tarea docente de crear un ambiente de aprendizaje que promueva competencias genéricas y específicas.

En este sentido, la estructura de los libros de Conect@ favorece el cambio de los estilos de enseñanza y apoya la transformación de la práctica docente que exige la Nueva Articulación de la Educación Básica propuesta por las autoridades educativas del país.

Clave 1. Los estudiantes y sus procesos de aprendizaje: estructura de Conect@

El centro y el referente fundamental del proyecto Conect@ es el estudiante. En esta colección se asume como punto de partida que, desde etapas tempranas, es posible generar en el estudiante las siguientes disposiciones y capacidades: continuar aprendiendo a lo largo de la vida, desarrollar habilidades superiores del pensamiento para solucionar problemas, pensar críticamente, comprender y explicar situaciones desde diversas áreas del saber, manejar información, e innovar y crear en distintos ámbitos de la vida.

La investigación educativa ha documentado durante los últimos 25 años que los alumnos tienen conocimientos y creencias respecto a lo que se espera que aprendan acerca del mundo que les rodea, de las relaciones y de las expectativas sobre su comportamiento. En este sentido, es necesario reconocer la diversidad social, cultural, de capacidades, estilos y ritmos de aprendizaje de los estudiantes, y aprovecharla para generar ambientes que los acerquen al aprendizaje significativo. Por ello, la colección Conect@ está diseñada con base en una variedad de colores atractivos, en portadas que corresponden al mundo iconográfico de los niños y jóvenes, y en ilustraciones claras —cuya incorporación tiene propósitos didácticos y no meramente decorativos—. Además, en Conect@ se utiliza un lenguaje directo que cuestiona a los estudiantes, y se proponen actividades lúdicas, retadoras, orientadas a desarrollar las habilidades correspondientes a los distintos tipos de pensamiento y al logro de los aprendizajes esperados.

Clave 2. Organizar el proceso de aprendizaje en función del estudiante y del contenido

La visión del aprendizaje como un proceso requiere de diversos momentos de interacción del alumno con los contenidos de estudio, también exige una manera específica de organizar la enseñanza e implica gestionar la clase considerando la dificultad del contenido, las experiencias y conocimientos de los estudiantes, y la meta que se quiere alcanzar. Para ello, es necesario organizar actividades de aprendizaje a partir de las diversas formas de interacción de alumnos y contenido (cualitativo, cuantitativo, integrativo, personal, colaborativo, concreto o abstracto). Las actividades deben representar desafíos intelectuales para los estudiantes, con el fin de que planteen alternativas de solución. Para diseñar una planificación se requiere superar las clases magistrales, unidireccionales y discursivas, y proponer secuencias y proyectos didácticos.

Conect@ está organizado en secuencias didácticas que permiten a los alumnos aproximarse, con base en sus conocimientos previos, a los nuevos contenidos de estudio. Este planteamiento reconoce que los estudiantes aprenden a lo largo de la vida y que se involucran en su proceso de aprendizaje.

Las actividades incluidas en las secuencias de Conect@ se han diseñado cuidando que las diferentes situaciones de aprendizaje sean interesantes y constituyan un desafío, con el fin de que los estudiantes indaguen, cuestionen, analicen, comprendan y reflexionen. La organización didáctica de las secuencias permite que el profesor identifique los niveles de complejidad de cada actividad, así como la función que debe asumir para favorecer el aprendizaje: ¿cuándo debe cuestionar?, ¿cuándo debe promover el trabajo colaborativo?, ¿cuándo es conveniente que favorezca la obtención de conclusiones?, etcétera.

Adicionalmente, Conect@ incorpora en varias de sus secciones (entrada y final de bloque y evaluaciones) temas de relevancia social para que los alumnos relacionen lo que aprenden en la escuela con lo que aprenden en casa y en otros ámbitos. Por ello, en cada una de las asignaturas, niveles y grados se tratan importantes temas que contribuyen a la formación crítica, responsable y participativa de los estudiantes en la sociedad. Estos favorecen aprendizajes relacionados con valores y actitudes, sin dejar de lado la adquisición de conocimientos y habilidades.

Clave 3. Favorecer la aplicación de un modelo de enseñanza basado en competencias

Hacer realidad el aprendizaje basado en el modelo por competencias requiere transformar las prácticas de enseñanza en formas diferentes de interacción de los estudiantes y los contenidos, y contar con diversos recursos didácticos para aprovechar una temática de interés para los estudiantes. Asimismo, implica tener a la mano información que favorezca nuevas formas de aprender los contenidos del programa, establecer vínculos con contenidos estudiados en otras asignaturas, y favorecer la interacción armónica y respetuosa.

Pero poner en práctica estas acciones en clase es problemático y requiere que usted tenga muy claro el aprendizaje que espera del estudiante, que sepa reconocer los elementos del contexto (la historia de la localidad, las prácticas y costumbres, las tradiciones, el carácter urbano de dicho sitio, el clima, la flora y la fauna) para integrarlos a la situación específica de aprendizaje, y gestionar la interacción con los estudiantes, entre otros aspectos.

Conect@ proporciona, mediante una rica variedad de cápsulas, este tipo de herramientas para que usted las utilice de manera flexible, de acuerdo con las necesidades e intereses de sus alumnos.

Cápsulas	Propósito	Icono
En contexto	• Establecer una relación entre los contenidos y algún aspecto de otra asignatura o la vida cotidiana	
Conectamos	• Sugerir páginas electrónicas y actividades con TIC	
Ya sabemos…	• Apoyar a los alumnos para recordar definiciones, técnicas, descripciones y características de lo aprendido	
Reflexionamos	• Plantear preguntas para consolidar la comprensión de los contenidos	
Convivimos	• Sugerir actitudes positivas o actividades para aplicar en la comunidad	
Una pista	• Sugerir una pista para la resolución de algún problema o actividad con cierto grado de dificultad	

Clave 4. Fomentar el aprendizaje colaborativo

La única manera de hacer posible la existencia de aulas inclusivas, en las cuales alumnos muy diferentes puedan aprender juntos, es estructurar en ellas el aprendizaje de forma colaborativa. Difícilmente se pueden practicar y, por lo tanto, aprender, algunas competencias básicas, por no decir todas, si los alumnos no tienen la oportunidad de trabajar juntos en clase, reunidos en equipo, de manera constante.

Conect@ propone a las escuelas y a los profesores concretar este tipo de aprendizaje mediante tres formas básicas de interacción de alumnos, y de alumno y profesor.

1. Momentos para la enseñanza personalizada, es decir, que se ajuste a las características de cada estudiante.
2. Momentos de aprendizaje mediante el fomento de la autonomía de los estudiantes, o sea, que sepan aprender de forma independiente.
3. Momentos de aprendizaje cooperativo, es decir, que los estudiantes se ayuden mutuamente.

Conect@ incluye diversas actividades de trabajo: proyectos estudiantiles o didácticos, estudios de caso, investigaciones cortas, pero productivas, etc. Este tipo de estrategias didácticas le ofrece a usted la oportunidad de identificar, de manera global, el avance de los alumnos en las competencias para la vida. Además, les permite a estos últimos superar la visión de aprendizajes fragmentados y acercarse al espíritu del aprendizaje competencial.

Clave 5. Favorece la búsqueda, selección y discriminación de información proveniente de soportes distintos (impresos, digitales, orales, etcétera)

Los cambios radicales provocados por la tercera revolución industrial —la de las tecnologías de la información y la comunicación— han creado una nueva dinámica social, en la que la noción de conocimiento, cualquiera que sea su tipo, se ha vuelto esencial en los procesos de desarrollo e innovación. En nuestros días, se asume que el conocimiento se ha convertido en objeto de desafíos económicos, políticos y culturales hasta tal punto, que las sociedades cuyos contornos empezamos a vislumbrar pueden calificarse de sociedades del conocimiento.

Si bien, la escuela tiene como función promover la formación básica, eso no significa que deba limitarse a impulsar la adquisición de información relativa a las áreas socialmente validadas, sino que tendrá que transformarse en una escuela en la que se comparta el conocimiento, con el fin de propiciar el desarrollo del ser humano y la vida. Lo anterior exige incorporar en las clases portadores de información variados y con propósitos distintos a los usados comúnmente.

Como los formatos y medios de acceso a dichos portadores requieren habilidades específicas para su uso, se vuelve necesario incorporarlos, si bien con criterio pedagógico, con urgencia. Es necesario ir más allá del libro de texto e incorporar los acervos de la biblioteca familiar y escolar, recursos multimedia, Internet, periódicos, etcétera.

El proyecto Conect@ pone a disposición de usted, profesor, alumnos y padres de familia, adicionalmente a los libros impresos, un entorno virtual de enseñanza y aprendizaje que enfatiza el desarrollo y la aplicación de las habilidades digitales y de las competencias de la sociedad del conocimiento: Conect@ Digital.

Conecta@ Digital está diseñado para apoyar a los profesores de educación básica en la tarea de impulsar los siguientes aspectos de la formación de los estudiantes.

1. Creatividad e innovación
2. Comunicación y colaboración
3. Investigación y manejo de información
4. Pensamiento crítico, solución de problemas y toma de decisiones
5. Ciudadanía digital

Conect@ Digital contiene lo siguiente.

A) Para los profesores

- Libros de texto y guías didácticas en soporte digital
- Acceso al contenido digital del libro del alumno
- Extenso acervo de actividades de refuerzo y ampliación para usarlo de manera flexible, en función de las necesidades de aprendizaje de los alumnos
- Herramientas que potencian las presentaciones del libro, para usarlas en pizarrones tradicionales o interactivos
- Capa (*layer*) del profesor, la cual le permite añadir contenidos al libro de texto y, por lo tanto, personalizarlo
- Entorno virtual de aprendizaje que facilita la participación y el seguimiento de los alumnos
- *Blogs* sobre temas de vanguardia mediante los cuales usted podrá participar en una comunidad virtual de aprendizaje formada por diversas escuelas del país
- Acceso a una comunidad virtual de profesores, en el portal Aprender a Pensar, para compartir consideraciones sobre el reto de enseñar a niños y jóvenes del siglo XX
- Contacto con el editor y los autores del libro para que atiendan necesidades específicas de orientación didáctica
- Folletos digitales que lo ayudarán a interactuar con los padres de familia

B) Para los alumnos

- Libros de texto en soporte digital, para cada grado, enriquecidos con numerosos y variados recursos interactivos
- Acervo de actividades de refuerzo y ampliación para fortalecer el logro de los aprendizajes esperados
- Registro del cumplimiento de actividades en el entorno virtual de aprendizaje
- Foro para el trabajo personalizado, en el que podrán compartir información con sus compañeros y profesores
- Audiolibros sobre temas educativos para propiciar el acercamiento entre padres e hijos

C) Para los padres de familia

- Folletos digitales orientativos que tratan temas de interés sobre la educación
- Audiolibros sobre temas educativos para propiciar el acercamiento entre padres e hijos

Clave 6. La evaluación del aprendizaje como estrategia para retroalimentar el proceso de enseñanza

En la actualidad, la evaluación del aprendizaje ha permitido consolidar un cambio de paradigma. Hace dos décadas este tema aludía únicamente al examen mediante el cual el alumno obtenía una calificación, hoy se reconoce la importancia de la evaluación como un proceso formativo que se convierte en elemento para la retroalimentación del aprendizaje de alumnos y padres de familia, así como para identificar necesidades específicas de la tarea docente.

A diferencia de otros tipos de evaluación, en los que se enfatiza la calificación de comportamientos modificados por los alumnos, la perspectiva de Conect@ pone el énfasis en atender los diversos momentos que experimenta el alumno durante el proceso de desarrollo de un aprendizaje. El enfoque de evaluación de Conect@ se centra en la evaluación del aprendizaje pero no se limita a esta, pues también incluye su perspectiva de manera que retroalimente la actividad docente.

Conect@ ofrece a los profesores esquemas de evaluación que les permiten llevar a cabo una amplia gama de tareas, por ejemplo: el desarrollo de proyectos, la estructuración de portafolios, el trabajo por rúbricas o matrices de desempeño, guías de observación, resolución de problemas en forma individual o grupal, periódico mural e incluso, en algunas ocasiones, exámenes. Estos instrumentos y técnicas posibilitan la interacción de diversos elementos y actores educativos: contenidos cognitivos de un campo con algún referente concreto de la realidad que permita dar sentido a la tarea de evaluar; alumnos, padres de familia, docentes y directivos escolares.

La evaluación formativa que propone Conect@ está diseñada para obtener evidencias, elaborar juicios informados y brindar retroalimentación sobre los aprendizajes logrados por los alumnos durante su formación. Además, dicha evaluación constituye el eje para identificar y considerar el logro de los aprendizajes tanto de manera individual como grupal.

Los materiales de los alumnos permiten aplicar e integrar los contenidos estudiados, para valorar si han alcanzado los aprendizajes esperados y en qué medida lo han hecho. Lo anterior se concreta mediante secciones fijas de evaluación incorporadas en el libro. En la colección Conect@ se incluyen, a lo largo de la educación básica, rúbricas de verificación, listas de cotejo y control, anecdotario, observaciones directas, textos escritos y dibujos, proyectos colectivos de búsqueda de información, identificación de problemáticas y propuestas de alternativas de solución, redes mentales, esquemas y mapas conceptuales, registros y cuadros para anotar las actitudes observadas en los estudiantes, portafolios de evidencias, reactivos competenciales y reactivos tipo PISA y tipo ENLACE.

Secciones fijas de evaluación	Descripción
Evaluación	• Reactivos tipo PISA para evaluar competencias • Reactivos tipo ENLACE, evaluación con reactivos de opción múltiple

De igual modo, en Conecta@ Digital encontrará recursos de evaluación que pueden ser utilizados de manera flexible.

Clave 7. El proyecto educativo de SM como marco de Conect@

En SM entendemos que hablar de educación es hablar más de semillas que de frutos, más de siembra que de cosecha, es trazar un rumbo y ponerse en camino. SM, en conjunto con los profesores, acompañamos a los alumnos en su crecimiento, en todas sus facetas como persona; los conducimos y los nutrimos. Educar implica conducir desde fuera para dejar nacer todo lo que la persona lleva dentro. Educar significa intervenir positivamente, desde la autoridad moral de usted, para hacer crecer.

Es así que la escuela de nuestros días se enfrenta a desafíos sin precedentes: se espera que prepare a los futuros ciudadanos que actuarán en ambientes socioculturales y laborales caracterizados por constantes cambios. La parte crítica de dichos desafíos consiste en que los alumnos aprendan de una manera diferente, es decir, que se les oriente al descubrimiento; al manejo de fuentes de información múltiples y en formatos distintos; que tengan la capacidad para trabajar en equipo y que aprendan de la diversidad con la que conviven cotidianamente. Asimismo, se requiere que los estudiantes actúen con referentes éticos y desarrollen identidades sólidas y definidas. En pocas palabras: que se formen en un ambiente orientado al desarrollo de las competencias para el aprendizaje permanente, el manejo de la información y de situaciones, la convivencia y la vida en sociedad.

Sin embargo, desarrollar competencias desde la escuela no es una tarea fácil ni inmediata. Se requiere una transformación de las formas de dar clases de los profesores, así como sustituir la función del profesor por el de educador que aprovecha un campo de conocimientos (asignaturas) para fomentar el desarrollo integral de los estudiantes. Se requiere renovar la relación entre la escuela, los alumnos y los padres de familia, de modo que se socialicen las metas de enseñanza, los logros de aprendizaje, las estrategias para atender las diversas necesidades de esta, etcétera.

Ese espíritu es el que anima a Conect@. El portal permite poner en contacto a padres de familia con profesores; utilizar los recursos digitales en función de las características y necesidades de los estudiantes; y vincular a la escuela con un espacio dedicado a los temas educativos, a los cuales coloca en el centro de la discusión, de los debates y de las alternativas que se están aplicando en múltiples escuelas de México que utilizan estos materiales.

En SM estamos conscientes de que el desafío se puede afrontar trabajando juntos, como debe ocurrir en todo proyecto educativo. ¡Gracias por permitirnos ser su compañero de viaje!

Vivimos en un mundo caracterizado por los avances tecnológicos que permean cada aspecto de la vida cotidiana. Es un mundo marcado por la competencia y los cambios, en el cual la educación es fundamental para tener acceso a mejores oportunidades en la vida.

El uso de las **tecnologías de la información y comunicación (TIC)** permite que los estudiantes desarrollen tanto competencias educativas como competencias para la vida. El Plan Nacional de Desarrollo establece que "el analfabetismo digital es un barrera decisiva para el acceso de los mexicanos en un mundo globalizado. No basta con saber leer y escribir; para competir exitosamente hace falta también saber utilizar las computadoras".[1]

Con la tecnología podemos divertirnos y comunicarnos, aprender y enseñar. Los estudiantes deben adquirir las herramientas básicas que les permitan aprender con ella y, de esta forma, estar preparados para interactuar adecuadamente con los recursos tecnológicos disponibles en la actualidad y los que se desarrollarán en el futuro.

El uso didáctico de las tecnologías de la información y la comunicación fomenta los siguientes elementos.

Uso de las TIC en la educación básica		
Desarrollar competencias para aprender a lo largo de la vida	Impulsar la comunicación en los ambientes colaborativos	Fomentar la autonomía del estudiante

El plan de estudios 2011 para la educación básica contempla el desarrollo de habilidades digitales como eje transversal de los campos formativos del currículo, con el objetivo de que los estudiantes aprovechen los recursos tecnológicos a su alcance como medios para comunicarse, obtener información y construir conocimiento.

Para ello, la reforma educativa definió **Estándares de Habilidades Digitales,** fundamentales en el desarrollo de competencias para la vida y la construcción de una ciudadanía digital.

[1] Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012, Estrategia 11.1, p. 188.

1. Creatividad e innovación
2. Comunicación y colaboración
3. Investigación y manejo de la información
4. Pensamiento crítico, solución de problemas y toma de decisiones
5. Ciudadanía digital
6. Funcionamiento y conceptos de las TIC
Estándares de Habilidades Digitales

Para desarrollar estos estándares en la educación básica, el Gobierno Federal creó la estrategia educativa de **Habilidades Digitales para Todos (HDT)**, programa enfocado en brindar las herramientas necesarias para que los estudiantes puedan insertarse en la sociedad del conocimiento a través del desarrollo de sus habilidades digitales.

1. Conocer las TIC y utilizarlas de manera creativa, experimentando formas innovadoras de emplearlas
2. Comunicarse y compartir información con otros, así como trabajar en ambientes colaborativos
3. Buscar, analizar y evaluar la información requerida a través de diferentes fuentes

4. Reflexionar y encontrar la solución a diversos problemas, aprendiendo a tomar decisiones y hacerse responsable de sus consecuencias
5. Utilizar las TIC de forma responsable y respetuosa, convirtiéndose en un ciudadano digital que contribuya con el desarrollo de su comunidad
6. Emplear las TIC de manera eficaz para transmitir contenidos propios

El plan de estudios 2011 señala que las habilidades digitales se encuentran presentes en todos los campos formativos, por lo que no debe ser objeto de una sola materia aislada, sino que debe apoyar decididamente las experiencias de aprendizaje de todas las asignaturas.

La apropiación de estas habilidades digitales en los procesos de enseñanza requiere de la formación continua de los profesores con el objeto de que puedan desarrollar las competencias digitales para sus prácticas docentes. Por un lado, es necesario integrar a la escuela las experiencias con tecnología que los estudiantes tienen en su vida cotidiana; por otro, es indispensable que la escuela permita que los estudiantes tengan acceso a la tecnología para reducir la brecha digital.

A continuación se mencionan algunas sugerencias para la incorporación de las TIC en los procesos de aprendizaje.

Habilidades digitales	Recursos	Sugerencias
Herramientas de colaboración y comunicación	Correo electrónico, *blogs*, foros, *chats*	Estos recursos permiten la comunicación instantánea con personas de cualquier parte del mundo. Proveen un espacio en el que se intercambian puntos de vista, experiencias y resultados con otros estudiantes.
	Teléfonos celulares, *tablets*	Pueden ser usados para distribuir diversos contenidos educativos.
	Podcasts	Son archivos de sonido en formato mp3 que le permitirán transmitir mensajes o contenidos educativos de fácil acceso para sus estudiantes.

Herramientas de productividad	Procesadores de texto, hojas de cálculo, presentaciones	Estas herramientas sirven para crear documentos, bases de datos, identificación de tendencias, presentaciones, entre otras muchas funciones que potencian el trabajo escolar.
Investigación y manejo de la información	Internet	La Internet ha cambiado la forma de tener acceso a la información. Es muy importante que trabaje con sus alumnos sobre la identificación de fuentes confiables mediante consultas de páginas oficiales; fomente este uso por medio de ligas seguras a portales educativos. Trabaje con ellos el desarrollo del pensamiento crítico para discernir sobre las fuentes de información y que tomen propias decisiones sobre lo publicado en línea.
Materiales didácticos digitales	HDT, portales educativos	Impulse el uso de los materiales educativos gratuitos que ofrece una variedad de portales, los cuales pueden ayudarle a trabajar una gran cantidad de contenidos de diversas asignaturas.
Ciudadanía digital	Internet, redes sociales	Fomente la incorporación a las redes sociales con base en principios éticos, para así alcanzar un uso seguro y responsable de la Internet.

La construcción de la ciudadanía digital contempla el uso ético de los recursos informáticos. La Internet ofrece una gran cantidad de información, pero también de peligros; así pues, los alumnos deben reconocerlos para que puedan protegerse de ellos.

A continuación, se numeran algunas recomendaciones que ayudarán a los estudiantes a tener una experiencia digital segura.

Para navegar seguro

1. Es necesario que protejan la información personal. Comente que los datos personales los identifican como personas, por ello no deben proporcionar esta información a nadie.
2. Si entran a sitios con imágenes o palabras ofensivas, pídales que salgan de ella y lo comenten con sus padres o tutores.
3. No deben abrir correos electrónicos de desconocidos.

Para usar redes sociales y foros

1. Sugiera que entren a foros que traten temas de acuerdo con la edad e intereses de los alumnos.
2. Coménteles que no todo es verdad en Internet. Deben tener cuidado, pues muchos usuarios mienten sobre su verdadera identidad.
3. Si alguien a quien contactaron en línea desea conocerlos personalmente, deben hacerlo del conocimiento de sus padres o sus tutores.
4. Cuando usen redes sociales, deben crear perfiles privados y agregar a sus contactos conocidos. No deben proporcionar sus datos personales.

Uso del celular

1. Pida que no proporcionen el número telefónico a extraños.
2. Solicite que no usen el celular para molestar o insultar a otras personas.

Videojuegos

1. Sugiera que jueguen solo los que son adecuados para su edad. Además, deben determinar tiempos para las sesiones de juego.

Para más información, consulte junto con sus estudiantes la página
http://www.clicseguro.sep.gob.mx/index.php

Los aprendizajes esperados y los estándares curriculares

La Nueva Articulación de la Educación Básica está orientada, de manera prioritaria, al desarrollo de las competencias para la vida, a la par del desarrollo de las habilidades, conocimientos y actitudes propias del pensamiento matemático. El programa de articulación tiene el objetivo de unificar los enfoques de enseñanza y secuenciar la profundidad de los aprendizajes durante los cuatro periodos escolares (preescolar, primero a tercer grado de primaria, cuarto a sexto grado de primaria, y secundaria). Los elementos que articulan estos cuatro periodos son el perfil de egreso, los nuevos estándares curriculares y el enfoque de enseñanza de las matemáticas en la educación básica.

Este programa de articulación ha generado los estándares curriculares y los vinculó con los aprendizajes esperados. Estos componentes son enunciados o indicadores que definen aquello que los estudiantes deben saber y saber hacer, así como las actitudes que demostrarán durante el proceso de aprendizaje y de exposición de lo aprendido. Los aprendizajes esperados y los estándares son útiles para dar seguimiento al desarrollo de las competencias. Los aprendizajes esperados se consiguen después del estudio de una secuencia de contenidos del programa, que están vinculados entre sí, y se demuestran a través de desempeños concretos de los alumnos en situaciones problemáticas. Por otra parte, los estándares curriculares enmarcan una secuencia de aprendizajes esperados y se definen al término de cada periodo escolar.

Debido a su importancia, presentamos los aprendizajes esperados y los estándares curriculares en el avance programático de la guía didáctica. De esta forma, usted podrá efectuar un seguimiento puntual sobre el avance que se espera tengan los estudiantes.

Actitudes y valores

Uno de los propósitos del programa de matemáticas es que los alumnos muestren disposición positiva hacia el estudio de la matemática, así como al trabajo autónomo y colaborativo. Los estándares curriculares cubren cada uno de los ejes de contenido (Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida; Manejo de la información) y abarcan un cuarto rubro que es de reciente incorporación: las actitudes y valores hacia el estudio de las matemáticas. En la serie Conect@ Estrategias hemos incluido una serie de recomendaciones en las cápsulas "Convivimos", mismas que facilitarán algunas pistas sobre cómo trabajar estos estándares.

El enfoque didáctico y las competencias matemáticas

El enfoque didáctico para el campo formativo Pensamiento Matemático se fundamenta en la resolución de problemas, pues se busca despertar el interés de los estudiantes mediante secuencias que impliquen situaciones problemáticas con las que reflexionen para desarrollar sus propias estrategias y formulen argumentos que validen sus resultados.

Las competencias que se indican en el programa son: resolver problemas de manera autónoma; comunicar información matemática; validar procedimientos y resultados, y manejar técnicas eficientemente. En el libro del alumno con respuestas indicamos algunas de las competencias que se favorecen, a fin de patentizar que, al efectuar las actividades, a la vez que los alumnos aprenden conocimientos matemáticos desarrollan competencias.

Matriz de competencias

Cada una de las competencias matemáticas se divide en varias subcompetencias. Presentamos un cuadro en el que hacemos una propuesta sobre cuáles subcompetencias se trabajan principalmente en cada una de las secuencias didácticas de Conect@ Estrategias Matemáticas 2. En él, podrá identificar los aspectos de las competencias matemáticas que se consolidarán conforme trabaja con las secuencias didácticas del libro del alumno.

	Resolver problemas de manera autónoma				**Comunicar información matemática**						**Validar procedimientos y resultados**			**Manejar técnicas eficientemente**				
	Resolver problemas	Generalizar procedimientos de solución	Reconocer procedimientos eficaces	Plantear problemas	Representar información matemática	Interpretar información matemática	Establecer nexos entre representaciones	Exponer ideas matemáticas	Deducir información	Inferir propiedades o características de una situación	Explicar procedimientos	Justificar procedimientos	Validar resultados	Uso de formas de representación	Manejo de técnicas o procedimientos	Efectuar cálculo mental	Efectuar estimaciones	Evaluar la pertinencia de los resultados
Bloque 1																		
Secuencia 1	✓	✓				✓	✓			✓			✓	✓	✓	✓		
Secuencia 2	✓	✓			✓				✓		✓	✓			✓			✓
Secuencia 3	✓				✓	✓				✓	✓	✓	✓	✓				✓
Secuencia 4	✓	✓							✓	✓		✓	✓					✓
Secuencia 5	✓		✓			✓			✓			✓	✓		✓		✓	
Secuencia 6	✓	✓			✓	✓	✓		✓		✓			✓	✓	✓		
Secuencia 7	✓		✓		✓		✓					✓					✓	✓
Secuencia 8	✓		✓				✓	✓	✓	✓		✓			✓			✓
Secuencia 9	✓				✓	✓	✓		✓				✓	✓	✓			✓
Bloque 2																		
Secuencia 1	✓	✓				✓	✓				✓			✓	✓			
Secuencia 2	✓		✓			✓				✓	✓				✓			
Secuencia 3	✓		✓				✓			✓		✓	✓	✓				✓
Secuencia 4	✓	✓							✓	✓		✓	✓		✓		✓	✓
Secuencia 5	✓		✓		✓	✓		✓				✓	✓				✓	✓
Secuencia 6	✓	✓				✓			✓		✓				✓			✓
Secuencia 7	✓	✓					✓			✓	✓			✓	✓		✓	

	Resolver problemas de manera autónoma				Comunicar información matemática						Validar procedimientos y resultados			Manejar técnicas eficientemente				
	Resolver problemas	Generalizar procedimientos de solución	Reconocer procedimientos eficaces	Plantear problemas	Representar información matemática	Interpretar información matemática	Establecer nexos entre representaciones	Exponer ideas matemáticas	Deducir información	Inferir propiedades o características de una situación	Explicar procedimientos	Justificar procedimientos	Validar resultados	Uso de formas de representación	Manejo de técnicas o procedimientos	Efectuar cálculo mental	Efectuar estimaciones	Evaluar la pertinencia de los resultados
Bloque 3																		
Secuencia 1	✓			✓		✓			✓		✓			✓	✓	✓		✓
Secuencia 2	✓	✓					✓				✓				✓	✓		✓
Secuencia 3	✓	✓							✓	✓		✓			✓			✓
Secuencia 4	✓	✓							✓	✓	✓				✓			✓
Secuencia 5	✓		✓		✓		✓				✓			✓			✓	
Secuencia 6	✓	✓		✓			✓	✓				✓		✓				✓
Secuencia 7	✓			✓	✓	✓			✓		✓			✓	✓			
Secuencia 8	✓	✓				✓			✓	✓		✓			✓			✓
Bloque 4																		
Secuencia 1	✓		✓				✓			✓		✓	✓	✓	✓			✓
Secuencia 2	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓				✓						✓
Secuencia 3	✓	✓							✓	✓	✓						✓	✓
Secuencia 4	✓		✓		✓	✓	✓			✓		✓		✓	✓			
Secuencia 5	✓		✓			✓	✓	✓			✓		✓					✓
Secuencia 6	✓	✓					✓			✓	✓				✓		✓	
Bloque 5																		
Secuencia 1	✓		✓		✓	✓	✓	✓				✓	✓					✓
Secuencia 2	✓	✓				✓			✓	✓	✓			✓	✓			
Secuencia 3	✓		✓		✓			✓		✓		✓	✓					✓
Secuencia 4	✓	✓			✓		✓				✓			✓	✓			✓
Secuencia 5	✓	✓							✓	✓	✓				✓			✓
Secuencia 6	✓		✓					✓	✓			✓	✓					✓
Secuencia 7	✓		✓			✓	✓			✓	✓				✓			✓

Bloque 1

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Problemas multiplicativos
8.1.1 Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.1 Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros	• Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con expresiones algebraicas.	• Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.
• 8.2.3 Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos		
• 8.3.1 Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios		
• 8.3.2 Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios		

Lección 1 ¿Cuatro veces menos cinco?

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de la lección es que los alumnos recuperen lo que trabajaron en primer grado (bloque 5) acerca de sumas y restas con números enteros. • Se espera que los alumnos extiendan el significado que conocen de la multiplicación (la multiplicación representa una suma repetida), para hacer multiplicaciones que incluyan números negativos. • Solicite que representen las operaciones de la actividad 2 con la ayuda de la recta numérica.	• Identifica los números negativos. • Multiplica números positivos con números negativos. • Identifica sumas repetidas como multiplicaciones.

Otros recursos. Para apoyar el estudio de las operaciones con números enteros visite el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-01

Lección 2	**¿Menos tres veces cinco?**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de la lección es que los estudiantes utilicen la propiedad conmutativa de la multiplicación para justificar el resultado del producto de un número negativo por un número positivo; ellos ya saben resolver lo siguiente. $5 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -15$ Entonces, como $5 \times (-3) = (-3) \times 5$ (por la conmutatividad) Se concluye que $(-3) \times 5 = -15$ • Sugiera a algunos equipos que expliquen cómo resolvieron la actividad 4.	• Usa la propiedad conmutativa para determinar el signo del producto de números enteros. • Aprende que el producto de dos números positivos es positivo, y que el producto de dos números con signos diferentes es negativo.

Lección 3	**¿Menos cuatro veces menos cinco?**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección los alumnos deben observar el patrón que sigue el resultado de algunas multiplicaciones que ya conocen, para determinar el resultado del producto de dos números negativos. • Solicite que hagan, en su cuaderno, algunas tablas como la que se presenta en el libro y que observen lo que ocurre con la sucesión de resultados. • Pida que determinen, en la actividad, cuál es el número por el que hay que multiplicar los números en la columna de las *x* para obtener los números en la columna de las *y*.	• Identifica el patrón que tiene la sucesión de resultados en la tabla de un número negativo. • Aprende que el producto de dos números de distinto signo es negativo. • Maneja con fluidez la multiplicación de números enteros (positivos o negativos).

Otros recursos. Para apoyar el estudio de las operaciones con números negativos visite el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-03

Lección 4 El factor faltante

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de esta lección es que los alumnos utilicen lo que ya saben sobre multiplicaciones de números con signo, para encontrar el signo del resultado de una división. • Solicite que escriban, en su cuaderno, cinco ejemplos de cada una de las reglas que completaron en la actividad 3. • Conviene que elaboren una tabla como la del ejercicio 5 de la lección 3, que corresponda a la división de enteros con diferentes signos. Sugiera que comparen ambas tablas para que entiendan que se trata de las mismas reglas. • Solicite que planteen ecuaciones con números desconocidos como incógnitas para que se familiaricen con el lenguaje algebraico.	• Aprende que el cociente de dos números con signos iguales es positivo y que el cociente de dos números con signos diferentes es negativo. • Resuelve divisiones de números combinadas con otras operaciones como suma, producto o sustracción.

÷	+	−
+	+	−
−	−	+

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Problemas multiplicativos
8.1.2 Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 7.5.2 Uso de la notación científica para realizar cálculos en los que intervienen cantidades muy grandes o muy pequeñas • 8.1.2 Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo	• Resuelve problemas que implican el uso de las leyes de los exponentes y de la notación científica.	• Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.

Lección 5 — Multiplicar y dividir potencias de la misma base

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de la lección es que los alumnos infieran las reglas de los exponentes en el caso del producto y el cociente de potencias de la misma base. • En la actividad 1 se espera que desarrollen cada potencia y se den cuenta de que los exponentes se suman al expresar el resultado. • El fin de la actividad 3 es que los alumnos desarrollen cada potencia y sepan que los exponentes se restan al expresar el resultado.	• Comprende el significado y la forma en que opera la potenciación de un número. • Aprende y utiliza las leyes de los exponentes.

Lección 6 — El número más grande posible

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Permita que los alumnos deduzcan por sí mismos por qué la potenciación es la operación que permite expresar la cantidad más grande utilizando el mismo número varias veces. Haga que reflexionen por qué la suma o la multiplicación son operaciones que no satisfacen tal propiedad. • Cerciórese de que el alumno comprenda cómo opera la potenciación de un número y cuál es su significado aritmético. Es importante que los alumnos distingan entre un producto de potencias y la potencia de una potencia.	• Comprende el significado y la forma en que opera la potenciación de un número. • Aprende y utiliza las leyes de los exponentes.

Lección 7 — ¿Qué significa tres a la menos dos?

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Un error frecuente en los alumnos es el cálculo. $\frac{10^2}{10^3} = \frac{10 \times 10}{10 \times 10 \times 10} = \frac{0}{10} = 0$ Es decir que piensan que los productos de arriba se "cancelan" y queda cero, lo cuál es incorrecto. • Una forma de explicar la igualdad $a^0 = 1$ es por medio del cociente de dos potencias iguales. $\frac{5^4}{5^4} = 5^{4-4} = 5^0$, y como $\frac{5^4}{5^4} = 1$, entonces $5^0 = 1$	• Comprende el significado y la forma en que opera la potenciación de un número elevado a un exponente negativo. • Aprende a usar las leyes de los exponentes.

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Figuras y cuerpos
8.1.3 Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.3 Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos	• Justifica la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o polígono y utiliza esta propiedad en la resolución de problemas.	• Utiliza la regla y el compás para hacer diversos trazos, como alturas de triángulos, mediatrices, rotaciones, simetrías, etcétera. • Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.
• 8.3.3 Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono		
• 8.3.4 Análisis y explicitación de las características de los polígonos que permiten cubrir el plano		

Lección 8 Ángulos en la casa

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de esta lección es que los alumnos encuentren contextos cotidianos en los que es posible identificar sistemas de varias rectas paralelas cortadas por una recta transversal. • En las actividades 1 y 2 solicite que identifiquen los ángulos que se piden sin medir. Se espera que puedan hacerlo de forma intuitiva. Posteriormente, sugiera que midan para verificar sus respuestas. • Solicite que hagan un esquema geométrico de un sistema de paralelas cortadas por una transversal y que etiqueten a los ángulos usando literales.	• Reconoce e identifica los ángulos correspondientes en un sistema de rectas paralelas cortadas por una secante.

Lección 9 Ángulos que se corresponden

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de esta lección es que los alumnos formalicen las relaciones entre los ángulos que se forman en un sistema de rectas paralelas cortadas por una transversal. • Solicite a los alumnos que no midan, ellos deben deducir las respuestas de lo que se indica. • En la actividad 1 se espera que los alumnos comparen lo que sucede cuando las rectas no son paralelas. • Pida que algunos alumnos expliquen cómo plantearon su ecuación para resolver la actividad 5.	• Reconoce e identifica los ángulos correspondientes en un sistema de rectas paralelas cortadas por una secante. • Deduce el valor de ángulos mediante las propiedades del sistema y con el planteamiento de una ecuación.

Lección 10 Otras parejas de ángulos importantes

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Se recomienda explicar los distintos tipos de ángulos y sus propiedades distinguiendo entre lo siguiente. – Ángulos correspondientes a los que tienen la misma ubicación en ambos grupos de cuatro ángulos. – Ángulos alternos externos a los que están ubicados por fuera de las rectas y en distinto lado de la secante. – Ángulos alternos internos a los que están ubicados por dentro de las rectas y a distinto lado de la secante. • En el caso de rectas paralelas cortadas por una secante, se verifica que los ángulos correspondientes son de igual medida, al igual que los ángulos alternos internos y alternos externos.	• Distingue ángulos alternos externos y alternos internos en un sistema de rectas paralelas cortadas por una transversal. • Utiliza las propiedades de ángulos alternos internos y externos para calcular (sin usar transportador) el valor de ángulos no conocidos.

Lección 11 La malla de los triángulos

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de la lección es que los alumnos conozcan y completen varias justificaciones de que la suma de la medida de los ángulos interiores de un triángulo es 180°. • Las respuestas de los alumnos en el inciso d) de la actividad 1 pueden variar, dependiendo de cuál sea el sistema de referencia que tomen. • Lo más importante de estas lecciones no es aprenderse de memoria los nombres de los ángulos sino saber usar sus propiedades, ya que estas permitirán deducir el valor de los ángulos de figuras geométricas sin hacer uso del transportador. • Puede hablar sobre la importancia de los procesos mentales llamados *deducción* e *inducción*, fundamentales en el desarrollo de la matemática. Estos ejemplos con ángulos son prácticos para mostrar este tipo de razonamientos.	• Comprende y usa la propiedad "en cualquier triángulo la suma de sus ángulos es 180°". • Comprende cuando un resultado o propiedad se deduce a partir de otro (justificación y demostración).

Otros recursos. Encontrará más información acerca del tema en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-11

Lección 12 La malla de romboides

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de esta lección es que los alumnos conozcan y completen varias justificaciones de que la suma de la medida de los ángulos interiores de un paralelogramo es 360°. • El ejercicio 1 engloba conceptos trabajados desde la lección 7; por tanto, es importante cerciorarse de que estén capacitados para responder con fluidez las preguntas planteadas. • En caso contrario, aclare las dudas más frecuentes y haga hincapié en la relación existente entre los ángulos.	• Reconoce e identifica propiedades relativas a los ángulos en cualquier paralelogramo: "la suma de ángulos interiores en un paralelogramo es de 360°".

Otros recursos. Como apoyo en el estudio de este tema visite el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-12 y seleccione la opción cuadriláteros.

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Figuras y cuerpos
8.1.4 Costrucción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.4 Construcción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones • 9.1.2 Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades • 9.1.3 Explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada	• Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.	• Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.

Lección 13 Triángulos imposibles

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Se recomienda señalar dos condiciones para la existencia de un triángulo. • Desigualdad del triángulo: la suma de la medida de cualquiera de sus dos lados debe ser mayor o igual a la del tercero; de hecho, si la suma de dos lados es igual a la del tercero, obtenemos un triángulo degenerado (es decir, una recta). • Postulado de la suma de los ángulos interiores: la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180°.	• Traza triángulos con base en algunos datos determinados. • Determina condiciones necesarias y suficientes para que un triángulo se pueda construir.

Otros recursos. Como apoyo en el estudio de este tema visite la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-13 donde encontrará un interactivo acerca de construcción de triángulos.

Lección 14 ¿Iguales o diferentes?

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Las actividades 1 a 4 sirven para que los alumnos exploren las condiciones suficientes o necesarias para trazar uno o varios triángulos. Solicite que varios alumnos justifiquen sus respuestas de la actividad 5. Esta lección es una buena oportunidad para que se fomente el uso del razonamiento matemático. • Como consecuencia de las condiciones para la existencia de un triángulo, se tiene que, para determinar un único triángulo debe proporcionarse alguno de los siguientes conjuntos de datos. – La medida de sus tres lados; la medida de dos ángulos y del lado entre ellos; la medida de dos lados y el ángulo entre ellos.	• Traza un triángulo con base en algunos datos determinados. • Determina la existencia y unicidad de un triángulo.

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Medida
8.1.5 Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 7.4.3 Justificación de la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo (gráfica y algebraicamente). Explicitación del número π (Pi) como la razón entre la longitud de la circunferencia y el diámetro.	• Resuelve problemas que impliquen calcular el área y el perímetro del círculo.	• Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.
• 7.5.5 Uso de las fórmulas para calcular el perímetro y el área del círculo en la resolución de problemas		
• 8.1.5 Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides		

Lección 15 Diseños

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Permita que los alumnos hagan los cálculos que consideren necesarios por medio de sus procedimientos. Si no recuerdan alguna fórmula para calcular el área de una figura, auxílielos para que sepan dónde buscarla (en algún libro, en la biblioteca o con una búsqueda en Internet) • Puede aprovechar esta lección para enfatizar que el área de una figura plana no depende de su perímetro. Como apoyo para este objetivo, se recomienda que hagan diferentes figuras con, por ejemplo, cinco cuadrados y calculen el perímetro y el área de cada una. De esta manera podrán observar que existen figuras con perímetros diferentes pero áreas iguales, es decir, que el perímetro de una figura no depende de su área.	• Resuelve problemas que impliquen el cálculo de áreas en diversas figuras planas.

Lección 16 Cajas y envases

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de esta lección es que los alumnos calculen el área lateral de distintos cuerpos geométricos. • Se sugiere vincular lo estudiado en lecciones anteriores con la proporcionalidad; en este caso, el área y el perímetro de una figura geométrica son un claro ejemplo de una relación que no es de proporcionalidad, ya que no depende un dato del otro. • La transición de la aritmética al álgebra enfrenta a los estudiantes con nuevos conceptos y demanda la adquisición de nuevas habilidades, de modo que surgen retos y dificultades. Por esta razón se recomienda que integre el enfoque geométrico al enfoque algebraico mediante acertijos, que consistan en encontrar las medidas de una figura para obtener un área o un perímetro dados.	• Resuelve problemas de cálculo de áreas laterales y totales de prismas y pirámides.

Lección 17 Geometría a tu alrededor

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Motive a los alumnos a buscar figuras compuestas en casa y a calcular sus áreas totales y laterales (pídales que, mediante figuras prediseñadas, formen otras y calculen perímetro y área). Es importante que comparen sus resultados para que confronten sus ideas y las socialicen.	• Resuelve problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas totales y laterales de prismas y pirámides

Eje. Manejo de la información
Tema. Proporcionalidad y funciones
8.1.6 Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.6 Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa	• Resuelve problemas que implican el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: porcentaje = cantidad base × tasa. Inclusive problemas que requieren de procedimientos recursivos.	• Resuelve problemas vinculados con la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.
• 8.1.7 Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos		

Lección 18 Lo importante no es cuánto, sino qué parte

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Dos cantidades pueden compararse de dos formas: hallando en cuánto excede una a la otra, es decir, restándolas, o hallando cuántas veces contiene una a la otra, es decir, dividiéndolas. De aquí que haya dos clases de razones: la aritmética o por diferencia y la geométrica o por cociente. • Muchas veces, la razón da una mejor noción del aumento o la disminución de una cantidad respecto a otra. En la lección se presenta un problema donde se muestra que la intensidad del sabor en una naranjada no depende solo de la cantidad de jugo, sino también de la cantidad de agua.	• Compara razones. • Calcula porcentajes para expresar y comparar razones.

Otros recursos. Para actividades y videos respecto al tema de razones, proporciones y porcentajes consulte la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-18

Lección 19 Productos y terrenos

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de esta lección es que los alumnos exploren diversas formas para resolver problemas relacionados con los porcentajes: aplicar un porcentaje a una cantidad y determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra. • El cálculo de porcentajes forma parte de las actividades cotidianas, por ejemplo, en el pago de impuestos, en la interpretación de estadísticas o en los descuentos. • ¿Cómo se calcula un porcentaje? Por ejemplo, para calcular 25%, se puede determinar primero 1% (se divide la cantidad total entre 100) y luego multiplicar el resultado por 25. También se pueden calcular algunos porcentajes intermedios, como 10%, 5% y 1%, para calcular otros porcentajes. Propicie que resuelvan los porcentajes como les resulte más sencillo. Conviene que combine el uso de calculadora, el cálculo mental y la estimación de resultados.	• Resuelve problemas diversos con porcentajes. • Determina la equivalencia de porcentajes con fracciones sencillas.

Lección 20 Uno y diez por ciento

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se espera que los alumnos utilicen los procedimientos que han trabajado en las lecciones anteriores. El propósito es que formalicen estos procedimientos, ya sea que calculen un porcentaje con la ayuda de otros (10%, 5%, 1%) o que dividan entre 100 y multipliquen por el porcentaje pedido. • Solicite que algunos estudiantes expliquen cómo calculan 10% y 1% de una cantidad sin hacer operaciones escritas ni con calculadora. • La finalidad de la tabla de la actividad 2 es que utilicen los porcentajes que ya han calculado para llenarla.	• Resuelve problemas de porcentajes con procedimientos diversos. • Utiliza 1% y 10% para facilitar los cálculos.

Otros recursos. Encuentre más ejemplos de problemas de porcentaje en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-20

Lección 21 El IVA y otros porcentajes

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de la lección es que los alumnos identifiquen el número decimal o la fracción que se asocia a un porcentaje. Como apoyo, sugiera que utilicen la razón "tantos de cada 100" que ya han trabajado en primaria y en primero de secundaria. • Proponga que deduzcan una estrategia para encontrar el precio original de un producto si se conoce el precio con IVA: el precio con IVA es 116% del precio original, a partir de ese dato deben calcular 100% (se puede dividir entre 116 para encontrar 1%, y de ahí, 100%). Una estrategia más directa es dividir entre 1.16, con lo que se obtiene el precio del producto sin IVA incluido.	• Expresa el porcentaje como factor decimal. • Calcula porcentajes mayores que 100. • Suma porcentajes. • Resuelve problemas de porcentaje en los que desconoce la cantidad inicial.

Lección 22 Otros problemas de porcentaje

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de esta lección es que los alumnos resuelvan problemas en los que sea necesario interpretar el uso de un porcentaje, aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa. • Pida que expliquen sus procedimientos en el cuaderno, y que no solo escriban las respuestas numéricas. • Es posible que muchos tengan razonamientos erróneos, sin embargo, en ocasiones es posible obtener conclusiones valiosas a partir del análisis de esos procedimientos, sin necesitar descalificarlos anticipadamente.	• Interpreta porcentajes en situaciones diversas. • Resuelve problemas en los que es necesario aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.

Eje. Manejo de la información
Tema. Proporcionalidad y funciones
8.1.7 Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.6 Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa	• Resuelve problemas que implican el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: porcentaje = cantidad base × tasa. Inclusive problemas que requieren de procedimientos recursivos.	• Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.
• 8.1.7 Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos		

Lección 23 Creciendo más rápido o más despacio

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de la lección es que los alumnos comparen situaciones con crecimiento aritmético y geométrico. • En la actividad 2 es importante que hagan una conjetura antes de hacer los cálculos numéricos. • En el proceso de solución de las actividades 2 y 3 es útil combinar el uso de calculadora, el cálculo mental y la estimación de resultados.	• Resuelve problemas vinculados con el crecimiento aritmético y el geométrico. • Analiza situaciones en las que aparecen procedimientos recursivos.

Lección 24 Intereses bancarios

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Solicite que trabajen en equipo el inciso b) de la actividad 2 fomentando la participación y argumentación a favor o en contra de los distintos planes de inversión. • Para llenar la tabla en el inciso d) se sugiere que estimule a los alumnos para que usen una hoja de cálculo.	• Resuelve problemas vinculados con el cálculo del interés compuesto.

Eje. Manejo de la información
Tema. Nociones de probabilidad
8.1.8 Comparación de dos o más eventos a partir de sus resultados posibles, usando relaciones como: "es más probable que...", "es menos probable que..."

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 7.1.9 Identificación y práctica de juegos de azar sencillos y registro de los resultados. Elección de estrategias en función del análisis de resultados posibles	• Compara cualitativamente la probabilidad de eventos simples.	• Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.
• 7.3.7 Anticipación de resultados de una experiencia aleatoria, su verificación al realizar el experimento y su registro en una tabla de frecuencias		
• 7.4.6 Resolución de problemas de conteo mediante diversos procedimientos. Búsqueda de recursos para verificar los resultados		
• 8.1.8 Comparación de dos o más eventos a partir de sus resultados posibles, usando relaciones como: "es más probable que...", "es menos probable que..."		

Lección 25 Más o menos probable

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Pida a los alumnos más ejemplos de comparación de eventos donde usen las relaciones "es más probable (o posible) que..." y "es menos probable (o posible) que...". • Es importante iniciar y ligar la palabra *probabilidad* con las posibilidades que tiene un evento de ocurrir. Proponga que lleven dados, monedas y canicas para hacer suposiciones acerca del comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos, y para su comprobación mediante experiencias repetidas, a fin de que los resultados obtenidos se comenten en grupo.	• Estima la probabilidad de que un evento ocurra a partir de información.

Lección 26	**Resultados posibles**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Proponga, analice y describa con los estudiantes algunos experimentos aleatorios y sus respectivos espacios muestrales, determinando si están bien definidos y si es posible describirlos en más de una forma. Pregunte por qué algunos eventos no tienen posibilidad de ocurrir, por ejemplo, en el dado de 20 caras, qué posibilidad hay de que salga el número 21 al lanzar el dado.	• Expresa el conjunto de resultados posibles de un experimento aleatorio o espacio muestral del experimento.

Otros recursos. Para profundizar en los conceptos de experimento aleatorio y espacio muestral consulte la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-26

Eje. Manejo de la información
Tema. Análisis y representación de datos
8.1.9 Análisis de casos en los que la media aritmética o mediana son útiles para comparar dos conjuntos de datos

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.9 Análisis de casos en los que la media aritmética o mediana son útiles para comparar dos conjuntos de datos	• Resuelve problemas que implican calcular, interpretar y explicitar las propiedades de la media y la mediana.	• Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.
• 8.3.8 Análisis de propiedades de la media y mediana		
• 8.4.6 Resolución de situaciones de medias ponderadas		

Lección 27 El salario representativo

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• La media, la mediana y la moda son valores que tipifican una muestra y en torno a los cuales se agrupa la mayoría de los datos. Se denominan medidas de tendencia central. • La media corresponde a la suma de todos los datos dividida entre el número total de ellos. Es lo que se conoce como promedio. La media aritmética es la medida de tendencia central más usada, pues es muy sencillo calcularla. • La mediana es el valor que ocupa el lugar central, de modo que la mitad de los datos queda por debajo de ella, y la otra mitad por arriba. • En esta lección se compara el uso de la media y la mediana para distintos conjuntos de datos. • Los alumnos deben analizar cuándo es conveniente usar cada una y qué información se obtiene con ellas.	• Reconoce e identifica las medidas de tendencia central: media y mediana.

Otros recursos. Encontrará información sobre medidas de tendencia central en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-27

Lección 28 Niveles de contaminación por ozono

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Una característica sobresaliente de la distribución de datos es su tendencia a acumularse hacia el centro. Esta se denomina tendencia central y sus medidas más usuales son las siguientes. a) Media aritmética (x), el valor medio b) Mediana, el valor central c) Moda, el valor más frecuente • Sugiera que elaboren una tabla enunciando las principales propiedades de la media aritmética y la mediana.	• Compara conjuntos de datos a partir de sus medidas de tendencia central.

Bloque 2

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Problemas aditivos
8.2.1 Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de monomios

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.2.1 Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de monomios	• Resuelve problemas aditivos con monomios y polinomios.	• Resuelve problemas aditivos que impliquen efectuar cálculos con expresiones algebraicas.
• 8.2.2 Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de polinomios		

Lección 29 Literales y números

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de esta lección es que los alumnos identifiquen los elementos y características de las expresiones algebraicas y que hagan sumas y restas con ellas.	
• Analice con ellos por qué no es posible simplificar la suma o resta de dos términos que no sean semejantes. • En particular, si un alumno escribe una igualdad como la siguiente: $5a^2 + 3a = 8a^3$, preséntela al grupo y pida que evalúen cada expresión con distintos valores, para corroborar que no siempre se cumple la igualdad. Esta es una manera de corroborar si una igualdad entre expresiones algebraicas es correcta o no.	• Emplea el planteamiento de expresiones algebraicas simples. • Distingue los elementos de un monomio y comienza a operar con ellos.
• Mencione que una expresión algebraica no contiene el signo de la igualdad. Cuando aparece una igualdad se obtiene una ecuación (una igualdad de expresiones algebraicas).	

Otros recursos. Como apoyo en el planteamiento de expresiones algebraicas visite el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-29

Lección 30 Expresiones algebraicas en pirámides y cuadrados

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Comente a los alumnos que las expresiones algebraicas pueden ser monomios (un solo término como $4z^2y^4$), polinomios (suma o resta de varios monomios como $2ay + 3x^2y^3$), o pueden combinarse en un cociente de polinomios o monomios como $\frac{4x^2 + 5y - 10xy^4}{2x^4y^5}$ o $\frac{5a - 3b^2}{a^2b - 2ab^2 + 3b}$. Esto se profundizará en la lección 32. • Utilice la actividad 1 para mostrar que, al igual que con los números, en el caso de las expresiones algebraicas, la suma y la resta son operaciones inversas. Por ejemplo, en el esquema 1 se busca la expresión que hay que sumar a u para obtener $3t + 2u$, es lo mismo que hacer la resta $(3t + 2u) - u$.	• Aprende a simplificar (sumar y restar) expresiones algebraicas. • Aprende a darle valor a cada incógnita mediante la sustitución.

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Problemas aditivos
8.2.2 Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de polinomios

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.2.1 Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de monomios • 8.2.2 Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de polinomios	• Resuelve problemas aditivos con monomios y polinomios.	• Resuelve problemas aditivos que impliquen efectuar cálculos con expresiones algebraicas.

Lección 31 Un juego para empezar

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de la lección es que los estudiantes utilicen los polinomios para plantear y resolver diversos problemas. • El ejercicio 1 los estimula, mediante el juego, a plantear expresiones algebraicas simples. Utilice ejercicios de este tipo para promover la abstracción matemática. • Con estas lecciones se inicia un estudio más profundo sobre las expresiones algebraicas, por lo que es importante comentar que se deben emplear como si se trabajara con números a los que se está acostumbrado, con la diferencia de que estos representan incógnitas, aunque las operaciones son las mismas.	• Utiliza expresiones algebraicas para plantear y resolver problemas.

Lección 32 Sumando y restando polinomios

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de esta lección es que los alumnos utilicen todo lo que aprendieron en las lecciones anteriores para sumar y restar polinomios y para plantear la solución de diversos problemas. • Pida que verifiquen sus soluciones en la actividad 4 al sustituir las variables por dos o tres valores numéricos. Si con alguna sustitución no se obtiene una igualdad, eso quiere decir que no hicieron correctamente la simplificación de las expresiones algebraicas. • Solicite que escriban, en el cuaderno, una definición propia de *monomio*, *polinomio* y *expresión algebraica*, en la que den ejemplos de cada uno, describan sus características e indiquen las diferencias entre ellos.	• Expresa perímetros mediante operaciones de adición y sustracción de polinomios. • Suma y resta polinomios.

Otros recursos. Encuentre más ejemplos sobre igualdades y despejes en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-32

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Problemas multiplicativos
8.2.3 Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.1 Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros	• Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con expresiones algebraicas.	• Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.
• 8.2.3 Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos		
• 8.3.1 Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios		
• 8.3.2 Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios		

Lección 33 Son diferentes pero valen lo mismo

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El propósito de la lección es que los alumnos identifiquen expresiones equivalentes a partir del uso de modelos geométricos. • Comente que cuando dos expresiones algebraicas son equivalentes, al evaluar las variables con los mismos valores numéricos en las dos expresiones se obtiene siempre el mismo resultado. • Pida que evalúen para cinco valores las expresiones $5x + 2x^2$ y $7x^3$. Deben verificar que no siempre las dos expresiones toman el mismo valor (haga lo mismo para otras expresiones que tengan dos o tres variables).	• Aprende a distinguir expresiones algebraicas. • Aprende a simplificar expresiones algebraicas con una o más literales. • Usa expresiones algebraicas que involucren fracciones.

Lección 34	**Expresiones equivalentes**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El objetivo de esta lección es que los estudiantes distingan expresiones algebraicas que no representen lo mismo aunque parezca que sí, como $n - 2 \neq 2 - n$. Para cerciorarse de la comprensión del tema, dicte expresiones algebraicas que puedan confundirlos. Aunque implique tiempo, será mejor que el objetivo se cumpla; de lo contrario, ellos acumularán errores algebraicos que después les impedirán resolver ecuaciones. Repase y pida que practiquen los despejes; sugiérales que se esfuercen por hacerlos en lugar de buscar las respuestas al tanteo.	• Plantea igualdades con ecuaciones de primer grado. • Resuelve ecuaciones mediante despejes. • Multiplica expresiones algebraicas con más de un término.

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Medida
8.2.4 Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 6.3.5 Comparación del volumen de dos o más cuerpos, ya sea directamente o mediante una unidad intermediaria	• Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos.	• Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.
• 6.4.6 Cálculo del volumen de prismas mediante el conteo de unidades		
• 8.2.4 Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos		
• 8.2.5 Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides		

Lección 35 ¿Quién ocupa más espacio?

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Solicite, antes de la clase, que lleven objetos pequeños y recipientes de distintos tamaños. Es importante que los alumnos experimenten y confronten ideas acerca del espacio (volumen) ocupado por cada objeto. Debe surgir la necesidad de tener una forma para medir el espacio que ocupan algunos objetos. • Para que se familiaricen con las unidades de medida de volumen, lleve al salón cubos con volumen de 1 cm^3 y 1 dm^3, es decir, cuyas aristas midan 1 cm y 1 dm, respectivamente. Haga notar que, aunque un decímetro es diez veces mayor que un centímetro, un decímetro cúbico es mil veces mayor que un centímetro cúbico.	• Desarrolla estrategias de comparación entre volúmenes de distintos objetos.

Otros recursos. Encuentre más ejercicios para estimar volúmenes en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-35

Lección 36 Midiendo el volumen

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El objetivo de esta lección es introducir el concepto *volumen de un prisma rectangular*. • Pida que, mediante cubos pequeños, dupliquen las dimensiones de un prisma rectangular para que observe qué ocurre con el incremento del volumen (aumenta ocho veces). • Es importante que los estudiantes noten que no siempre hay una única manera válida para calcular el volumen de un cuerpo. El ejercicio 4 los ayudará a entender este punto.	• Aprende a calcular el volumen de cualquier prisma. • Calcula el número de unidades cúbicas que contiene un cubo de lado conocido.

Lección 37 Prismas y pirámides: una buena relación

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El objetivo de esta lección es que los estudiantes se percaten de la relación entre el volumen de una pirámide y el de un prisma con la misma base. • En el ejercicio 2 compararán capacidades de manera directa: mediante un prisma y una pirámide con la misma base, y el uso de semillas para llenar ambos cuerpos. Se espera que concluyan que el prisma tiene aproximadamente el triple de capacidad que la pirámide y, por lo tanto, también tiene aproximadamente el triple de volumen.	• Aprende a calcular el volumen de una pirámide a partir del volumen de un prisma. • Establece reglas para cambios de unidades (por ejemplo, litros a centímetros cúbicos).

Otros recursos. Para ver cómo se calcula el volumen de diversos prismas entre a la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-37

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Medida
8.2.5 Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 6.3.5 Comparación del volumen de dos o más cuerpos, ya sea directamente o mediante una unidad intermediaria	• Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos.	• Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.
• 6.4.6 Cálculo del volumen de prismas mediante el conteo de unidades		
• 8.2.4 Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos		
• 8.2.5 Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides		

Lección 38	**Variaciones I**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El objetivo es comparar las variaciones en el volumen de un cuerpo conforme aumenta o disminuye alguna de sus dimensiones. • Asegúrese de que distingan entre *volumen* y *capacidad*, pues aunque son dos conceptos relacionados, tienen significados distintos; por ejemplo, un cubo sólido de 10 cm de arista tiene un volumen de 1 dm^3, pero su capacidad es nula (pues no está hueco).	• Repasa el concepto *unidad de medida*. • Mide cuerpos de tres dimensiones. • Anticipa cómo cambia el volumen de un cuerpo al variar alguna de sus dimensiones.
Otros recursos. Para repasar el tema de volumen entre a la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-38	

Lección 39	**Variaciones II**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Los estudiantes compararán las variaciones en el volumen de un cuerpo conforme aumenta o disminuye el área de su base y la altura. • El ejercicio 4 puede ser difícil para ellos, pues requiere muchos cálculos e involucra unidades de longitud, área y volumen. Si esto ocurre, sugiera que primero resuelvan una versión simplificada del problema, por ejemplo, con menos pisos del edificio, o una altura menor, y que usen una estrategia similar para resolver el problema original.	• Relaciona los conceptos *longitud*, *área* y *volumen* en un cuerpo dado.
Otros recursos. Para ver más acerca de área y volumen entre a la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-39	

Eje. Manejo de la información
Tema. Proporcionalidad y funciones
8.2.6 Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.2.6 Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos	• Identifica, interpreta y expresa relaciones de proporcionalidad directa o inversa, algebraicamente o mediante tablas y gráficas.	• Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.
• 8.3.6 Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación		
• 8.4.4 Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano		

Lección 40 Relaciones inversamente proporcionales I

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Como resultado de la actividad 1, los alumnos observaron que la relación entre el alto y el ancho de los rectángulos con la misma área no es de proporcionalidad directa, pues si uno de los lados aumenta, el otro disminuye. • Una relación entre dos conjuntos de cantidades es de proporcionalidad inversa ya que al aumentar al doble, al triple, etcétera, una de las cantidades la otra cantidad disminuye a la mitad, a la tercera parte, etcétera. • Es importante remarcar esta característica para distinguir las relaciones de proporcionalidad directa de las de proporcionalidad inversa.	• Resuelve problemas que involucran proporcionalidad inversa.

Otros recursos. Para obtener más ejemplos de problemas de proporcionalidad inversa y sus gráficas entre a la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-40

Lección 41	**Relaciones inversamente proporcionales II**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se retoma la proporcionalidad inversa con más ejemplos. Sugiera a los estudiantes que inventen sus relaciones de proporcionalidad inversa, como los siguientes ejemplos. – Si una alberca se llena con grifos de flujo constante, el tiempo y la cantidad de grifos para llenar la alberca varían en forma inversamente proporcional, es decir, el tiempo disminuye a la misma velocidad que aumenta el número de grifos. – Se puede explicar la proporcionalidad inversa de la siguiente manera: dos magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.	• Resuelve problemas de proporcionalidad inversa. • Grafica una relación de proporcionalidad inversa. • Determina la regla de correspondencia de una relación de proporcionalidad inversa.
Otros recursos. Encuentre más ejercicios de proporcionalidad inversa en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-41	

Eje. Manejo de la información
Tema. Nociones de probabilidad
8.2.7 Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de esta con la probabilidad teórica

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.8 Comparación de dos o más eventos a partir de sus resultados posibles, usando relaciones como: "es más probable que...", "es menos probable que..."	• Compara cualitativamente la probabilidad de eventos simples. • Explica la relación que existe entre la probabilidad frecuencial y la probabilidad teórica.	• Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.
• 8.2.7 Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de esta con la probabilidad teórica		
• 8.5.7 Comparación de las gráficas de dos distribuciones (frecuencial y teórica) al realizar muchas veces un experimento aleatorio		

Lección 42	**Experiencias aleatorias**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Es importante que los estudiantes identifiquen que una misma frecuencia relativa se puede expresar de distintas maneras; por ejemplo, mediante una fracción, un porcentaje o un número decimal. • Haga notar que, aunque la frecuencia relativa no permite predecir el resultado de un suceso aleatorio, nos da una idea de cómo se distribuyen los resultados a medida que aumenta el número de experimentos.	• Calcula frecuencias relativas. • Estima la probabilidad de resultados de un evento aleatorio a partir de la frecuencia relativa.

Lección 43	**Probabilidad teórica y frecuencia relativa I**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Haga, en clase, más experimentos aleatorios con registro de resultados como acercamiento a la probabilidad frecuencial. • Comente que una de las ventajas de simular eventos aleatorios por computadora es la posibilidad de efectuar una gran cantidad de experimentos en poco tiempo. • Pídales que mencionen cómo simularían un volado sin monedas; por ejemplo tirando un dado o sacando papeles de una bolsa. Propicie que se cuestionen cómo una computadora efectúa volados virtuales.	• Resuelve problemas que involucran probabilidad frecuencial.

Lección 44	**Probabilidad teórica y frecuencia relativa II**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Discuta ampliamente la relación entre la probabilidad frecuencial y la teórica, y en qué condiciones la primera se aproxima a la segunda. • También se recomienda que los alumnos visiten los enlaces recomendados en las cápsulas “Conect@mos” para que profundicen los conocimientos adquiridos.	• Resuelve problemas que involucran probabilidad frecuencial y probabilidad teórica, y la relación entre ellas.

Otros recursos. Para más ejemplos de probabilidad teórica y frecuencial vea la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-44

Bloque 3

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Problemas multiplicativos
8.3.1 Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.1 Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros	• Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con expresiones algebraicas.	• Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.
• 8.2.3 Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos		
• 8.3.1 Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios		
• 8.3.2 Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios		

Lección 45 Signos de agrupación

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Un objetivo de esta lección es mostrarle al alumno la jerarquía de las operaciones en una expresión aritmética. Para esto debe aprender que, además de indicar multiplicación, los paréntesis sirven también como separadores y ordenadores de las operaciones. • Se sugiere enfatizar la información del recuadro de la actividad 4. En el ejercicio 6, revise con los alumnos que la colocación de paréntesis lleve al resultado correcto. Haga notar que algunas operaciones no requieren paréntesis, pues la jerarquía de operaciones hace que se obtenga el resultado pedido.	• Analiza la jerarquía de operaciones y el uso de paréntesis dentro de una expresión aritmética. • Maneja reglas para la supresión de paréntesis en expresiones algebraicas.

Lección 46 Diferentes resultados con los mismos números

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Siguiendo los razonamientos de la lección anterior, en el ejercicio 1 de esta se le pide al alumno que, además de colocar los paréntesis en el sitio adecuado, escriba las operaciones necesarias de modo que obtenga los resultados marcados. Esto le permitirá desarrollar su razonamiento aritmético. Asegúrese de que el ejercicio sea efectuado correctamente.	• Aprende a plantear operaciones aritméticas para resolver un problema matemático.
• En el resto de la lección se proponen ejercicios cuyo objetivo es un razonamiento por parte del estudiante que lo lleve al planteamiento de operaciones aritméticas que involucren paréntesis como medio para resolver problemas. Se recomienda enfatizar el significado de los diagramas en los ejercicios 2 y 4, y la relación que tienen con el uso de paréntesis.	• Resuelve problemas aritméticos en los que intervienen paréntesis y operaciones combinadas.

Lección 47 Paréntesis dentro de paréntesis

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Esta lección permite al alumno observar si maneja con fluidez las expresiones que involucran paréntesis, corchetes y otras operaciones combinadas. Revise con él los ejercicios 1 y 3, pues en las siguientes lecciones trabajará con expresiones algebraicas más complejas y debe estar preparado.	• Utiliza lo aprendido en lecciones anteriores sobre operaciones aritméticas que involucren diversos tipos de paréntesis.
• En el ejercicio 4 se invita a los estudiantes a plantear una expresión algebraica que resuelva un problema con un grado de abstracción mayor, pues involucra dos literales.	• Simplifica y resuelve expresiones con paréntesis y operaciones combinadas.

Otros recursos. Encuentre ejemplos y ejercicios prácticos de eliminación de paréntesis en el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-47

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Problemas multiplicativos
8.3.2 Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.1 Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros	• Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con expresiones algebraicas.	• Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.
• 8.2.3 Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos		
• 8.3.1 Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios		
• 8.3.2 Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios		

Lección 48 Distintas formas de multiplicar

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Esta lección puede requerir más tiempo que la mayoría, ya que aborda un tema que suele ser complicado: la multiplicación de binomios (expresión algebraica con dos términos). • Dirija al alumno, mediante las figuras de la lección, a que comprenda por qué la multiplicación de dos binomios se da término a término, pues un error frecuente suele ser el siguiente. • $(a + b)(c + d) = ac + bd$ (incorrecto) • $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ (correcto) • Pídale la deducción de la fórmula; que no la aprenda de memoria ya que, cuando aumente el número de sumandos, el razonamiento será el mismo.	• Aprende a multiplicar binomios. • Utiliza la propiedad distributiva de la multiplicación.

Lección 49	**La medida de un lado I**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección, mediante el cálculo de áreas de figuras, se le pide al estudiante que reconozca las medidas de los lados de estas, planteando expresiones algebraicas con literales. • El estudiante practicará la visualización e interpretación de expresiones algebraicas mediante problemas que parten del cálculo de áreas y perímetros. • Si el estudiante no recuerda las fórmulas para el cálculo de áreas y perímetros de figuras sencillas, como rectángulos y triángulos, destine media hora para explicar el tema, de modo que las deficiencias no obstaculicen el objetivo de la lección.	• Verifica, asignando valores a las literales, si dos expresiones algebraicas son o no equivalentes. • Sustituye valores en expresiones algebraicas.
Otros recursos. Invite al alumno, para que encuentre ejercicios interactivos sobre la multiplicación de polinomios, al sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-49	

Lección 50	**La medida de un lado II**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Esta lección introduce la división de expresiones algebraicas (polinomio entre monomio), que suele causar confusión en el estudiante de niveles más avanzados, como de bachillerato. Enfatice especialmente el ejercicio 3, pues muestra que las propiedades de la división que el alumno ya conoce para los números reales, también se cumplen al dividir expresiones algebraicas. Esto resulta constructivo y formativo para el estudiante. • Debe quedar claro cómo operan las leyes de los exponentes cuando los factores tienen términos comunes.	• Maneja y usa las propiedades de la multiplicación de binomios, tales como la distribución de la multiplicación sobre la suma. • Mediante el cálculo de áreas, visualiza el desarrollo de un producto de binomios.
Otros recursos. Encuentre fórmulas elementales algebraicas explicadas de manera interactiva en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-50	

Lección 51 Multiplicaciones especiales

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Es importante que los alumnos distingan entre las expresiones algebraicas trabajadas en esta lección y los modelos de las figuras (cuadrados y rectángulos) presentadas. Estos modelos sirven para identificar expresiones equivalentes. • En el ejercicio 4, pídales que argumenten por qué las expresiones que encontraron son equivalentes a las originales.	• Maneja y usa las propiedades de la multiplicación de binomios, tales como la distribución de la multiplicación sobre la suma. • Desarrolla el producto de binomios.

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Figuras y cuerpos
8.3.3 Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.3 Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos	• Justifica la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o polígono y utiliza esta propiedad en la resolución de problemas.	• Utiliza la regla y el compás para hacer diversos trazos, como alturas de triángulos, mediatrices, rotaciones, simetrías, etcétera. • Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.
• 8.3.3 Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono		
• 8.3.4 Análisis y explicitación de las características de los polígonos que permiten cubrir el plano		

Lección 52 Desde un vértice

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Ahora se presentan expresiones que parten de relaciones geométricas, como el número de triángulos en que se puede dividir una figura en función de su número de lados. • Cerciórese de que para el estudiante sea claro que la dependencia entre variables puede expresarse mediante una regla de correspondencia. • Mencione que la triangulación también puede usarse para calcular el área de figuras irregulares.	• Mediante la triangulación, calcula la suma de los ángulos interiores de polígonos irregulares y regulares.

Otros recursos. La triangulación de una figura geométrica es un tema muy usado en geometría. Encuentre muchas de sus aplicaciones en el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-52

Lección 53 Calcular sin medir

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección, el estudiante debe notar que puede obtener la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono sin medirlos directamente. • Se sugiere enfatizar que para hacer este cálculo sólo se requiere conocer el número de lados del polígono, y por lo tanto cualquier polígono de *n* lados tendrá una suma de ángulos interiores igual. No importa si los polígonos no son iguales, basta que tengan el mismo número de lados para que puedan dividirse en igual número de triángulos.	• Calcula el valor de la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono en función del número de sus lados. • Utiliza y resuelve ecuaciones de primer grado.

Otros recursos. Encuentre ejercicios sobre suma de los ángulos interiores de cualquier polígono mediante un geoplano en el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-53

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Figuras y cuerpos
8.3.4 Análisis y explicitación de las características de los polígonos que permiten cubrir el plano

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.3 Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos	• Justifica la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o polígono y utiliza esta propiedad en la resolución de problemas.	• Utiliza la regla y el compás para hacer diversos trazos, como alturas de triángulos, mediatrices, rotaciones, simetrías, etcétera. • Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.
• 8.3.3 Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono		
• 8.3.4 Análisis y explicitación de las características de los polígonos que permiten cubrir el plano		

Lección 54 Mosaicos

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se trabaja con la abstracción geométrica del estudiante, pidiéndole que imagine y encuentre un método para ver qué polígonos recubren el plano. • Es recomendable que el estudiante construya sus propios mosaicos, los manipule y llegue a conclusiones mediante ensayo y error.	• Distingue las características que debe tener un polígono para formar un teselado.

Otros recursos. Encuentre más información acerca de teselados en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-54

Lección 55	**Adornando el plano**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección los estudiantes relacionarán la geometría con pinturas o mosaicos "curiosos" que suelen llamar su atención. Pídales que lleven pinturas impresas (pueden descargarlas de Internet) del artista Escher, y que distingan los teselados marcando simetrías, traslaciones, rotaciones, ángulos, etc. Esto les permitirá construir sus propios mosaicos.	• Reconoce y efectúa transformaciones geométricas (traslaciones, rotaciones o reflexiones) a una figura para formar un teselado.
Otros recursos. Encuentre mosaicos del artista Escher que pueden llamar la atención del alumno en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-55	

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Medida
8.3.5 Relación entre el decímetro cúbico y el litro. Deducción de otras equivalencias entre unidades de volumen y capacidad para líquidos y otros materiales. Equivalencia entre unidades del Sistema Internacional de medidas y algunas unidades socialmente conocidas, como barril, quilates, quintales, etcétera

Contenidos	Aprendizajes esperados	Estándar
• 8.2.4 Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos	• Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos. • Resuelve problemas que implican usar la relación entre unidades cúbicas y unidades de capacidad.	• Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.
• 8.2.5 Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides		
• 8.3.5 Relación entre el decímetro cúbico y el litro. Deducción de otras equivalencias entre unidades de volumen y capacidad para líquidos y otros materiales. Equivalencia entre unidades del Sistema Internacional de medidas y algunas unidades socialmente conocidas como barril, quilates, quintales, etcétera		

Lección 56 Cajas y recipientes

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se trabajan unidades de medición utilizadas para calcular el volumen y la capacidad de cuerpos geométricos en contextos cotidianos; por ejemplo, la cantidad de agua que cabe en una pecera. Se le pide al estudiante, en el ejercicio 2, que transforme unidades cúbicas, como centímetros cúbicos a decímetros cúbicos, y viceversa. • Encontrar equivalencias y hacer conversiones con unidades de dos o tres dimensiones (área y volumen) requiere mayor abstracción por parte del alumno (para poder imaginar los cuerpos y las superficies). Si observa dificultades, pida que construyan, con papel y cartoncillo, unidades de área y volumen, respectivamente, para hacer físicamente las comparaciones.	• Aprende la equivalencia entre unidades cúbicas, por ejemplo el número de centímetros cúbicos que hay en un decímetro cúbico.

Otros recursos. Profundice en las conversiones de unidades cúbicas en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-56

Lección 57 Noticias sobre medida

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Los problemas de esta lección continúan con la identificación y el uso de unidades de medición, y la conversión de estas. • Mencione que el barril, aunque no es una unidad del Sistema Internacional de unidades, es la unidad de capacidad usual para el petróleo: tanto el precio del petróleo como las exportaciones de cada país se indican normalmente por barril. Pida que comenten las ventajas y desventajas que supondría usar una medida de capacidad más común para el petróleo; por ejemplo, litros o galones.	• Relaciona conceptos de longitud, área y volumen en un cuerpo dado.

Otros recursos. Profundice en las conversiones de unidades cúbicas en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-57

Eje. Manejo de la información
Tema. Proporcionalidad y funciones
8.3.6 Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.2.6 Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos	• Identifica, interpreta y expresa relaciones de proporcionalidad directa o inversa, algebraicamente o mediante tablas y gráficas.	• Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.
• 8.3.6 Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación		
• 8.4.4 Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano		

Lección 58 Reglas de correspondencia I

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Mencione que una regla de correspondencia indica cómo están relacionadas las cantidades de dos conjuntos; esta relación puede indicarse en lenguaje común, mediante una tabla o por medio de una ecuación. En el último caso, la expresión algebraica permite, entre otras cosas, encontrar fácilmente parejas de números relacionados y trazar la gráfica correspondiente.	• Representa relaciones mediante una tabla o una expresión algebraica.

Otros recursos. Encuentre un estudio detallado sobre los problemas más frecuentes en el aprendizaje del álgebra en Hart, K. M. (1981). *Álgebra. Children's Understanding of Mathematics* (Ed. John Murray). Londres: Antony Rowe Publishing Services, pp 11-16.

Lección 59 Reglas de correspondencia II

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Se sugiere retomar lo visto respecto al tema de proporcionalidad y que los alumnos, por equipos, resuelvan más problemas de proporcionalidad apoyándose en tablas similares a las de la actividad 3. • Ponga especial atención en los problemas que involucran pasar del lenguaje común al algebraico y viceversa, pues es algo que suele dificultársele al alumno.	• Expresa algebraicamente una relación entre dos cantidades directamente proporcionales. • Comprende el significado de las variables en la expresión $y = kx$.

Eje. Manejo de la información
Tema. Análisis y representación de datos
8.3.7 Búsqueda, organización y presentación de información en histogramas o en gráficas poligonales (de series de tiempo o de frecuencia), según el caso y análisis de la información que proporcionan

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 7.3.8 Lectura y comunicación de información mediante el uso de tablas de frecuencia absoluta y relativa	• Lee información presentada en gráficas de barras y circulares. Utiliza estos tipos de gráficas para comunicar información.	• Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.
• 7.4.7 Lectura de información representada en gráficas de barras y circulares, provenientes de diarios o revistas y otras fuentes. Comunicación de información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la representación gráfica más adecuada		
• 8.3.7 Búsqueda, organización y presentación de información en histogramas o en gráficas poligonales (de series de tiempo o de frecuencia), según el caso y análisis de la información que proporcionan	• Lee y comunica información mediante histogramas y gráficas poligonales.	

Lección 60	Agrupando datos I
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Plasmar datos en una tabla permite al estudiante obtener relaciones entre estos, y resulta práctico al trabajar con cantidades grandes de datos. En esta lección los estudiantes usarán este recurso en los ejercicios 1, 3 y 4.	• Agrupa y analiza información mediante el uso de tablas de frecuencia. • Comprende el concepto de amplitud de intervalo, así como las nociones de promedio y frecuencia.

Lección 61	Agrupando datos II
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se trabajan los conceptos de amplitud del intervalo, frecuencia y polígono de frecuencias. Ya que se utilizan en las gráficas, explique esos conceptos y ejemplifique con más casos; por ejemplo, con el tamaño del calzado de los alumnos o el mes en que cumplen años.	• Aprende a graficar un polígono de frecuencias, así como su interpretación y utilidad en la vida cotidiana.
Otros recursos. Profundice en las definiciones de la lección en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-61	

Lección 62	Otra manera de graficar datos agrupados
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Mencione que la estadística cuenta con procedimientos para recoger, organizar y presentar información sobre un problema determinado, además de métodos para establecer la validez de las conclusiones obtenidas. • Comente que para estudiar un fenómeno se requiere información, que se puede obtener mediante encuestas o registrando observaciones.	• Aprende a graficar un histograma, así como su interpretación y utilidad en la vida cotidiana.

Eje. Manejo de la información
Tema. Nociones de probabilidad
8.3.8 Análisis de propiedades de la media y mediana

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.9 Análisis de casos en los que la media aritmética o mediana son útiles para comparar dos conjuntos de datos	• Resuelve problemas que implican calcular, interpretar y explicitar las propiedades de la media y la mediana.	• Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.
• 8.3.8 Análisis de propiedades de la media y mediana		
• 8.4.6 Resolución de situaciones de medias ponderadas		

Lección 63 La media aritmética

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se trabaja el concepto de media aritmética. Aproveche para enfatizar que la media aritmética es lo que el alumno coloquialmente conoce como promedio. • Al finalizar las actividades, el alumno podrá interpretar información proporcionada por la media aritmética y conocerá su utilidad no solo en el campo de la estadística, sino en su vida cotidiana. Para ello, puede pedirle que obtenga la media aritmética de sus calificaciones o del dinero que gasta semanalmente. • De ser necesario, recuerde que la media aritmética de un conjunto de datos es el valor resultante de dividir la suma de ellos entre el número de datos.	• Calcula y usa el promedio para resolver problemas. • Utiliza la media aritmética para el análisis de datos.

Lección 64	**¿La media es de 2.73 niños en edad escolar?**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se aborda cómo interpretar un número decimal que represente una media. Se sugiere enfatizar la información del recuadro: el valor de una media no siempre tiene significado literal, sino que debe interpretarse como una cifra de cada 100, 1 000, etcétera.	• Aprende el significado de que la media aritmética sea una cantidad no entera; por ejemplo, 4.2 litros de leche por familia.
Otros recursos. Encuentre más ejemplos de utilización de la media aritmética (no necesariamente entera). en el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-64	

Lección 65	**El valor de en medio**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se analizan propiedades de la mediana. Pida que resuman, en su cuaderno, la información de las tablas de la actividad 6 de esta lección y 5 de la lección anterior. Esto les servirá para comparar propiedades importantes de ambas medidas de tendencia central.	• Analiza la pertinencia de usar la media o la mediana para representar conjuntos de datos.
• Mencione que la media y la mediana son de suma importancia en cualquier rama de las ciencias (economía, biología, psicología, historia, etc.) e ilustre mediante algunos ejemplos.	• Identifica diferencias entre la media y la mediana.

Bloque 4

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Patrones y ecuaciones
8.4.1 Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen. Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética de números enteros

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 7.5.4 Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética	• Representa sucesiones de números enteros a partir de una regla dada y viceversa.	• Resuelve problemas que implican expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión.
• 8.4.1 Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen. Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética de números enteros		

Lección 66 Otras formas de contar

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Se sugiere comentar los procedimientos que los alumnos deben utilizar. Solicite a quienes dedujeron una regla correcta, que expliquen al resto del grupo los aspectos que consideraron para llegar a determinada expresión. • Si observa dificultades forme equipos, distribuya a los alumnos que hayan obtenido la regla algebraica correcta en distintos grupos para que monitoricen las actividades y expliquen cuando sea necesario.	• Construye sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen. • Obtiene la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética de números enteros.

Lección 67 Sucesiones y reglas generales

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Revise en grupo el inciso f) del ejercicio 2. Comente a los alumnos que para encontrar el término buscado se puede ver como una ecuación cuya incógnita es n: $(3n + 1) = 361$. Se despeja n y se halla el término. Para comprobar la solución haga énfasis en que el valor de n deberá ser un número natural. • Solicite que revisen el inciso c) del ejercicio 4, haga preguntas como: "¿con qué nombre se conoce a los números generados por esta expresión?", deberán identificar que son los números impares; y "¿cómo pueden estar seguros de que cualquier número impar pertenece a los términos generados por esta expresión?".	• Plantea una fórmula que exprese el comportamiento de una sucesión sencilla, y ve qué números pueden formar parte de dicha sucesión.

Otros recursos. Para apoyar el estudio de sucesiones visite la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-67

Lección 68 Crecientes o decrecientes

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Puede dar a los estudiantes la definición de *sucesión* como la regla de correspondencia en la que n depende de la posición o del lugar del término. Esto quedará más claro al pedirles que sustituyan diversos términos de la sucesión en la fórmula para encontrar valores. • En la lección se promueve que el alumno encuentre, mediante sencillos despejes, el lugar de distintos términos de la sucesión; así como que identifique en qué casos, dada la expresión algebraica, se trata de una sucesión creciente o decreciente. • Finalmente se abordan sucesiones representadas por múltiplos de un entero. Aproveche para recordar cuándo un número es múltiplo o divisor de otro.	• Comprende el concepto de *sucesión numérica*. • Calcula el término de una sucesión dado el lugar que ocupa y viceversa.

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Patrones y ecuaciones
8.4.2 Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + b = cx + d$ y con paréntesis en uno o en ambos miembros de la ecuación, utilizando coeficientes enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos

Contenidos	Aprendizajes esperados	Estándar
• 7.1.5 Explicación del significado de fórmulas geométricas, al considerar las literales como números generales con los que es posible operar	• Resuelve problemas que impliquen el uso de ecuaciones de las formas $x + a = b$ y $ax + b = c$, en las que a, b y c son números naturales y/o decimales.	• Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.
• 7.3.3 Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$ utilizando las propiedades de la igualdad, con a, b y c números naturales, decimales o fraccionarios		
• 8.4.2 Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + b = cx + d$ y con paréntesis en uno o en ambos miembros de la ecuación, utilizando coeficientes enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos	• Resuelve problemas que impliquen el uso de ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$, donde los coeficientes son números enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos.	

Lección 69 ¿Qué número pensé?

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Como esta lección es sumamente lúdica, puede dividir al grupo en equipos para jugar con las adivinanzas planteadas. El objetivo es que los alumnos noten que la forma más sencilla y segura de responderlas es traducirlas al lenguaje algebraico, es decir, a ecuaciones y, mediante las propiedades que ya conocen, resolverlas. Ganará el equipo que conteste más adivinanzas.	• Traduce enunciados cotidianos al lenguaje algebraico (a una ecuación). • Resuelve problemas con ayuda de las ecuaciones.

Otros recursos. Como apoyo al estudio del lenguaje algebraico, visite el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-69

Lección 70 Amplificar y simplificar

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En objetivo de esta lección es que el estudiante aprenda la resolución de ecuaciones simplificando términos hasta que sea evidente el valor de la incógnita, o bien, mediante la cancelación de términos en ambos lados hasta despejarla. • Se sugiere enfatizar que una ecuación nunca debe alterarse, lo cual sólo se logra haciendo las mismas operaciones en ambos lados del signo igual. El estudiante debe tener presente la definición de *ecuación* para evitar deficiencias en el proceso de resolución.	• Resuelve ecuaciones mediante simplificación y amplificación de términos algebraicos. • Justifica la conservación de la igualdad en una ecuación y su resolución aplicando dicho razonamiento.

Lección 71 Problemas diversos

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Plantee a los estudiantes más problemas en los que se aplique la siguiente metodología. 1. Traducir al lenguaje algebraico (ecuación) el problema. 2. Resolver dicha ecuación. 3. Comprobar que los resultados obtenidos concuerden con la solución del problema. • Si el alumno es capaz de aplicar esta metodología, su abstracción algebraica estará lista para resolver problemas más complejos y otros métodos de solución, como el que podrá usar para el ejercicio 6.	• Plantea y resuelve ecuaciones más complejas que las de lecciones anteriores.

Otros recursos. Para repasar el tema visite el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-71

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Medida
8.4.3 Caracterización de ángulos inscritos y centrales en un círculo, y análisis de sus relaciones

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.4.3 Caracterización de ángulos inscritos y centrales en un círculo, y análisis de sus relaciones	• Resuelve problemas que implican determinar la medida de diversos elementos del círculo, como ángulos inscritos y centrales, arcos de una circunferencia, sectores y coronas circulares.	• Determina la medida de diversos elementos del círculo, tales como circunferencia, superficie, ángulo inscrito y central, arcos de la circunferencia, sectores y coronas circulares.
• 8.5.4 Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona		

Lección 72 Ángulos centrales

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Solicite a los alumnos regla y compás para esta lección. Es importante que el estudiante distinga entre la cuerda de un arco y un arco, y remarque su dependencia con el radio del círculo. Se sugiere llevar a cabo el ejercicio 5 en el pizarrón. Necesitará un tramo de listón que los alumnos puedan ver desde lejos. Trace un círculo en el pizarrón y un ángulo central remarcando su arco y su cuerda. • Sobreponga el listón al arco, cubriendo su longitud y marcando en el listón la medida. Después mida, con el mismo listón, la longitud de la cuerda y compare ambas longitudes. El arco siempre será más grande que la cuerda correspondiente.	• Define un ángulo central y lo distingue de otros ángulos en el círculo. • Identifica una cuerda y un arco de circunferencia.

Lección 73	**Ángulos inscritos**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Es importante analizar con detenimiento la relación entre un ángulo central y otro inscrito con el mismo arco. • En cada ejercicio pregunte a los alumnos por qué dieron esas respuestas y discuta sus razones. • Para el análisis del ejercicio 4, es importante recordar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es de 180°.	• Define un ángulo inscrito y lo diferencia de un ángulo central. • Identifica ángulos centrales e inscritos con el mismo arco.

Eje. Manejo de la información
Tema. Proporcionalidad y funciones
8.4.4 Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.2.6 Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos	• Identifica, interpreta y expresa relaciones de proporcionalidad directa o inversa, algebraicamente o mediante tablas y gráficas.	• Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.
• 8.3.6 Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación		
• 8.4.4 Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano		

Lección 74 Puntos en el plano

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En un plano cartesiano se puede describir la posición de puntos mediante coordenadas o pares ordenados. • Para ubicar puntos se efectúa el siguiente procedimiento. 1. Para localizar la *abscisa* o valor de *x*, se cuentan las unidades correspondientes hacia la derecha si son positivas, o hacia la izquierda si son negativas, a partir del punto de origen (en este caso 0), y se traza una recta paralela al eje *y* que pase por *x*. 2. Para localizar la *ordenada* o valor de *y*, se cuentan las unidades correspondientes hacia arriba si son positivas, o hacia abajo si son negativas, y se traza una recta paralela al eje *x* que pase por *y*.	• Ubica puntos en el plano cartesiano.

Otros recursos. Para más ejercicios, ejemplos y propiedades relacionadas con el plano cartesiano entre a la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-74

Lección 75 La gráfica también informa

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En situaciones reales, las relaciones de proporcionalidad directa pueden no parecerlo por inexactitudes en la medida. Por ejemplo, al colgar diferentes masas de un muelle y medir el alargamiento en cada momento. Se pueden presentar los resultados en una tabla similar a la siguiente (*m* representa la masa en gramos, y *a* el alargamiento en milímetros).	• Explica las características de una gráfica que representa una relación de proporcionalidad. • Grafica relaciones de proporcionalidad.

m	50	100	150	200	250	300
a	80	180	250	350	435	500

• Cuando se dibujan los puntos correspondientes en la gráfica, estos no se ajustan estrictamente a una línea recta que pasa por (0, 0); pero son parecidos a los puntos de la siguiente tabla.

m	50	100	150	200	250	300
a	85	170	255	340	425	510

• La razón de proporcionalidad en este caso es 1.7, es decir, $a \approx 1.7\,m$.

Lección 76	**Viajar en automóvil**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• La proporcionalidad es un contenido básico para la comprensión del porcentaje, y favorece la noción de variable y de función. • Se sugiere inducir a los estudiantes a observar las gráficas y a determinar, mediante sus propiedades, los comportamientos de la relación (en este caso de proporcionalidad). Podrán notar que, por ejemplo, cuanto más inclinada es la pendiente de una gráfica, mayor es la velocidad de cambio.	• Interpreta la gráfica de una relación de proporcionalidad. • Comprende cuándo una relación es proporcional o no proporcional.

Eje. Manejo de la información
Tema. Proporcionalidad y funciones
8.4.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma $y = ax + b$

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.4.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma $y = ax + b$	• Identifica, interpreta y expresa relaciones de proporcionalidad directa o inversa, algebraicamente o mediante tablas y gráficas.	• Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.
• 8.5.5 Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos		
• 8.5.6 Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = ax + b$, en la gráfica correspondiente		

Lección 77 Masas y resortes

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• La idea de trabajar la relación entre el alargamiento de un resorte y el peso de un objeto que se suspende de él es que el estudiante tenga nociones del concepto de *función*, en el sentido de que una magnitud (*variable dependiente*) depende del valor de otra (*variable independiente*). Conviene que enfatice esta información. • También es importante que el alumno se percate de que la relación entre el peso del objeto y el alargamiento del resorte se expresa mediante ecuaciones planteadas cuya gráfica será lineal.	• Interpreta algebraica y gráficamente la relación entre dos magnitudes, donde una depende de la otra. • Visualiza que la gráfica de una relación lineal es una recta.

Otros recursos. La relación fundamental detrás del ejemplo del resorte es de proporcionalidad. Para encontrar información más profunda sobre el tema visite el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-77

Lección 78 Unas cantidades dependen de otras

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Esta lección es propicia para que muestre al estudiante cómo las matemáticas están presentes en su vida cotidiana. • En el segundo ejercicio se muestra la relación que hay entre una fruta y sus kilocalorías, cuyos datos y su gráfica son útiles para la nutrición. • En el tercer ejercicio se presentan dos funciones en las que la estatura (variable dependiente) puede ser obtenida a partir de la longitud del fémur (variable independiente). Puede mencionar que este tipo de cálculos se utilizan en áreas como la medicina.	• Representa variaciones lineales mediante tablas o expresiones algebraicas.

Eje. Manejo de la información
Tema. Análisis y representación de datos
8.4.6 Resolución de situaciones de medias ponderadas

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.1.9 Análisis de casos en los que la media aritmética o mediana son útiles para comparar dos conjuntos de datos	• Resuelve problemas que implican calcular, interpretar y explicitar las propiedades de la media y la mediana.	• Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.
• 8.3.8 Análisis de propiedades de la media y mediana		
• 8.4.6 Resolución de situaciones de medias ponderadas		

Lección 79 Las calificaciones

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Procure que al término de las actividades 1 y 2 los alumnos expliquen sus procedimientos para identificar los que llevaron al resultado correcto y cuáles fueron los errores. • Si observa problemas al resolver las actividades, concéntrese en el porcentaje que representa cada cantidad. Por ejemplo, si una calificación vale 20%, significa que cada punto corresponde $\frac{20}{100}$ de la calificación final. • En la actividad 5 se sugiere comentar la calificación mínima que debe obtener Patricia para alcanzar al menos 6. Con 4 se alcanza 5.8 como promedio final que, redondeado, llega a 6. Sin embargo, por normas académicas en un promedio escolar no ocurre esto, 5 no pasa a 6. Por ello, debe obtener 5 para alcanzar 6.2 de promedio.	• Resuelve problemas que implican calcular, interpretar y explicitar las propiedades de la media.

Lección 80	**Más problemas con la media ponderada y aritmética**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El objetivo de esta lección es dejar en claro la diferencia entre calcular la media aritmética de datos que tienen diferente frecuencia y la media ponderada de datos que tienen diferente peso. • Se recomienda hacer un breve recordatorio sobre cómo calcular la media aritmética y sus aplicaciones. Si observa dificultad para resolver los problemas, plantee más actividades con datos de diferente frecuencia, media aritmética y media ponderada (cuando los datos tienen diferente peso).	• Resuelve problemas que implican calcular, interpretar y explicitar las propiedades de la media.
Otros recursos. Para saber más sobre media ponderada, entre al sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-80	

Lección 81	**La media en datos agrupados**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El objetivo de la lección es que el alumno vea las ventajas de que los datos se agrupan en intervalos: facilita su manejo, mayor claridad y mejor presentación. • Se sugiere presentar más ejemplos y promover la ejercitación de los procedimientos para detectar errores y confusiones.	• Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.

Bloque 5

Eje. Manejo de la información
Tema. Proporcionalidad y funciones
8.5.5 Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.4.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$	• Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.	• Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.
• 8.5.5 Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos		
• 8.5.6 Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente		

Lección 82 El lenguaje de las gráficas

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Aproveche el ejercicio 1 para mencionar que una recta en el plano cartesiano representa la gráfica de una función cuya razón $\frac{\text{ordenada}}{\text{abscisa}}$ es constante, como en el caso de la papelería A, donde la razón $\frac{\text{costo}}{\text{número de lápices}}$ permanece invariable. Para que el estudiante vea con mayor claridad dicha razón, pídale que la calcule y se dé cuenta de que es constante. • El ejercicio 3 es muy importante, pues con frecuencia los estudiantes interpretan las gráficas de forma equivocada. Se sugiere detenerse a explicar por qué el resultado de tal ejercicio es la tercera gráfica.	• Identifica y construye funciones lineales. • Interpreta la gráfica de una función lineal.

Lección 83 Puntos alineados

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Si observa dificultades para interpretar las gráficas, deténgase y explique la parte de mayor dificultad. • En los ejercicios 1 y 2 pida a los alumnos que tracen líneas auxiliares, de modo que la interpretación deje de ser confusa.	• Interpreta la gráfica de una función lineal.

Eje. Manejo de la información
Tema. Proporcionalidad y funciones
8.5.6 Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.4.5 Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma $y = ax + b$	• Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.	• Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.
• 8.5.5 Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos		
• 8.5.6 Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente		

Lección 84 El tinaco de agua

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Se ha estado trabajando con relaciones de dependencia lineal (cuya gráfica es una recta) en el plano cartesiano. Es importante brindar a los alumnos más ejemplos y pedirles que investiguen otros. Puede organizar un debate acerca del concepto *función* mediante la siguiente pregunta: ¿una circunferencia en el plano podría representar la gráfica de una función?	• Distingue e identifica una relación de dependencia lineal. • Comprende el concepto de *función*.

Otros recursos. Encuentre información sobre ecuaciones lineales en el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-84

Lección 85	**Gráficas, tablas y reglas de correspondencia**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Los estudiantes ya han trabajado la ubicación de puntos en el plano cartesiano. Promueva la relación entre la ubicación de los puntos sobre la recta y la relación de proporcionalidad. • Si observa dificultades al identificar la regla de correspondencia plantee más ejercicios.	• Distingue e identifica una relación de dependencia lineal.

Lección 86	**La ecuación de la recta I**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Es importante que el estudiante descubra la relación entre una expresión algebraica particular y su gráfica en el plano cartesiano. Se sugiere mencionar propiedades aritméticas y geométricas de las funciones lineales, como las siguientes. • Conociendo un par de valores de la función pueden conocerse los demás. • Es sencillo deducir la regla de correspondencia de tales funciones. • Su expresión algebraica tiene solo una variable de grado 1.	• Comprende y grafica la expresión algebraica que representa la ecuación de una recta ($y = mx + b$). • Reconoce e interpreta lo que representa la letra m (pendiente de la recta) dentro de la ecuación de una recta.

Otros recursos. Encuentre información que puede usar para explicar conceptos a los alumnos sobre la ecuación de la recta en el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-86

Lección 87 La ecuación de la recta II

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Esta lección sirve para profundizar en el tema de la ecuación de la recta y, mediante la tabulación de funciones lineales, extraer propiedades de la expresión $y = mx + b$, y el significado de cada literal.	• Conoce e interpreta lo que representa la letra b (ordenada al origen) dentro de la ecuación de una recta $y = mx + b$.

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Patrones y ecuaciones
8.5.2 Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros. Reconocimiento del punto de intersección de sus gráficas como la solución del sistema

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.5.1 Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente (suma y resta, igualación o sustitución)	• Resuelve problemas que implican el uso de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	• Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.
• 8.5.2 Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros. Reconocimiento del punto de intersección de sus gráficas como la solución del sistema		

Lección 88	**Adivinanzas con dos números desconocidos**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Esta lección es una introducción a los sistemas de dos ecuaciones simultáneas con dos incógnitas. Se recomienda explicar al estudiante que una expresión del tipo $y = mx + b$ tiene una infinidad de soluciones, pues para cada valor de x existe un valor único de y, por tanto, en cada caso se forma una pareja (x, y) que satisface la ecuación. • Sin embargo, los sistemas de 2×2 pueden tener una solución (la intersección de ambas rectas), ninguna (cuando las rectas son paralelas) o una infinidad (cuando las ecuaciones son equivalentes).	• Aprende que una ecuación se puede escribir de diversas maneras (como función de x, como función de y, igualada a cero, etcétera). • Observa que la solución de un sistema de ecuaciones lineales está dada por la intersección de las rectas.
Otros recursos. Revise más sobre sistemas de 2×2 en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-88	

Lección 89	**Resolución gráfica de un sistema de ecuaciones**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El estudiante debe razonar que si cada ecuación con dos incógnitas representa una recta en el plano cartesiano, una solución común para ambas sería la intersección de las dos rectas. Guíelo a comprender que un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es un conjunto de condiciones que deben verificarse simultáneamente.	• Aprende a solucionar un sistema de ecuaciones de 2×2 mediante el método gráfico. • Escribe cualquier ecuación lineal como una función de variable independiente x y variable dependiente y.
Otros recursos. Encuentre más ejemplos de sistemas de ecuaciones simultáneas resueltos gráficamente en el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-89	

Lección 90 Una solución, muchas soluciones o ninguna

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El estudiante debe comprender que cuando las rectas no se cortan (al ser paralelas), el sistema no tiene solución. Una manera algebraica de notar esto es transformar las ecuaciones en la forma $y = mx + b$ y observar si el valor de m vale lo mismo en ambos casos. De ser así, la pendiente será la misma, es decir, la inclinación de las rectas coincidirá, por tanto, serán paralelas. • Haga ver al estudiante que si al transformar las ecuaciones, m y b coinciden en ambas, son la misma recta (aunque en principio puedan escribirse distinto), y por tanto, hay una infinidad de soluciones (pues las rectas se intersecan en todos sus puntos).	• Distingue, a partir de la ecuación de las rectas, si un sistema 2 × 2 tiene solución única, no tiene solución o tiene una infinidad de soluciones.

Otros recursos. Encuentre más ejemplos de sistemas de ecuaciones simultáneas resueltos gráficamente en el sitio www.e-sm.com.mx/GSCM2A-90

Eje. Sentido numérico y pensamiento algebraico
Tema. Patrones y ecuaciones
8.5.1 Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente (suma y resta, igualación o sustitución)

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.5.1 Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente (suma y resta, igualación o sustitución)	• Resuelve problemas que implican el uso de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	• Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.
• 8.5.2 Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros. Reconocimiento del punto de intersección de sus gráficas como la solución del sistema		

Lección 91	**Técnicas para resolver sistemas de ecuaciones I**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección y en las dos siguientes, el estudiante aprenderá técnicas para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Conviene remarcar que más allá de memorizarlas debe razonarlas, pues las tres técnicas que aprenderá se basan en el mismo principio: reducir el sistema a una ecuación con una incógnita (que ya sabe resolver). En este caso, se sustituye una variable despejada en términos de otra. • Cerciórese de que el alumno, además de resolver el sistema, haya aprendido a plantearlo para la resolución de otros problemas.	• Plantea problemas que involucran dos ecuaciones con dos incógnitas. • Resuelve un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución.

Lección 92	**Técnicas para resolver sistemas de ecuaciones II**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• El método de suma y resta suele parecerles el más laborioso a los estudiantes, ya que es largo su procedimiento. Para evitar esto, recuérdeles que basta multiplicar la primera ecuación por el coeficiente de la segunda y viceversa, de modo que el término que se quiera cancelar quede con los mismos coeficientes.	• Resuelve un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante los métodos de sustitución y de suma y resta.

Lección 93	**Problemas diversos y una técnica más**
Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Puede enfatizar algo que suele olvidársele al estudiante con frecuencia: al utilizar el método de igualación para resolver un sistema de 2×2, primero hay que despejar las ecuaciones para dejarlas en función de la misma variable e igualarlas.	• Plantea problemas que involucren dos ecuaciones con dos incógnitas. • Resuelve un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de igualación.

Otros recursos. Encuentre diversos ejercicios que le ayudarán al estudiante a adquirir experiencia en el planteamiento y resolución de sistemas de 2×2 en la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-93

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Figuras y cuerpos
8.5.3 Construcción de figuras simétricas respecto de un eje, análisis y explicitación de las propiedades que se conservan en figuras tales como: triángulos isósceles y equiláteros, rombos, cuadrados y rectángulos

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 6.1.4 Identificación de los ejes de simetría de una figura (poligonal o no) y figuras simétricas entre sí, mediante diferentes recursos	• Construye figuras simétricas respecto de un eje e identifica las propiedades de la figura original que se conservan.	• Utiliza la regla y el compás para hacer diversos trazos, como alturas de triángulos, mediatrices, rotaciones, simetrías, etcétera. • Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa, y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.
• 8.5.3 Construcción de figuras simétricas respecto de un eje, análisis y explicitación de las propiedades que se conservan en figuras como: triángulos isósceles y equiláteros, rombos, cuadrados y rectángulos		

Lección 94 Reflejos I

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se introduce, mediante el concepto de *reflejo*, una primera noción de simetría. Puede pedir al alumno que lleve a cabo actividades en las que relacione los conceptos de reflejo y simetría. Por ejemplo, que tome una hoja de papel, la doble por la mitad, coloque una gota de tinta en un lado y la doble nuevamente; estas dos figuras (las de cada lado del papel) son simétricas; después, que coloque un espejo en el doblez del papel, notará que la figura reflejada se ve exactamente igual que la del papel.	• Desarrolla la noción de simetría. • Distingue puntos simétricos. • Reconoce que el eje de simetría y cualquier segmento que une dos puntos simétricos son perpendiculares.

Otros recursos. Invite a los alumnos, para encontrar imágenes y fotografías con reflejos, a visitar la página www.e-sm.com.mx/GSCM2A-94

Lección 95 Reflejos II

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se presenta un *geoplano*, herramienta didáctica que consta de ligas de colores y una tabla cuadriculada. • Se sugiere llevar al salón un geoplano y dejar que los alumnos jueguen durante unos minutos para que se familiaricen con él. Permítales construir las figuras que deseen y pídales que las registren en hojas punteadas. • Como primera actividad, pida a los alumnos que identifiquen las líneas de simetría del geoplano.	• Reconoce cuándo dos figuras son simétricas. • Reproduce figuras simétricas a otra dada. • Reconoce propiedades que se conservan en la simetría.

Lección 96 Sin cuadrícula

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Para que el alumno comprenda el concepto de *simetría* pídale que encuentre ejes de simetría en diversas formas. Por ejemplo, puede observar en sus compañeros o en el mobiliario del aula que la simetría se manifiesta con frecuencia. Solicítele que doble una hoja de papel y marque, con pluma, una figura solo en una cara, para que note cómo la figura que se traspasó es simétrica a la original. • Pida al estudiante que, en cartulina, trace y recorte un trapecio irregular, un triángulo equilátero y un círculo; y que calcule de cuántas formas puede volver a colocar la figura en el espacio que dejó en la cartulina.	• Reconoce los ejes de simetría en una figura. • Construye figuras simétricas respecto a un eje.

Eje. Forma, espacio y medida
Tema. Medida
8.5.4 Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.4.3 Caracterización de ángulos inscritos y centrales en un círculo y análisis de sus relaciones	• Resuelve problemas que implican determinar la medida de diversos elementos del círculo, tales como: ángulos inscritos y centrales, arcos de una circunferencia, sectores y coronas circulares.	• Determina la medida de diversos elementos del círculo, tales como circunferencia, superficie, ángulo inscrito y central, arcos de la circunferencia, sectores y coronas circulares.
• 8.5.4 Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona		

Lección 97 Triángulos y circunferencias

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se resaltan propiedades de los ángulos inscritos que permiten analizar a las figuras inscritas en círculos. Es importante examinar cada ejercicio, a fin de que no haya dudas que ocasionen que el alumno no comprenda conceptos que se utilizarán más adelante. • El alumno no necesita transportador en estos ejercicios, pero conviene que compruebe sus respuestas midiendo los ángulos de las figuras. Se sugiere que al revisar las respuestas, se tracen las figuras en el pizarrón para aclarar dudas y corregir errores.	• Construye ángulos inscritos o centrales. • Calcula la medida de algunos ángulos inscritos y centrales.

Lección 98 Un juego sobre ángulos

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se aplican las propiedades de los ángulos inscritos que forman figuras geométricas para diferenciarlas de las figuras que no pueden inscribirse en un círculo. Es necesario resolver algunos ejercicios con transportador. • Se recomienda revisar en el pizarrón los ejercicios 4 y 5 para discutir conceptos. • En el ejercicio 6, pida a los alumnos razones por las que las figuras pueden o no estar inscritas en un círculo.	• Distingue las características que debe tener un cuadrilátero para que pueda ser inscrito en un círculo.

Lección 99 Diseños con círculos

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• En esta lección se repasan muchos conceptos geométricos y se pone a prueba la creatividad de los alumnos. Se sugiere ayudarlos pero sin decir las respuestas ni los métodos de resolución. • Si antes de hacer los ejercicios los alumnos identifican los valores de los segmentos de línea o circulares en las figuras, es menos probable que cometan errores y serán más efectivos los ejercicios. Por ejemplo, la figura en el ejercicio 1a) está formada por un círculo partido en cuatro partes iguales; por tanto, cada línea semicircular mide $\frac{1}{4}$ del perímetro, y el área de la figura es la del cuadrado menos la del círculo. • En muchas figuras del ejercicio 1 conviene partir en cuatro partes iguales el cuadrado y analizar las formas coloreadas de cada una.	• Desarrolla la creatividad y pone en juego conceptos geométricos por medio de las actividades propuestas.

Eje. Manejo de la información
Tema. Nociones de probabilidad
8.5.7 Comparación de las gráficas de dos distribuciones (frecuencial y teórica) al realizar muchas veces un experimento aleatorio

Contenidos	Aprendizaje esperado	Estándar
• 8.2.7 Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de esta con la probabilidad teórica	• Explica la relación que existe entre la probabilidad frecuencial y la probabilidad teórica.	• Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.
• 8.5.7 Comparación de las gráficas de dos distribuciones (frecuencial y teórica) al realizar muchas veces un experimento aleatorio		

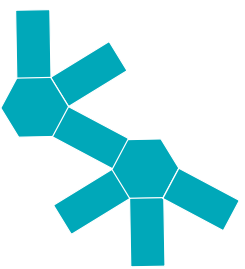
Lección 100 Dos gráficas para un experimento

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Es probable que los alumnos tengan dificultades al inicio, pues se trabajan muchos conceptos nuevos. Se sugiere plantear más ejemplos de variable aleatoria y revisar que llenen las tablas adecuadamente. • Pídales que, cuando lancen el dado para completar la tabla, registren los datos y se los muestren, pues es común que, al efectuar tantos lanzamientos, se equivoquen o inventen información. De ser necesario recuérdeles los conceptos *frecuencia absoluta* y *frecuencia relativa*. • Ponga especial atención en las gráficas del final: una representa lo ocurrido al efectuar el experimento; la otra, lo esperado.	• Compara gráficas de distribución. • Comprende la relación que existe entre la probabilidad frecuencial y la teórica.

Lección 101 Con dos dados

Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Indicadores de desempeño
• Si observa que los alumnos tienen dificultades para resolver las actividades, sugiérales que comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Un error común en el ejercicio 1 es que los alumnos consideran como un solo resultado que los dados caigan 2 y 1; por ello es importante remarcarles que hay dos casos en donde los dados caen así. Esto se hace más evidente si se usan dados con diferente color o marcados. • Se sugiere revisar que completen correctamente la gráfica B. Puede aprovechar para mencionar que, aunque casi siempre son diferentes, la probabilidad frecuencial y la teórica son muy parecidas al efectuar el experimento un gran número de veces.	• Calcula la probabilidad frecuencial y la teórica. • Comprende el concepto de variable aleatoria. • Identifica diferencias y similitudes entre probabilidad frecuencial y teórica.

conect@ estrategias



Matemáticas

2

sm

DIRECCIÓN DE CONTENIDOS Y SERVICIOS EDUCATIVOS
Elisa Bonilla Rius

GERENCIA DE PUBLICACIONES ESCOLARES
Felipe Ricardo Valdez González

AUTORES
Silvia García Peña
David Francisco Block Sevilla

COORDINACIÓN EDITORIAL
Ernesto Manuel Espinosa Asuar

EDICIÓN
Macbeth Baruch Rangel Orduña, Cristóbal Bravo Marván
Uriel Jiménez Herrera

REVISIÓN TÉCNICA
Armando Solares Rojas

ELABORACIÓN DE EVALUACIONES TIPO ENLACE , ACTIVIDADES CON TECNOLOGÍA Y SELECCIÓN DE ENLACES WEB
Eric Ruíz Flores, Valentina Muñoz Porras

COLABORACIÓN
Mónica de Lourdes Valencia (páginas 106, 107, 156 y 157)

REVISIÓN TÉCNICA DE EVALUACIONES
Instituto de Evaluación y Asesoramiento Educativo (IDEA)

COORDINACIÓN DE CORRECCIÓN
Abdel López Cruz

CORRECCIÓN
Juan Eduardo Jiménez Zurita
Ana Lidia González Yescas

DIRECCIÓN DE ARTE
Quetzatl León Calixto

DISEÑO DE LA SERIE Y PORTADA
Brenda López Romero

COORDINACIÓN GRÁFICA
César Leyva Acosta

DIAGRAMACIÓN
Eliud Reyes Reyes
Maricarmen Martínez Muñoz

COORDINACIÓN DE ICONOGRAFÍA E IMAGEN
Ricardo Tapia

ICONOGRAFÍA
Penélope Graciela Ubaldo Jurado

FOTOGRAFÍA
© Carlos A. Vargas, 2012, © Iván Meza, 2012
© OTHERIMAGES, 2012, © AFP, 2012
© Thinkstock, 2012, Archivo SM

DIGITALIZACIÓN E IMAGEN
Carlos A. López

PRODUCCIÓN
Carlos Olvera, Víctor Canto

Matemáticas 2. Secundaria. Conect@ Estrategias
Primera edición, 2012

D. R. © SM de Ediciones, S. A. de C. V., 2012
Magdalena 211, Colonia del Valle,
03100, México, D. F.
Tel.: (55) 1087 8400
www.ediciones-sm.com.mx

Miembro de la Cámara Nacional
de la Industria Editorial Mexicana
Registro número 2830

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro ni su tratamiento informático ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del *copyright*.

Las marcas Ediciones SM®
y Conect@ Estrategias® son propiedad
de SM de Ediciones, S. A. de C. V.

Prohibida su reproducción total o parcial.

Impreso en México/*Printed in Mexico*

Presentación

¿Qué es **hacer matemáticas**? Diseñar un vitral, estimar la capacidad de un recipiente, averiguar el costo de un artículo que tiene cierto porcentaje de descuento e interpretar los datos de una gráfica en una noticia del periódico son algunos de los muchos casos en que hacemos matemáticas.

También **hacemos matemáticas** cuando contestamos preguntas propias de estas; por ejemplo: ¿existe un número que multiplicado por 5 dé un resultado con signo negativo? ¿Las medidas de los lados de un triángulo pueden ser tres números cualesquiera? ¿Cómo es la gráfica que corresponde a una relación de proporcionalidad?…

Hacer matemáticas es usar los conocimientos de esta disciplina para resolver ciertos problemas, y también es crear nuevos conocimientos, cuando los que se tienen son insuficientes.

Hacer matemáticas es, asimismo, una buena manera de aprenderlas. Por ello, en este libro te proponemos numerosas cuestiones que pueden resolverse con su ayuda. Nos interesa que aprendas matemáticas y las veas como una herramienta para pensar.

Presentación para el alumno

Cuando afrontas problemas nuevos debes sentirte con la libertad de poner en práctica lo que se te ocurra para resolverlos; por ejemplo, apoyarte en dibujos, ensayar resultados o procedimientos y, cuando no funcionen, probar otra vez. Poco a poco, al resolver más problemas, al conocer cómo proceden tus compañeros y con la ayuda del profesor, irá mejorando la manera en que los resuelves: será cada vez más ordenada, sistemática y comprobable. Es decir, harás mejores matemáticas.

Para aprender matemáticas es recomendable combinar el estudio individual con el trabajo en parejas, en equipos y en grupo.

- Al afrontar una nueva tarea es bueno que reflexiones; después, es importante que compartas ideas y dudas con los otros. Trabajar en parejas o en equipos puede serte muy útil para avanzar.
- Explicar al grupo tus acciones o las de tu equipo, conocer lo que hicieron otros equipos, decidir juntos si los resultados son correctos y atender los aportes del profesor te ayudará mucho a aprender.
- Después, es importante que, en algún momento, veas si puedes hacer tú solo la tarea.

A lo largo del libro se sugiere el trabajo en grupo, en equipo o en parejas. Sin embargo, es el profesor quien indicará el tipo de organización más adecuado para cada momento.

Esperamos, igual que todos los autores que escriben para jóvenes como tú, que este libro, además de ayudarte a aprender, te anime a exclamar: "¡Esto sí me gusta!".

Los autores

Guía de uso

Conecta Estrategias está estructurado en cinco bloques que tienen los siguientes elementos.

Entrada de bloque

Se presenta un contexto histórico o una situación cercana a los estudiantes y se plantean preguntas para fomentar el uso de las competencias matemáticas. El contexto de esta sección se retoma al final del bloque en la evaluación tipo PISA. También se enumeran los aprendizajes esperados del bloque.

Los contenidos se desarrollan en secuencias didácticas de varias lecciones. Cada secuencia cuenta con...

Número de bloque, de secuencia y de lección

Las secuencias se numeran por bloque. La numeración de las lecciones es continua en todo el libro.

Nombre de la lección

Contenido

Se indica el contenido que se trabaja en la secuencia.

BLOQUE 3
Secuencia 4 / lección 54
Mosaicos
¿Qué observaste que les mosaicos como los que se ponen en pisos y paredes, cubren el plano donde se encuentran sin dejar huecos ni sobreponerse? ¿Con cualquier figura se puede hacer esto? En esta secuencia responderás preguntas como esta.
Trabajen en equipo y resuelvan la siguiente situación. En una fábrica se producirán mosaicos con figuras geométricas como las que se ilustran. Usando solo un tipo de figura, ¿con cuáles es posible cubrir una pared o un piso sin sobreponerlos ni dejar huecos? Marquenlos con un X.
Comparen las respuestas con las de otros equipos. Calquen y recorten en cartoncillo diez polígonos iguales a los anteriores. Comprueben si es posible cubrir una porción del plano con cada figura.
2. Completen la tabla.
Polígono
Medida del ángulo interior
¿La medida del ángulo interior divide exactamente a 360°?
¿Puede cubrir el plano?
Triángulo equilátero
Cuadrado
Pentágono regular
Hexágono regular
Octágono regular
a) Anota los polígonos regulares cuyo ángulo interior sea un divisor de 360.
b) Observa qué los polígonos anteriores sí los que cumplen las condiciones del ejercicio 1.
¿Por qué sucede esto?
Comenta la respuesta con tus compañeros. Juntos, ejemplifiquenlo con un triángulo equilátero y un cuadrado.
Para cubrir el plano con polígonos regulares iguales es necesario colocar alrededor de un vértice varios de ellos, sin sobreponerlos ni dejar huecos. El ángulo total que forman debe ser de 360°. Por ejemplo, los hexágonos de ángulo interior 120°, si colocamos tres, se completan 360°.

Introducción a la secuencia

En la primera lección de cada secuencia se destaca algún aspecto sobresaliente del conocimiento que estudiarás. Lee la información junto con un compañero y, si es necesario, respondan las preguntas. Al terminar la secuencia, vuelvan a leer la información, coméntala con el resto del grupo y contrástenla con lo que aprendieron en la lección.

Puestas en común

Es el momento en el que compararás, argumentarás y validarás tus respuestas en equipo o en grupo.

Guía de uso

En las secuencias se intercalan cápsulas que fomentan la reflexión y el análisis, plantean retos y fortalecen las habilidades.

En contexto
Se muestran contextos en los que se usan los conocimientos de matemáticas que estás trabajando. A veces también se explica un concepto o se da una definición relacionada con la actividad.

Ya sabemos...
Recordatorio de conceptos o técnicas que los alumnos ya conocen.

Conceptos
Cuando es necesario, los conceptos, las técnicas o las fórmulas de la lección aparecen resaltados.

Reflexionamos
Preguntas que ayudan a profundizar en el aprendizaje de los contenidos. Respóndelas junto con un compañero, justifiquen su respuesta en su cuaderno y anoten las dificultades que tuvieron para hacerlo.

Evaluaciones tipo ENLACE
Reactivos de opción múltiple para repasar, consolidar y evaluar lo que sabes hacer.

Conectamos
Sugerencias de actividades relacionadas con el uso de las TIC. Usamos un gestor de enlaces para facilitar tu ingreso a las páginas web. Del 15 al 18 de octubre de 2012 se verificó que todos los vínculos seguían activos.

Una pista
Sugerencias para la resolución de algún problema o ejercicio con cierto grado de dificultad.

Convivimos
En cada bloque se hacen sugerencias que apoyan el desarrollo de las actitudes y valores que forman parte de tus competencias matemáticas. Comenta con tu grupo de qué forma las llevan a cabo.

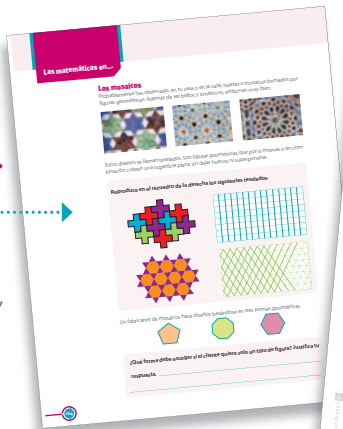
Evaluaciones tipo PISA
Respóndelas en tu cuaderno. Podrás hacerlas de forma individual o en equipo. Es importante que justifiquen las respuestas y procedimientos desarrollados.

Guía de uso

Al finalizar cada bloque, encontrarás otras dos secciones.

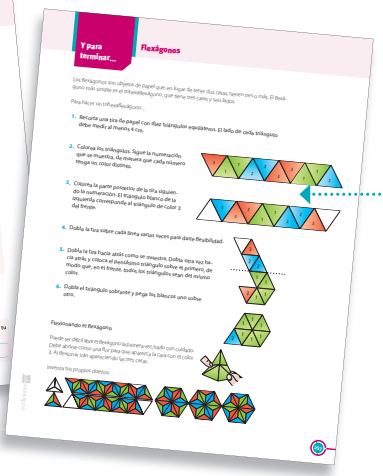
Las matemáticas en...

Se proponen situaciones de la vida cotidiana, la naturaleza, la música, y de otros ámbitos en los que, sorprendentemente, hay un conocimiento matemático en juego.



Y para terminar...

Contiene una actividad final que se relaciona con varios de los temas que se vieron en el bloque.



Al final del libro, encontrarás las siguientes secciones.

Glosario

Definiciones útiles que utilizarás en las secuencias didácticas.

Bibliografía para el profesor

Sugerencias de bibliografía y enlaces web para el profesor.

Bibliografía para el alumno

Te proponemos algunas referencias bibliográficas y sitios web para que repases y consolides tus aprendizajes.

Presentación para el profesor

Presentamos el enfoque didáctico que rigió la elaboración de las secuencias de lecciones de ***Conecta Estrategias. Matemáticas*** y, enseguida, la estructura de los libros.

El enfoque didáctico

La serie ***Conecta Estrategias. Matemáticas*** busca propiciar de manera significativa el desarrollo de las siguientes competencias.

1. Resolver problemas de manera autónoma

2. Comunicar información matemática

3. Validar procedimientos y resultados

4. Manejar técnicas eficientemente

A continuación se explica en qué consiste cada una y cómo se llevarán a cabo.

Resolver. Los enfoques contemporáneos para la enseñanza de las matemáticas tienden a coincidir en que, para lograr el aprendizaje significativo de un conocimiento, es necesario que este aparezca como respuesta a una pregunta o como solución a una problemática que los estudiantes ya hayan afrontado. Se considera también que, en muchos casos, al afrontar una problemática adecuadamente, desarrollan por sí mismos conocimientos aproximados al ideal.

Por ello, numerosas lecciones de ***Conecta Estrategias. Matemáticas*** comienzan con el planteamiento de uno o varios problemas. Solo después y paulatinamente se presenta la información relativa al conocimiento tratado.

¿Cómo solucionarán los estudiantes un problema si todavía no se les enseña el conocimiento que lo resuelve? Los problemas que se plantean antes de dar información suficiente han sido diseñados o seleccionados para que puedan resolverlos aunque no dispongan de la herramienta óptima. Esto significa que tal vez se aproximen a la solución con herramientas más elementales, o bien, que aun cuando no puedan resolverlos identifiquen una limitación en sus conocimientos previos y la necesidad de uno nuevo.

Después de analizar los problemas iniciales, conforme se introducen aspectos del nuevo conocimiento, es conveniente que los estudiantes resuelvan más problemas y ejercicios para aplicar dichos aspectos y afirmarlos. Cuando lo considere necesario, puede complementar los problemas y ejercicios de aplicación que se proponen con otros que diseñe o tome de otros materiales.

Comunicar. Al resolver problemas, los conocimientos se generan muchas veces de manera silenciosa, implícita, al menos parcialmente. Por ello, una fase importante en los procesos de aprendizaje de nociones matemáticas consiste en explicitar esos conocimientos, nombrarlos, representarlos y, también, adoptar convenciones.

Para dar lugar a la diversidad de procesos relacionados con la comunicación, en ***Conecta Estrategias. Matemáticas*** se apela a varios recursos: en cada lección se propone el trabajo en parejas o equipos, o la modalidad de una puesta en común de procedimientos y resultados. En estos momentos los estudiantes construyen formulaciones con sus palabras y aprenden de sus compañeros. Cabe recordar que diferentes formas de resolución ponen en juego distintas relaciones entre los datos, y conocer y analizar la resolución de otros, ayuda a comprender mejor algunas nociones, a verlas desde distintos puntos de vista. Las puestas en común también constituyen el momento ideal para que usted introduzca las formas convencionales de representación.

Además, para atender a la necesidad de crear un lenguaje matemático y perfeccionar su uso, se proponen situaciones en las que, como parte integral de una tarea matemática, los estudiantes deben comunicar algo a alguien, como dar instrucciones para que se construya una figura geométrica.

Otro aspecto más que suele vincularse con la capacidad de comunicación es la posibilidad de expresar ideas matemáticas e interpretarlas en distintos tipos de representación: gráfica tabular, numérica, geométrica y algebraica, entre otros.

Validar. ¿Cómo se sabe, en clase de Matemáticas, qué es correcto y qué es incorrecto? ¿Quién lo decide? Otra característica fundamental del quehacer matemático es el desarrollo de formas de probar que algo es correcto, verdadero. A la vez, esta característica ofrece una oportunidad formativa única: se trata de que el profesor ponga en manos de los estudiantes los medios para que aprendan a determinar la validez de sus procedimientos y resultados.

No es cuestión todavía de enseñar a los estudiantes a que hagan demostraciones formales, pero sí de que sientan la necesidad de probar las aserciones con los recursos a mano. En ***Conecta Estrategias. Matemáticas*** se proponen dos maneras de validar.

• Haciendo una prueba empírica. Por ejemplo, la manera empírica de apreciar si las medidas de una figura a escala son correctas consiste en comparar visualmente su forma con la original; la prueba empírica de que un número es solución de una ecuación consiste en sustituir el valor en la ecuación y ver si se obtiene una igualdad. Estas maneras de "probar" se nombran, frecuentemente, como verificar. Las pruebas claramente no son demostraciones, pero juegan un importante papel en los procesos de búsqueda, al permitir poner a prueba conjeturas, razonamientos.

• Por medio de validación semántica. Su principal característica es que se basa en argumentos, por ejemplo: "la suma de dos números impares es par, puesto que si quitas una unidad a cada uno, obtienes dos números pares, y además, un dos…". Se espera que, conforme avanzan en el conocimiento de los distintos temas, los estudiantes puedan hacer este tipo de validaciones con más frecuencia.

Técnicas. El desarrollo de técnicas y su aplicación en la resolución de problemas constituye otra característica del trabajo en matemáticas. En ***Conecta Estrategias. Matemáticas*** se ha puesto especial cuidado en la diversidad de técnicas por varias razones: ocurre con frecuencia que las técnicas más rápidas o más elaboradas para resolver ciertos problemas parecen fáciles de operar pero son difíciles de comprender (por ejemplo, el algoritmo de la multiplicación por decimales o la regla de tres); tal dificultad hace que los estudiantes tengan poco control sobre su uso y, en consecuencia, alteren los pasos. Otras técnicas, en cambio, aunque más precarias por ser más largas o menos sistemáticas son más fáciles de comprender, incluso, en ocasiones, las pueden establecer por sí mismos. Estas técnicas cumplen varias funciones: ayudan a consolidar la comprensión del tema; en ciertos casos, algunas son más económicas que la técnica más avanzada; y además constituyen una herramienta "de emergencia" para los casos en que olviden la más avanzada. A final de cuentas, ¿qué procedimiento es mejor? Esto depende tanto del tipo de problema como de los conocimientos de quien resuelve. Por ello, los estudiantes que han desarrollado varios procedimientos tienden a ser más exitosos en la resolución de problemas.

Estructura y otras características de la obra

El libro está organizado en cinco bloques, en cada uno hay contenidos de los tres ejes temáticos. Las lecciones se agrupan en secuencias didácticas de entre dos y cinco lecciones cada una. En cada secuencia se presenta un aspecto nuevo de un tema, se desarrolla y se cierra, lo que no impide que en otro grupo de lecciones se retome algún punto del mismo tema.

Además, como apoyo a su labor docente hemos pensado en algunos elementos dirigidos a un aspecto en específico.

• Para la planificación de la enseñanza incluimos una propuesta de dosificación de las lecciones. En esta se consideró que algunas lecciones son más complejas que otras, y la revisión de su contenido puede requerir dos o hasta tres clases.

• Para la evaluación continua indicamos en el índice los contenidos (conocimientos y habilidades) con el fin de facilitar su identificación y seguimiento.

Esperamos que ***Conecta Estrategias. Matemáticas 2*** constituya un apoyo en sus clases, una herramienta que enriquezca su acervo matemático y didáctico, pero, sobre todo, que se convierta en una fuente de aprendizaje y experiencias significativas para los estudiantes.

Los autores

Dosificación

Ya que el tiempo que dedica a cada secuencia depende, en gran parte, de su forma de trabajo y de las características de sus grupos, este cuadro es una propuesta que podrá modificar de acuerdo con el ritmo que marque el grupo, las fechas de entrega de calificaciones y las eventualidades (suspensiones, juntas, etc.). En aquellas semanas en que el tiempo lo permita, podrá trabajar las actividades de "Las matemáticas en…", así como "Y para terminar…" o adelantar

BLOQUES	SEMANAS 1	2	3	4
1	**Secuencia 1** Multiplicaciones y divisiones con números enteros **(lecciones 1-4)**	**Secuencia 2** Productos y cocientes de potencias enteras **(lecciones 5-7)**	**Secuencia 3** Relaciones entre ángulos y rectas paralelas cortadas por una transversal **(lecciones 8-12)**	**Secuencia 4** Construcción de triángulos con base en ciertos datos **(lecciones 13-14)**
2	**Secuencia 1** Problemas de adición y sustracción de monomios **(lecciones 29-30)**	**Secuencia 2** Problemas de adición y sustracción de polinomios **(lección 31-32)**	**Secuencia 3** Expresiones algebraicas equivalentes con modelos geométricos **(lecciones 33-34)**	**Secuencia 4** Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides **(lecciones 35-37)**
3	**Secuencia 1** Jerarquía de operaciones y paréntesis en cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios **(lecciones 45-47)**	**Secuencia 2** Problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas **(lecciones 48-51)**	**Secuencia 3** Suma de los ángulos interiores de cualquier polígono **(lecciones 52-53)**	**Secuencia 4** Características de los polígonos que permiten cubrir el plano **(lecciones 54-55)**
4	**Secuencia 1** Sucesiones de números enteros a partir de sus reglas algebraicas **(lecciones 66-68)**	**Secuencia 2** Problemas con ecuaciones de primer grado **(lecciones 69-71)**	**Secuencia 3** Ángulos inscritos y centrales en un círculo **(lecciones 72-73)**	**Secuencia 4** Características de gráficas de relaciones de proporcionalidad en el plano cartesiano **(lecciones 74-76)**
5	**Secuencia 1** Gráficas de funciones lineales **(lecciones 82-83)**	**Secuencia 2** Efectos en la gráfica de una función lineal al cambiar sus parámetros **(lecciones 84-87)**	**Secuencia 3** Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2×2 con coeficientes enteros **(lecciones 88-90)**	**Secuencia 4** Sistemas de ecuaciones de 2×2 con coeficientes enteros **(lecciones 91-93)**

En el bloque 5, se trabajan primero los contenidos del eje "Manejo de la información" (secuencias 1 y 2); pues ahí se presentan las nociones de ecuación de la recta, y de la función $y = mx + b$, que se usan después en las secuencias 3 y 4.

el trabajo de otros contenidos si no es suficiente el tiempo asignado en la tabla. Los colores señalan el eje al que corresponde cada contenido: en **azul** el eje "Sentido numérico y pensamiento algebraico"; en **anaranjado** "Forma, espacio y medida"; y en **verde** "Manejo de la información". La redacción de los contenidos ha sido simplificada.

SEMANAS				
5	6	7	8	9
Secuencia 5 Problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas **(lecciones 15-17)**	**Secuencia 6** Problemas diversos relacionados con el porcentaje **(lecciones 18-22)**	**Secuencia 7** Problemas con procedimientos recursivos **(lecciones 23-24)**	**Secuencia 8** Eventos y resultados posibles **(lecciones 25-26)** **Secuencia 9** Media y mediana **(lecciones 27-28)**	**Evaluación tipo ENLACE** **Evaluación tipo PISA** **(páginas 76-78)**
Secuencia 5 Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides **(lecciones 38-39)**	**Secuencia 6** Situaciones de proporcionalidad inversa **(lecciones 40-41)**	**Secuencia 7** Experimentos aleatorios y registro de resultados **(lecciones 42-44)**	**Evaluación tipo ENLACE** **Evaluación tipo PISA** **(páginas 116-118)**	
Secuencia 5 Equivalencias entre unidades de volumen y capacidad para líquidos y otros materiales **(lecciones 56-57)**	**Secuencia 6** Representación algebraica de una relación de proporcionalidad **(lecciones 58-59)**	**Secuencia 7** Presentación de información en histogramas o gráficas poligonales **(lecciones 60-62)**	**Secuencia 8** Propiedades de la media y la mediana **(lecciones 63-65)**	**Evaluación tipo ENLACE** **Evaluación tipo PISA** **(páginas 166-168)**
Secuencia 5 Análisis y representación de la variación lineal entre dos conjuntos de cantidades **(lecciones 77-78)**	**Secuencia 6** Resolución de situaciones de medias ponderadas **(lecciones 79-81)**	**Evaluación tipo ENLACE** **Evaluación tipo PISA** **(páginas 206-208)**		
Secuencia 5 Figuras simétricas respecto de un eje **(lecciones 94-96)**	**Secuencia 6** Medida de ángulos inscritos y centrales, arcos, área de sectores circulares y corona **(lecciones 97-99)**	**Secuencia 7** Comparación de gráficas de dos distribuciones (frecuencial y teórica) **(lecciones 100-101)**	**Evaluación tipo ENLACE** **Evaluación tipo PISA** **(páginas 254-256)**	

Índice

Presentación para el alumno 3
Guía de uso 4
Presentación para el profesor 7
Dosificación 10

BLOQUE 1 — 16

Lección	Título	Página	Contenido	Tema	Eje
Lección 1	¿Cuatro veces menos cinco?	18	Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros.	Problemas multiplicativos	Sentido numérico y pensamiento algebraico
Lección 2	¿Menos tres veces cinco?	20			
Lección 3	¿Menos cuatro veces menos cinco?	22			
Lección 4	El factor faltante	24			
Lección 5	Multiplicar y dividir potencias de la misma base	26	Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo.		
Lección 6	El número más grande posible	28			
Lección 7	¿Qué significa tres a la menos dos?	30			
Lección 8	Ángulos en la casa	32	Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos.	Figuras y cuerpos	Forma, espacio y medida
Lección 9	Ángulos que se corresponden	34			
Lección 10	Otras parejas de ángulos importantes	36			
Lección 11	La malla de los triángulos	38			
Lección 12	La malla de romboides	40			
Lección 13	Triángulos imposibles	42	Construcción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones.		
Lección 14	¿Iguales o diferentes?	44			
Lección 15	Diseños	46	Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides.	Medida	
Lección 16	Cajas y envases	48			
Lección 17	Geometría a tu alrededor	50			
Lección 18	Lo importante no es cuánto, sino qué parte	52	Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.	Proporcionalidad y funciones	Manejo de la información
Lección 19	Productos y terrenos	54			
Lección 20	Uno y diez por ciento	56			
Lección 21	El IVA y otros porcentajes	58			
Lección 22	Otros problemas de porcentaje	60			
Lección 23	Creciendo más rápido o más despacio	62	Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos.		
Lección 24	Intereses bancarios	64			
Lección 25	Más o menos probable	66	Comparación de dos o más eventos a partir de sus resultados posibles, usando relaciones como: "es más probable que…", "es menos probable que…".	Nociones de probabilidad	
Lección 26	Resultados posibles	68			
Lección 27	El salario representativo	70	Análisis de casos en los que la media aritmética o mediana son útiles para comparar dos conjuntos de datos.	Análisis y representación de datos	
Lección 28	Niveles de contaminación por ozono	72			

Las matemáticas en la medición de la circunferencia terrestre — 74

Evaluación (tipo ENLACE) — 76

Evaluación (tipo PISA) — 78

Y para terminar… — 79

Índice

BLOQUE 2					80
Lección	Título	Página	Contenido	Tema	Eje
Lección 29	Literales y números	82	Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de monomios.	Problemas aditivos	Sentido numérico y pensamiento algebraico
Lección 30	Expresiones algebraicas en pirámides y cuadrados	84			
Lección 31	Un juego para empezar	86	Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de polinomios.		
Lección 32	Sumando y restando polinomios	88			
Lección 33	Son diferentes pero valen lo mismo	90	Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos.	Problemas multiplicativos	
Lección 34	Expresiones equivalentes	92			
Lección 35	¿Quién ocupa más espacio?	94	Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos.	Medida	Forma, espacio y medida
Lección 36	Midiendo el volumen	96			
Lección 37	Prismas y pirámides: una buena relación	98			
Lección 38	Variaciones I	100	Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides.		
Lección 39	Variaciones II	102			
Lección 40	Relaciones inversamente proporcionales I	104	Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos.	Proporcionalidad y funciones	Manejo de la información
Lección 41	Relaciones inversamente proporcionales II	106			
Lección 42	Experiencias aleatorias	108	Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados, para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de esta con la probabilidad teórica.	Nociones de probabilidad	
Lección 43	Probabilidad teórica y frecuencia relativa I	110			
Lección 44	Probabilidad teórica y frecuencia relativa II	112			
Las matemáticas en el balón de futbol					**114**
Evaluación (tipo ENLACE)					**116**
Evaluación (tipo PISA)					**118**
Y para terminar…					**119**
BLOQUE 3					**120**
Lección	Título	Página	Contenido	Tema	Eje
Lección 45	Signos de agrupación	122	Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios.	Problemas multiplicativos	Sentido numérico y pensamiento algebraico
Lección 46	Diferentes resultados con los mismos números	124			
Lección 47	Paréntesis dentro de paréntesis	126			
Lección 48	Distintas formas de multiplicar	128	Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios.		
Lección 49	La medida de un lado I	130			
Lección 50	La medida de un lado II	132			
Lección 51	Multiplicaciones especiales	134			
Lección 52	Desde un vértice	136	Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono.	Figuras y cuerpos	Forma, espacio y medida
Lección 53	Calcular sin medir	138			
Lección 54	Mosaicos	140	Análisis y explicitación de las características de los polígonos que permiten cubrir el plano.		
Lección 55	Adornando el plano	142			

Índice

Lección 56	Cajas y recipientes	144	Relación entre el decímetro cúbico y el litro. Deducción de otras equivalencias entre unidades de volumen y capacidad para líquidos y otros materiales. Equivalencia entre unidades del Sistema Internacional de medidas y algunas unidades socialmente conocidas, como barril, quilates, quintales, etcétera.	Medida	Forma, espacio y medida
Lección 57	Noticias sobre medida	146			
Lección 58	Reglas de correspondencia I	148	Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación.	Proporcionalidad y funciones	Manejo de la información
Lección 59	Reglas de correspondencia II	150			
Lección 60	Agrupando datos I	152	Búsqueda, organización y presentación de información en histogramas o en gráficas poligonales (de series de tiempo o de frecuencia) según el caso y análisis de la información que proporcionan.	Análisis y representación de datos	
Lección 61	Agrupando datos II	154			
Lección 62	Otra manera de graficar datos agrupados	156			
Lección 63	La media aritmética	158	Análisis de propiedades de la media y mediana.		
Lección 64	¿La media es de 2.73 niños en edad escolar?	160			
Lección 65	El valor de en medio	162			
Las matemáticas en los mosaicos		164			
Evaluación (tipo ENLACE)		166			
Evaluación (tipo PISA)		168			
Y para terminar...		169			
BLOQUE 4		170			

Lección	Título	Página	Contenido	Tema	Eje
Lección 66	Otras formas de contar	172	Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen. Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética de números enteros.	Patrones y ecuaciones	Sentido numérico y pensamiento algebraico
Lección 67	Sucesiones y reglas generales	174			
Lección 68	Crecientes o decrecientes	176			
Lección 69	¿Qué número pensé?	178	Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + b = cx + d$ y con paréntesis en uno o en ambos miembros de la ecuación, utilizando coeficientes enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos.		
Lección 70	Amplificar y simplificar	180			
Lección 71	Problemas diversos	182			
Lección 72	Ángulos centrales	184	Caracterización de ángulos inscritos y centrales en un círculo, y análisis de sus relaciones.	Medida	Forma, espacio y medida
Lección 73	Ángulos inscritos	186			
Lección 74	Puntos en el plano	188	Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano.	Proporcionalidad y funciones	Manejo de la información
Lección 75	La gráfica también informa	190			
Lección 76	Viajar en automóvil	192			
Lección 77	Masas y resortes	194	Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$.		
Lección 78	Unas cantidades dependen de otras	196			
Lección 79	Las calificaciones	198	Resolución de situaciones de medias ponderadas.	Análisis y representación de datos	
Lección 80	Más problemas con la media ponderada y aritmética	200			
Lección 81	La media en datos agrupados	202			

Índice

Las matemáticas en las coordenadas geográficas					**204**
Evaluación (tipo ENLACE)					**206**
Evaluación (tipo PISA)					**208**
Y para terminar…					**209**
BLOQUE 5					**210**
Lección	Título	Página	Contenido	Tema	Eje
Lección 82	El lenguaje de las gráficas	212	Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.	Proporcionalidad y funciones	Manejo de la información
Lección 83	Puntos alineados	214			
Lección 84	El tinaco de agua	216	Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente.		
Lección 85	Gráficas, tablas y reglas de correspondencia	218			
Lección 86	La ecuación de la recta I	220			
Lección 87	La ecuación de la recta II	222			
Lección 88	Adivinanzas con dos números desconocidos	224	Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2×2 con coeficientes enteros. Reconocimiento del punto de intersección de sus gráficas como la solución del sistema.	Patrones y ecuaciones	Sentido numérico y pensamiento algebraico
Lección 89	Resolución gráfica de un sistema de ecuaciones	226			
Lección 90	Una solución, muchas soluciones o ninguna	228			
Lección 91	Técnicas para resolver sistemas de ecuaciones I	230	Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de un sistema de ecuaciones 2×2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente (suma y resta, igualación o sustitución).		
Lección 92	Técnicas para resolver sistemas de ecuaciones II	232			
Lección 93	Problemas diversos y una técnica más	234			
Lección 94	Reflejos I	236	Construcción de figuras simétricas respecto de un eje, análisis y explicitación de las propiedades que se conservan en figuras tales como triángulos isósceles y equiláteros, rombos, cuadrados y rectángulos.	Figuras y cuerpos	Forma, espacio y medida
Lección 95	Reflejos II	238			
Lección 96	Sin cuadrícula	240			
Lección 97	Triángulos y circunferencias	242	Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona.	Medida	
Lección 98	Un juego sobre ángulos	244			
Lección 99	Diseños con círculos	246			
Lección 100	Dos gráficas para un experimento	248	Comparación de las gráficas de dos distribuciones (frecuencial y teórica) al realizar muchas veces un experimento aleatorio.	Nociones de probabilidad	Manejo de la información
Lección 101	Con dos dados	250			
Las matemáticas en la criptografía					**252**
Evaluación (tipo ENLACE)					**254**
Evaluación (tipo PISA)					**256**
Y para terminar…					**257**

Glosario 258
Bibliografía para el alumno 261
Bibliografía para el profesor 262

BLOQUE 1

Aprendizajes esperados

- ✓ Resuelve problemas que implican el uso de las leyes de los exponentes y de la notación científica.
- ✓ Resuelve problemas que impliquen calcular el área y el perímetro del círculo.
- ✓ Resuelve problemas que implican el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: porcentaje = cantidad base × tasa. Inclusive problemas que requieren de procedimientos recursivos.
- ✓ Compara cualitativamente la probabilidad de eventos simples.

Plantas gigantes

Los lirios acuáticos o nenúfares son plantas asombrosas; en 2005 se encontró en Santa Cruz, Bolivia, un nenúfar de la especie *Victoria amazónica* con un diámetro de 278 cm, un tamaño suficiente para que una persona adulta quepa acostada con holgura. Estas especies crecen tan rápido que la superficie de sus hojas se duplica cada día.

1. Si la hoja de un nenúfar mide 1 cm^2 y cada día duplica su superficie, ¿qué superficie tendrá al cabo de diez días? ¿Puedes expresar ese número como una potencia de 2?
2. En algunos estanques, el número de nenúfares se duplica cada cinco años. Si hay 25 plantas, ¿cuántas habrá en 20 años?
3. El nenúfar más pequeño es el pigmeo de Ruanda (*Nymphaea thermarum*) cuyo diámetro mide apenas 1 cm. ¿Cuántas veces es más pequeña su área comparada con la de la *Victoria amazónica*?
4. Hay una variedad de nenúfar mexicano: el *Nymphaea mexicana*. Averigua cuál es su tamaño y en qué lugares del país se encuentra.

En el jardín botánico de Culiacán, Sinaloa, consiguieron por primera vez la reproducción de la *Victoria amazónica* en México. Encuentra más información en

www.e-sm.com.mx/SCM2A-017

Los conceptos matemáticos ayudan a comprender numerosos aspectos de la naturaleza: números grandes y pequeños, longitudes y áreas de figuras geométricas, comparaciones y proporciones, rapidez de crecimiento, etcétera.

En este bloque aprenderás a usar herramientas matemáticas, como las potencias, para efectuar cálculos con mayor agilidad; así como a calcular áreas y perímetros de círculos para resolver problemas.

BLOQUE 1

Secuencia 1 / lección 1

¿Cuatro veces menos cinco?

CONTENIDO
Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros

Una manera de entender la multiplicación 4 × 5 es expresarla como 4 veces 5, que equivale a 5 × 4; pero ¿qué significan multiplicaciones como –4 × 5 y –4 × (–5)? Son multiplicaciones con números positivos y negativos y, del mismo modo, también hay divisiones de números con signo, por ejemplo (–20) ÷ (–5). En esta secuencia estudiarás estas operaciones.

Convivimos

La multiplicación de números enteros, además de ser una operación importante, tiene su propio vocabulario, notación y significados. Al finalizar esta secuencia, elabora un resumen de las principales notaciones, reglas y el vocabulario estudiado. Compártelo con un compañero.

1. Lee la información y efectúa lo que se indica.

a) En un laboratorio se hace un experimento para el cual la temperatura de un líquido se disminuye 2 °C cada hora. Completa la tabla. Considera que la temperatura inicial del líquido es 0 °C.

Tiempo (horas)	1	2	3	4	5	6	7
Temperatura (°C)	–2	–4	–6	–8	–10	–12	–14

b) Expresa con una suma el cálculo de la temperatura a la que está el líquido después de ocho horas.

0 + (–2) + (–2) + (–2) + (–2) + (–2) + (–2) + (–2) + (–2)

c) Expresa ese cálculo con una multiplicación (8)(–2)

d) Un negocio está perdiendo $300.00 cada día. Considera las pérdidas como números negativos, completa la tabla.

Día	1	2	3	4	5	6	7
Pérdida total $	–300	–600	–900	–1200	–1500	–1800	–2100

e) Expresa con una suma el cálculo de la cantidad que perdió el negocio después de cinco días.

(–300) + (–300) + (–300) + (–300) + (–300)

f) Expresa ese cálculo con una multiplicación (5)(–300)

✸ Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Expliquen cuál es la relación entre las sumas y las multiplicaciones que indicaron en cada caso. Respondan lo siguiente y argumenten su respuesta.

comunicar

» Si el negocio continúa teniendo pérdidas durante 25 días, ¿cómo harían el cálculo de las pérdidas totales? R. T. Multiplicando –300 por 25.

2. Responde las preguntas.

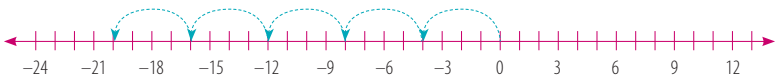
a) ¿Cuál es el resultado de sumar 4 veces –5? –20

b) ¿Cuál es el resultado de sumar 7 veces –8? –56

c) ¿Cuál es el resultado de sumar 30 veces –4? –120

3. Haz lo que se indica.

a) Expresa mediante una suma y una multiplicación la operación representada en la siguiente recta.



Suma: (–4) + (–4) + (–4) + (–4) + (–4) Multiplicación: (5)(–4)

b) Escribe las sumas mediante una multiplicación y calcula el resultado.

Suma	Multiplicación	Resultado
(–4) + (–4) + (–4)	3(–4)	–12
(–6) + (–6) + (–6) + (–6) + (–6)	5(–6)	–30
(–5) + (–5) + (–5) + (–5)	4(–5)	–20
(–15) + (–15) + (–15) + (–15) + (–15)	5(–15)	–75

c) Subraya, en cada caso, la multiplicación con el resultado correcto.

7 × (–4) = 28 — 7 × (–4) = –28
3 × (–9) = –27 — 3 × (–9) = 27
4 × (–5) = 20 — 4 × (–5) = –20

✸ **Comparen sus resultados, expliquen la manera en que los obtuvieron. Discutan la forma en que representaron las multiplicaciones en el inciso b) y, con ayuda del profesor, seleccionen las que consideren más adecuadas. Si hay algo que corregir, háganlo. Respondan las preguntas, consideren sus respuestas en el inciso c).**

» ¿Qué signo tiene el primer factor de la multiplicación? Positivo.

» ¿Qué signo tiene el segundo factor? Negativo.

» ¿Qué signo tiene el resultado? Negativo.

» Entre todos redacten una regla para multiplicar un número positivo por uno negativo y anótenla: R. P.

» Prueben la regla con varias multiplicaciones. Verifiquen si el resultado que obtuvieron es correcto haciendo la suma que corresponde a la multiplicación.

BLOQUE 1

Secuencia 1 / lección 2

¿Menos tres veces cinco?

CONTENIDO
Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros

1. Responde las preguntas.

a) ¿Cuánto es 4 veces 5? 20 ¿Y 5 veces 4? 20

b) ¿Cuánto es 8 veces 7? 56 ¿Y 7 veces 8? 56

c) ¿Cuánto es 3 veces –2? –6 ¿Y –2 veces 3? –6

2. Resuelve las multiplicaciones.

a) $4 \times 6 =$ 24 $6 \times 4 =$ 24

b) $9 \times (-2) =$ –18 $(-2) \times 9 =$ –18

c) Argumenta cómo encontraste los productos en el inciso b).

R. P.

d) Escribe una regla que generalice la regularidad que observes en las actividades 1 y 2.

R. P.

resolver

3. Usa tu calculadora para resolver las siguientes multiplicaciones. Localiza la tecla que te permite cambiar el signo de un número.

a) $5 \times (-8) =$ –40 $(-8) \times 5 =$ –40

b) $7 \times (-9) =$ –63 $(-9) \times 7 =$ –63

c) Responde o efectúa lo que se indica.

» En una multiplicación de dos números positivos, ¿se puede cambiar el orden de dos factores sin que cambie el producto? Sí. Da ejemplos de tu respuesta.

R. T. (5)(8) = (8)(5) = 40

» En una multiplicación de un número positivo y uno negativo, ¿se puede cambiar el orden de los factores sin que cambie el producto? Escribe, en tu cuaderno, tu respuesta y algunos ejemplos.

✸ Compara tus respuestas con las de otros compañeros. Argumenta la manera en que las obtuviste.

4. Trabaja en equipo. Resuelvan las operaciones y comparen sus resultados. En caso de que haya diferencias, verifiquen los resultados con la calculadora.

a) $4 \times (-10) =$ −40

b) $(-10) \times 4 =$ −40

c) $(-15) \times 3 =$ −45

d) $3 \times (-15) =$ −45

e) $6 \times (-1) =$ −6

f) $(-1) \times 6 =$ −6

g) $(-8) \times 0 =$ 0

h) $0 \times (-8) =$ 0

5. Reúnanse en equipo y hagan lo siguiente en su cuaderno.

Una pista

Descomponer el número en factores primos es útil para resolver algunos de estos casos.

a) Encuentren al menos tres multiplicaciones cuyo resultado sea −24 R. T. 8(−3); 6(−4); (−4)6

b) Encuentren dos números que sumados den 0 y multiplicados, −169 13 y −13

c) Encuentren dos números que sumados den 1 y multiplicados, −306 17 y −18

d) ¿El producto de dos números positivos puede dar como resultado −24? Si tu respuesta es sí, da un ejemplo. Si es no, explica por qué. R. T. No, siempre es positivo.

comunicar

e) ¿Cómo deben ser los números para que su suma sea 0 y su producto negativo? Selecciona una opción y da un ejemplo.

Iguales. Opuestos. Consecutivos.

✸ Comparen sus respuestas y, con ayuda de su profesor, completen las reglas para multiplicar números con signo y anoten tres ejemplos para cada una.

a) Siempre que se multiplican dos números positivos, el resultado tiene signo

positivo.

Ejemplos: 4(3) = 12 10(7) = 70 1(1) = 1 R. T.

b) Siempre que se multiplican dos números con distinto signo, el resultado tiene signo

negativo.

Ejemplos: 4(−3) = −12 10(−7) = −70 1(−1) = −1 R. T.

c) Siempre que un número positivo se multiplica por −1 el resultado tiene signo

negativo.

d) Expliquen cómo se calcula el resultado de la operación "menos tres veces cinco".

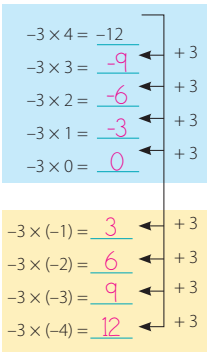
R. P.

BLOQUE 1

Secuencia 1 / lección 3

¿Menos cuatro veces menos cinco?

CONTENIDO Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros



1. Haz, con un compañero, lo siguiente.

a) Resuelvan las multiplicaciones de la tabla ubicada a la izquierda.

b) ¿Cuál es el resultado de multiplicar −3 × (−10) = ? 30

¿Y de −3 × (−20) = ? 60

c) ¿Qué signo tiene el producto de dos números negativos? Positivo.

2. Lleven a cabo, con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Comparen sus resultados con los de otras parejas.

b) Observen la regularidad. Por cada unidad que disminuye en el segundo factor, ¿qué le ocurre al producto?

c) Trabaja con un compañero. Construyan una tabla como la anterior a partir de la multiplicación −2 × 5. Escriban los productos que se obtienen al disminuir el segundo factor de uno en uno. Revisen si llegan a la misma conclusión que con la tabla anterior.

técnicas

3. Haz, en equipo, lo siguiente.

a) Multipliquen por −3 los valores de la columna amarilla y completen la tabla.

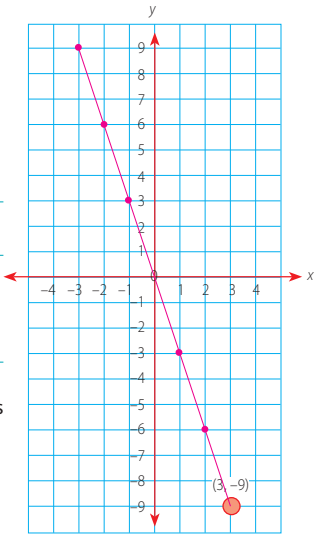
b) Ubiquen en el plano cartesiano de la página siguiente los puntos que corresponden a esas coordenadas. Asegúrense de que se encuentren alineados, y tracen una recta que pase sobre ellos.

Eje *x*	Eje *y*
3	−9
2	-6
1	-3
0	0
−1	3
−2	6
−3	9

c) Completen la lista de los pares de coordenadas que usaron para ubicar los puntos: (3, –9), (2, –6), (1, –3), (0, 0), (–1, 3), (–2, 6), (–3, 9).

Si la recta se prolonga, ¿qué número en el eje *y* le corresponde a –8 del eje *x*? 24 ¿Y cuál a –15? 45 ¿Cómo lo saben? R. T. Porque el valor de la ordenada se obtiene multiplicando por -3 el de la abscisa.

d) ¿Piensas que las coordenadas (–18, 54) corresponden a un punto de la recta? Sí. ¿Por qué? R. T. Porque (–3) (–18) = 54



4. Anota los resultados que faltan en la siguiente tabla. Después, contesta las preguntas y justifica las respuestas en tu cuaderno.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
3	–9	–6	–3		3	6	9
2	–6	–4	–2		2	4	6
1	–3	–2	–1		1	2	3
0				0			
–1	3	2	1		–1	–2	–3
–2	6	4	2		–2	–4	–6
–3	9	6	3		–3	–6	–9

a) ¿Por qué en las regiones verde y amarilla solo hay resultados positivos?
b) ¿Por qué en las regiones roja y azul solo hay resultados negativos?

5. Escribe los signos que faltan en la tabla y completa los enunciados.

resolver

Enunciado 1. Siempre que se multiplican dos números del mismo signo, el resultado es positivo.

Enunciado 2. Siempre que se multiplican dos números de distinto signo, el resultado es negativo.

×	+	–
+	+	–
–	–	+

6. Completa las multiplicaciones.

a) (–3)(–5) = 15 b) (–3)(5) = –15 c) (–7)(–8) = 56

d) (7)(–8) = –56 e) (–15)(4) = –60 f) (–15)(–4) = 60

Comparen, con ayuda del profesor, sus respuestas en las actividades 3 y 6. Si hay diferencias, analicen los errores y corrijan lo que sea necesario.

Ya sabemos...

Hay varias maneras de expresar una multiplicación sin utilizar el signo ×; por ejemplo, la multiplicación 5 por *a*, puede expresarse (5)(*a*); 5(*a*); (5)*a*; o bien, 5*a*.

BLOQUE 1

Secuencia 1 / lección 4

El factor faltante

CONTENIDO Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros

validar

1. Calcula mentalmente el factor faltante. Antes de pasar a la siguiente actividad revisa tus resultados con la calculadora.

a) (–7)(2) = –14

b) (–7)(–2) = 14

c) (–23)(–15) = 345

d) (23)(15) = 345

e) (1)(13) = 13

f) (–1)(13) = –13

g) (5)(–12) = –60

h) (–5)(12) = –60

2. Anota las multiplicaciones anteriores en la columna izquierda de la tabla. En la columna derecha escribe las divisiones que les corresponden.

Multiplicación en la que falta un factor		División que corresponde	
a)	(–7)(2) = –14	a)	(–14) ÷ (–7) = 2
b)	(–7)(–2) = 14	b)	14 ÷ (–7) = –2
c)	(–23)(–15) = 345	c)	345 ÷ (–23) = –15
d)	(23)(15) = 345	d)	345 ÷ 23 = 15
e)	(1)(13) = 13	e)	(13) ÷ (1) = 13
f)	(–1)(13) = –13	f)	(–13) ÷ (–1) = 13
g)	(5)(–12) = –60	g)	(–60) ÷ (5) = –12
h)	(–5)(12) = –60	h)	(–60) ÷ (–5) = 12

conect@mos

Descarga la actividad de multiplicación y división con enteros en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-024

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tu explicación en la pregunta 5.

3. Completa, en equipo, los enunciados.

a) El cociente de dos números con el mismo signo es un número positivo.

b) El cociente de dos números de distinto signo es un número negativo.

c) El cociente de un número, positivo o negativo, entre 1 es el mismo número.

d) El cociente de un número, positivo o negativo, entre –1 es su número simétrico.

✸ Comparen las respuestas de la actividad anterior con las de otros equipos. Completen, en grupo, el siguiente enunciado. El cociente de dividir 0 entre cualquier número positivo o negativo es cero.

resolver

4. Resuelve, en equipo, lo siguiente.

a) Encuentren al menos tres adiciones cuyo resultado sea –15

R. T. (–5) + (–5) + (–5); 25 + (–40); (–3) + (–12)

b) Encuentren al menos tres sustracciones cuyo resultado sea –10

R. T. –20 – (–10); 10 – (20); 50 – 60

c) Encuentren al menos tres multiplicaciones cuyo producto sea –20

R. T. (–2) (10); (–2) (–2) (–5); (–1) (20)

d) Encuentren al menos tres divisiones cuyo cociente sea –8

R. T. 24 ÷ (–3); (8) ÷ (–1); (–16) ÷ (2)

- Analicen, en grupo, las respuestas. Corríjanlas si es necesario.

5. Resuelve las operaciones.

a) $\frac{5+6-2}{-3} = -3$

b) $-5 \times \frac{-2}{2} = 5$

c) $\frac{(+4)(-6)(-2)}{8} = 6$

d) $\frac{2 \times 6}{4} - 30 = -27$

e) $\frac{-45+15}{45-15} = -1$

f) $\frac{(-4)(-2)(-3)}{-6} = 4$

- Compara tus resultados con los de tus compañeros. Si hay diferencias, encuentren los errores y corríjanlos.

6. Resuelve, en equipo, lo siguiente.

a) Encuentren dos números que sumados den 1 y multiplicados, –156 13; –12

b) Encuentren dos números cuyo cociente sea –4 y su producto, –36 –12; 3

c) Encuentren dos números que al restarlos den 10 y multiplicados, –24 6; –4

- Revisa, en el grupo y con ayuda de una calculadora, los resultados. Comenten cuáles son las reglas para dividir números con signo, escriban algunos ejemplos, y anoten las conclusiones en su cuaderno. Identifiquen la división que se menciona en la introducción de la secuencia y resuélvanla.

conect@mos

Practica la multiplicación de números enteros en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-025

Resuelve los ejercicios de las secciones "Multiplicar", "Dividir" y "Ejercicios". Comenta con un compañero las dificultades que encontraste.

BLOQUE 1

Secuencia 2 / lección 5

Multiplicar y dividir potencias de la misma base

CONTENIDO

Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo

En esta secuencia estudiarás algunas reglas para multiplicar y para dividir potencias, es decir, expresiones de la forma a^n. También aprenderás a elevar una potencia a otra potencia.

Ya sabemos...

En una potencia, el factor que se repite es la base y el número de veces que lo hace es el exponente. Por ejemplo:
En $5^3 = 5 \times 5 \times 5$, 5 es la base y 3 es el exponente.

1. Trabaja en equipo. Argumenten para llegar a un acuerdo sobre cómo llenar la tabla y complétenla. Anoten en la segunda columna la expresión usando multiplicaciones y en la tercera columna una expresión simplificada con la misma base y usando exponentes.

Producto de potencias	Multiplicación	Expresión del resultado usando exponentes
$2^3 \times 2^2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	2^5
$5^2 \times 5^4$	$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$	5^6
$6^5 \times 6$	$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$	6^6
$8^3 \times 8^3$	$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$	8^6
$9^5 \times 9^3$	$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$	9^8
$7^4 \times 7^4$	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	7^8

a) Analicen los exponentes de los productos de la primera columna y encuentren cómo se relacionan con los exponentes de la expresión ya simplificada.

¿Qué observan en la tercera columna? R. T. Los exponentes se suman.

b) Expresen el resultado de $7^3 \times 7^4$ con una potencia de base 7 7^7

c) Expresen el resultado de $11^8 \times 11^6$ con una potencia de base 11 11^{14}

d) Formulen una regla en su cuaderno que permita expresar el producto de dos potencias con la misma base como una potencia con esa base.

✸ Comparen con sus compañeros, y con ayuda del profesor, las reglas que formularon. Corrijan lo necesario para obtener una sola regla de todo el grupo. Anótenla en sus cuadernos.

2. Trabaja en equipo. Efectúen lo que se indica.

a) Apliquen la regla corregida en los siguientes ejercicios.

$2^4 \times 2^3 = 2^7$ $\qquad$ $3^2 \times 3^4 = 3^6$

b) Utilicen su calculadora para comprobar sus respuestas anteriores. Si tienen una calculadora científica, investiguen cómo se trabajan los exponentes en ella.

c) Propongan dos ejercicios más en su cuaderno y resuélvanlos.

- Analicen, con ayuda del profesor, algunos de los ejemplos que produjeron en el grupo. Vean si corresponden a multiplicaciones de potencias con la misma base, verifiquen cómo aplicaron la regla y si los resultados son correctos.

3. Trabaja en equipo. Argumenten para llegar a un acuerdo sobre cómo llenar la tabla y complétenla. Anoten en la segunda columna la expresión usando su forma multiplicativa y en la tercera columna una expresión simplificada.

División de potencias	Forma multiplicativa	Expresión simplificada usando exponentes
$\frac{5^5}{5^3}$	$\frac{5\times5\times5\times5\times5}{5\times5\times5}$	$5^2 = 25$
$\frac{3^6}{3^2}$	$\frac{3\times3\times3\times3\times3\times3}{3\times3}$	3^4
$\frac{9^7}{9}$	$\frac{9\times9\times9\times9\times9\times9\times9}{9}$	$9^6 = 531441$
$\frac{8^6}{8^3}$	$\frac{8\times8\times8\times8\times8\times8}{8\times8\times8}$	$8^3 = 512$
$\frac{10^8}{10}$	$\frac{10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10}{10}$	$10^7 = 10000000$

a) Analicen los exponentes que aparecen en las divisiones de la primera columna y encuentren cómo se relacionan con los exponentes de la expresión ya simplificada de la tercera columna. ¿Qué observan? R. T. Los exponentes se restan.

b) Expresen el resultado de $\frac{8^9}{8^5}$ como una potencia de base 8 8^4

c) Expresen el resultado de $\frac{12^4}{12}$ como una potencia de base 12 12^3

d) Formulen en su cuaderno una regla que permita expresar el resultado de una división de potencias con la misma base como una potencia de esa base.

- Comparen con sus compañeros, y con ayuda del profesor, las reglas que formularon. Corrijan lo necesario para obtener una sola regla de todo el grupo. Anótenla en su cuaderno.

4. Trabaja con un compañero.

a) Apliquen la regla corregida en los siguientes ejercicios.

$\frac{5^4}{5^2} = 5^2$ $\quad\quad$ $\frac{3^4}{3^4} = 3^0$

$\frac{2^3}{2^4} = 2^{-1}$ $\quad\quad$ $\frac{6^5}{6} = 6^4$

b) Utilicen su calculadora para comprobar sus respuestas anteriores.

c) Propongan dos ejercicios más en su cuaderno y resuélvanlos.

- Revisen, con ayuda del profesor, los resultados de la actividad anterior. Corrijan lo necesario y comenten cómo expresaron, con una potencia de base 3, el resultado de $\frac{3^4}{3^4}$

técnicas

conect@mos

Aprende más sobre las potencias en...

www.e-sm.com.mx/SCM2A-027

Contesta las preguntas y comenta con un compañero las dificultades que hayas tenido. Explica, en tu cuaderno, el significado de las expresiones "elevar al cuadrado" y "elevar al cubo".

BLOQUE 1

Secuencia 2 / lección 6

El número más grande posible

CONTENIDO

Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo

1. Trabaja en equipo. Combinen tres cifras "2" y los signos que necesiten para expresar el mayor valor posible. Escriban la expresión en su cuaderno.

✸ Comparen, ayudados por su profesor, sus expresiones con las de los otros equipos. Calculen la de mayor valor.

2. Observa las expresiones. Efectúa lo que se indica.

$3 \times 3 \times 3$	33^3	$3^{(3^3)}$	3×33
3^{33}	3×3^3	$(3^3)^3$	33×3

a) Subraya la expresión que tiene mayor valor. Puedes usar la calculadora.

b) De las expresiones anteriores, una se describe como **potencia de una potencia**. ¿Cuál es? $(3^3)^3$ ¿Cómo se lee esa expresión? 3 a la 3, a la 3

c) ¿Qué valor representa la potencia de una potencia que identificaste? 19 683

Explica cómo lo calculaste. R. T. Elevando 3 a la tercera potencia y haciendo lo mismo con el resultado.

3. Completa la tabla. Observa los ejemplos.

Potencia de potencias	Considerando el exponente que está fuera del paréntesis	Considerando el exponente que está dentro del paréntesis	Expresión simplificada usando exponentes
$(6^3)^4$	$(6^3)(6^3)(6^3)(6^3)$	$(6\times6\times6)(6\times6\times6)(6\times6\times6)(6\times6\times6)$	6^{12}
$(9^2)^5$	$(9^2)(9^2)(9^2)(9^2)(9^2)$	$(9\times9)(9\times9)(9\times9)(9\times9)(9\times9)$	9^{10}
$(3^4)^3$	$(3^4)(3^4)(3^4)$	$(3\times3\times3\times3)(3\times3\times3\times3)(3\times3\times3\times3)$	3^{12}
$(7^2)^2$	$(7^2)(7^2)$	$(7\times7)(7\times7)$	7^4
$(8^5)^2$	$(8^5)(8^5)$	$(8\times8\times8\times8\times8)(8\times8\times8\times8\times8)$	8^{10}

a) Escribe una regla para calcular el resultado de potencias de potencias.

R. T. La base se conserva; el nuevo exponente es el producto de los exponentes originales.

✸ Compara, con tus compañeros y con ayuda del profesor, las reglas que formularon. Argumenten y corrijan lo necesario para obtener una sola regla de todo el grupo. Anótenla en su cuaderno.

validar

4. Calcula las siguientes potencias de potencias utilizando la regla que encontraron. Comprueba con tu calculadora si el resultado es correcto.

a) $(2^3)^2 =$ $2^6 = 64$

b) $(3^2)^3 =$ $3^6 = 729$

c) $(2^2)^5 =$ $2^{10} = 1024$

d) $(4^3)^2 =$ $4^6 = 4096$

5. Trabaja en equipo. Efectúen lo que se indica.

a) Determinen si los enunciados son ciertos o falsos. Antes de clasificarlos, prueben con algunos ejemplos.

Una pista

Para saber si un número elevado a la potencia 0 es igual a 1, prueba con: $\frac{8^2}{8^2}, \frac{2^5}{2^5}, \frac{4^3}{4^3}$.

Enunciados	Cierto	Falso
El producto de dos potencias de la misma base es igual a la base elevada a la suma de los exponentes.	✔	
El cociente de dos potencias de la misma base es igual a la base elevada a la diferencia de los exponentes.	✔	
Todo número elevado a la potencia 0 es igual a 1.	✔	
La potencia de una potencia es igual a la base elevada a la suma de los exponentes.		✔

- Si algunos de los enunciados son falsos, corríjanlos. Anoten los definitivos aquí.

La potencia de una potencia es igual a la base elevada al producto de los exponentes.

- Expliquen sus respuestas y compárenlas con las de otros equipos. Si hay diferencias, determinen, mediante ejemplos, qué casos son los correctos.

técnicas

6. Aplica las reglas que has aprendido para resolver las operaciones.

a) $n^2 \times n^3 =$ n^5

b) $\frac{p^3}{p^2} =$ p

c) $(x^3)^2 =$ x^6

d) $p^a \times p^b =$ p^{a+b}

e) $(p^a)^b =$ p^{ab}

f) $\frac{p^a}{p^b} =$ p^{a-b}

- Lee la siguiente información con tus compañeros y el profesor. Calculen el resultado de las dos potencias. Discutan cuál es el uso de los paréntesis en esas operaciones.

La diferencia entre $(4^4)^4$ y $4^{(4^4)}$ es sutil, pero muy importante. La primera expresión puede leerse así: "cuatro elevado a la cuatro, a la cuatro"; mientras que la segunda se leería así: "cuatro elevado al resultado de cuatro a la cuatro".

BLOQUE 1

Secuencia 2 / lección 7

¿Qué significa tres a la menos dos?

CONTENIDO

Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo

1. Trabaja en equipo. En las lecciones anteriores se concluyó que el cociente de dos potencias de la misma base es igual a la base elevada a la diferencia de los exponentes: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$. Completen la tabla, siguiendo esta propiedad.

Expresión	Forma multiplicativa	Resultado exponencial	Resultado simple
$\frac{6^3}{6^2}$	$\frac{6 \times 6 \times 6}{6 \times 6}$	$6^{3-2} = 6^1$	6
$\frac{10^4}{10^2}$	$\frac{10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10}$	$10^{4-2} = 10^2$	100
$\frac{4^{11}}{4^{11}}$	$\frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}$	$4^{11-11} = 4^0$	1
$\frac{3^2}{3^3}$	$\frac{3 \times 3}{3 \times 3 \times 3}$	$3^{2-3} = 3^{-1}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{2^3}{2^5}$	$\frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$	$2^{3-5} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{3^7}{3^9}$	$\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$	$3^{7-9} = 3^{-2}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{a^x}{a^y}$	$\frac{a \times a \times a \times \ldots \text{ x veces}}{a \times a \times a \times \ldots \text{ y veces}}$	a^{x-y}	a^{x-y}
$\frac{b^n}{b^n}$	$\frac{b \times b \times b \ldots \text{ n veces}}{b \times b \times b \ldots \text{ n veces}}$	$b^{n-n} = b^0$	1

Convivimos

Una notación y un vocabulario adecuados facilitan el trabajo y permiten comunicar de manera clara las ideas matemáticas. En esta lección estudiarás el significado de una notación que utilizaste el curso anterior: la potencia negativa. Investiga en qué situaciones se usan las potencias negativas para escribir números.

- Revisen en grupo los resultados de la tabla. Verifiquen, en particular, que los siguientes enunciados sean ciertos. Después escriban una conclusión acerca de los exponentes negativos.

  a) El exponente negativo surge de una división de dos potencias con la misma base, en la que el exponente del dividendo es menor que el del divisor.
  Por ejemplo, $\frac{10^3}{10^5} = 10^{-2}$.

  b) Un número entero elevado a un exponente negativo es igual a una fracción cuyo numerador es 1 y su denominador, el mismo número con exponente positivo.
  Por ejemplo, $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$.

técnicas

2. Trabaja en equipo. Escribe las expresiones como números decimales.

a) $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0.0001$ b) $10^{-6} = \frac{1}{10^6} = 0.000001$

c) $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = 0.03125$ d) $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = 0.008$

- Comparen, con ayuda del profesor, los resultados del ejercicio 2 con los de otros equipos.

3. Relaciona las columnas; anota en el paréntesis la letra que corresponde a una expresión equivalente. Utiliza las reglas para operar potencias.

resolver

(B) $\frac{10^5}{10^7}$	A) 25
(D) $\frac{10^7}{10^5}$	B) 0.01
(A) $\frac{5^4}{5^2}$	C) $\frac{1}{8}$
(E) $\frac{5^3}{5^4}$	D) 100
(C) $\frac{2^5}{2^8}$	E) 0.2

4. Relaciona las columnas; escribe en el paréntesis la letra que corresponde a una expresión equivalente.

(I) $\frac{8^5}{8^3}$	F) $\frac{1}{8^2}$
(F) $\frac{8^3}{8^5}$	G) 8^5
(G) $8^2 \times 8^3$	H) $\frac{1}{8^6}$
(J) 8^{-5}	I) 8^2
(H) $(8^2)^{-3}$	J) $\frac{1}{8^5}$

- Compara tus respuestas de las actividades 3 y 4 con las de tus compañeros. En cada caso mencionen la o las reglas de los exponentes que usaron: producto de potencias de la misma base, cociente de potencias de la misma base, potencia de potencias o el significado de un exponente negativo y expliquen cómo las usaron.

5. Escribe, en tu cuaderno, las expresiones que se indican y anota el resultado al simplificarlas.

a) Un producto de dos potencias de la misma base, con cifras
b) Un producto de dos potencias de la misma base, con literales
c) Un cociente de dos potencias de la misma base, con cifras
d) Un cociente de dos potencias de la misma base, con literales
e) Un cociente de dos potencias de la misma base, del que resulte un exponente negativo
f) Un cociente de dos potencias de la misma base, del que resulte un exponente 0

- Revisa, con tus compañeros y con ayuda del profesor, algunas de las expresiones que propusieron, analicen los errores y corrijan lo necesario. Escriban, en su cuaderno, un resumen con el título "Operaciones con potencias". Anoten las reglas que han aprendido y ejemplifiquen cada una.

conect@mos

Consolida lo que sabes sobre potencias en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-031

Resuelve los ejercicios en la sección "Comprueba lo que sabes". Si tienes dudas, revisa las explicaciones en las demás secciones de la página.

BLOQUE 1

Secuencia 3 / lección 8

Ángulos en la casa

CONTENIDO

Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos

Cuando dos rectas paralelas se cortan por una transversal se forman diversos ángulos. En esta secuencia conocerás las relaciones entre las medidas de esos ángulos. También estudiarás las relaciones entre las medidas de los ángulos de triángulos y paralelogramos.

1. Trabaja en equipo. Observen la imagen del barandal; el ángulo marcado con rojo mide 50°. Consideren los ángulos marcados con color verde, negro y azul, y responde.

a) ¿Qué ángulo mide lo mismo que el ángulo rojo? El azul.

b) ¿Cuánto mide el ángulo negro? 130°

c) ¿Cómo lo saben? R. P.

d) ¿Qué ángulo mide lo mismo que el negro? El verde.

e) Marquen, en el lado izquierdo del barandal, dos ángulos: uno que mida lo mismo que el rojo (ángulo A) y otro con igual medida que el negro (ángulo B).

2. Trabaja en equipo. Consideren que el ángulo marcado con rojo mide 120°.

a) ¿Cuánto mide el ángulo marcado con azul? 120°

b) ¿Cuánto mide el ángulo marcado con verde? 60°

c) ¿Cuánto mide el ángulo marcado con negro? 120°

d) Marquen, en la parte inferior del barandal, un ángulo que mida lo mismo que el verde (ángulo C).

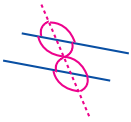
✸ Comenten con otros compañeros los resultados y expliquen cómo determinaron la medida de cada ángulo. Si consideran que la respuesta es correcta, pero no saben por qué, no se preocupen, en las siguientes lecciones aprenderán más sobre las medidas de ángulos que se forman cuando dos rectas paralelas son cortadas por una transversal.

3. Haz lo que se indica. Usa escuadras.

R. T.

a) Traza una recta que no sea perpendicular a las azules y que las corte.

b) Marca los ocho ángulos que se formaron; usa el mismo color para los ángulos que midan igual.



✸ Compara los resultados con los de tus compañeros. Verifiquen si coinciden en qué ángulos tienen la misma medida y argumenten por qué ocurre así.

resolver

4. A partir de las medidas de los ángulos que se indican en cada figura, haz lo que se pide. No midas, debes deducir las medidas que se solicitan.

Una pista

Señala las cuatro paralelas que atraviesan la puerta de forma diagonal.

El símbolo ∠a se lee "ángulo a"; en cambio, el símbolo ∡a se lee "medida del ángulo a".

a) **Imagen de la casa.** Se requiere cambiar el vidrio de la ventana más grande cuya forma es un trapecio. A partir de la medida que se indica, determina y anota las medidas de los ángulos del vidrio más grande.

∡**a** = 62° ∡**b** = 118° ∡**c** = 90° ∡**d** = 90°

b) **Imagen de la puerta.** Anota la medida de los ángulos de uno de los vidrios cuya forma es un trapecio.

∡**e** = 90° ∡**f** = 90° ∡**g** = 55° ∡**h** = 125°

c) Para comprar un vidrio igual al del centro de la puerta es necesario conocer la medida de los ángulos. Anota cuánto debe medir cada uno.

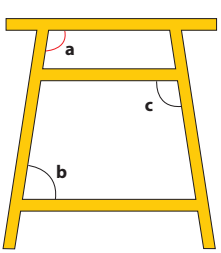
∡**m** = 125° ∡**n** = 55° ∡**p** = 125° ∡**q** = 55°

d) Explica en tu cuaderno qué rectas son paralelas en cada imagen y, en consecuencia, qué ángulos tienen la misma medida.

5. Observa la imagen. La cubierta de una mesa forma un ángulo **a** de 115°. Los travesaños son paralelos a la superficie. Calcula las medidas que se indican. Explica tu procedimiento en tu cuaderno.

a) ∡**b** = 65°

b) ∡**c** = 115°



✸ Argumenta y compara tus justificaciones para las respuestas de las actividades 4 y 5 con tres compañeros. Comenten cómo hacer un esquema geométrico que represente cada una de las tres situaciones y trácenlo.

BLOQUE 1

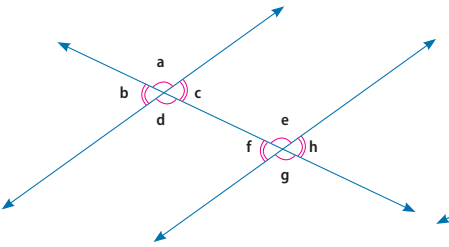
Secuencia 3 / lección 9

Ángulos que se corresponden

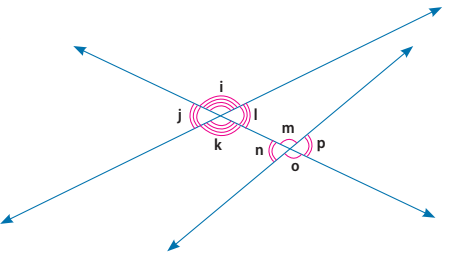
CONTENIDO

Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos

1. En la siguiente imagen aparecen dos sistemas de dos rectas cortadas por una transversal.



Sistema 1



Sistema 2

a) Marca en cada sistema, los ángulos de igual medida con un mismo color.

b) ¿En qué se parecen y en qué son distintos? Responde en tu cuaderno.

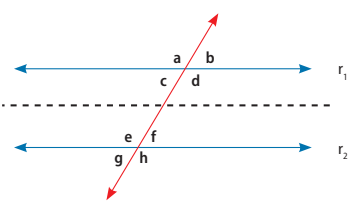
c) Observa que en el sistema 1 hay dos rectas paralelas. ¿Qué ángulos miden lo mismo debido a esto? a = d = e = g; b = c = f = h

Ya sabemos...

El símbolo ll indica que dos rectas son paralelas:

r_1 ll r_2 se lee: "r_1 es *paralela* a r_2".

2. Supón que cortas la siguiente figura por la línea punteada y sobrepones la recta r_1 en la recta r_2 de manera que coincidan los vértices de los ángulos. La recta r_1 es paralela a r_2.



a) ¿Qué ángulo coincide con el ∠**a**? e ¿Y con el ∠**b**? f

b) Reúnete con dos compañeros, comparen y argumenten sus respuestas. Lean la siguiente definición y respondan lo que se indica.

El ángulo **a** es el **correspondiente** del **e**, y el ángulo **b** es el **correspondiente** del **f**.

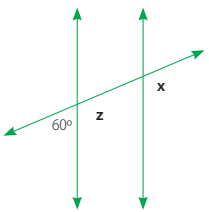
c) ¿Qué ángulo es el correspondiente del ∠**c**? g ¿Y del ∠**d**? h

validar

d) Verifiquen que si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces las medidas de los ángulos correspondientes son iguales.

- Compara las respuestas de las actividades 1 y 2 con las de tus compañeros. Tracen, en su cuaderno, dos rectas paralelas cortadas por una transversal; marquen una pareja de ángulos correspondientes y anoten sus medidas.

3. En el siguiente sistema hay dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Completa el razonamiento para deducir la medida del ángulo **x**.



a) Las medidas del ángulo de 60° y el ∠**z** suman 180°, entonces ∡**z** = 120°

b) El ∠**z** y el ∠**x** son correspondientes, por tanto miden lo mismo, así que ∡**x** = 120°

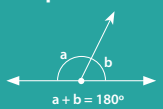
c) Hay otras maneras de hallar la medida del ángulo **x**. Escribe al menos una. Si es necesario marca otros ángulos en el sistema de rectas.

R. P.

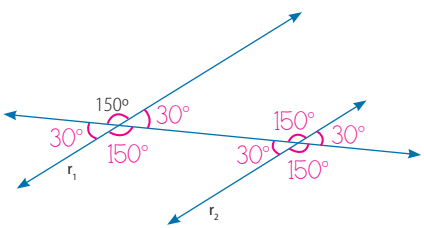
Ya sabemos...

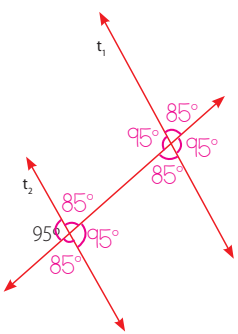
Dado que el ángulo llano mide 180°,

la suma de dos ángulos que yuxtapuestos forman uno llano es 180°. A estos se les llama **suplementarios**.



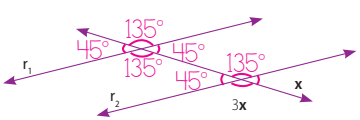
4. Escribe las medidas de todos los ángulos que faltan. Nombra a los ángulos si es necesario.





5. Plantea una ecuación para encontrar la medida del ángulo **x**. Escribe la medida de cada uno de los ángulos.

resolver



$3x + x = 180$

$4x = 180$

$x = \frac{180}{4}$

$x = 45$

Ecuación: _____

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Resuman, en su cuaderno, qué son los ángulos correspondientes entre dos paralelas cortadas por una transversal; no olviden anotar la relación entre ellos.

BLOQUE 1

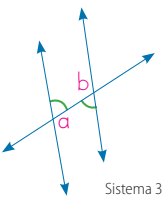
Secuencia 3 / lección 10

Otras parejas de ángulos importantes

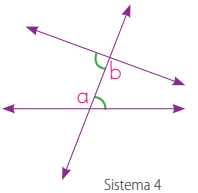
CONTENIDO

Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos

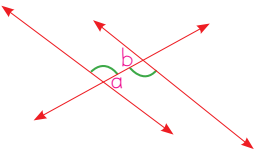
1. En cada sistema de rectas cortadas por una transversal se señalan con arcos verdes las parejas de ángulos denominados **alternos internos**.



Sistema 3



Sistema 4



Sistema 5

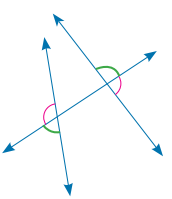
a) ¿Los ángulos alternos internos están del mismo lado de la transversal o de diferente lado? Diferente. ¿Están entre las dos rectas que cortan la transversal o fuera de ellas? Entre las dos rectas.

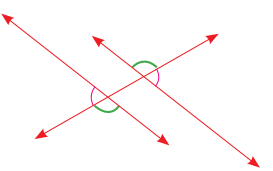
comunicar

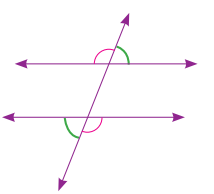
b) Escribe, en tu cuaderno, a partir de las respuestas anteriores, una definición de ángulos alternos internos.

c) En cada sistema hay otra pareja de ángulos alternos internos. Identifícala y señala los ángulos con las literales **a** y **b**.

2. Observa que las siguientes parejas de ángulos marcados del mismo color se encuentran en diferente lado de la transversal y fuera de las rectas que corta.


Sistema 6


Sistema 7


Sistema 8

a) Propón un nombre para este tipo de parejas de ángulos. Justifica en tu cuaderno la razón de tu elección. Alternos externos.

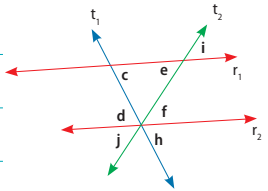
b) En cada sistema hay otra pareja de ángulos que cumple estas características. Identifícala y señala los ángulos con un arco rojo.

3. Traza en tu cuaderno dos rectas no paralelas cortadas por una transversal, de manera que los ángulos alternos internos sean iguales. R. T. Deben ser paralelas para que haya igualdad.

¿Qué observas? Responde en tu cuaderno.

validar

4. La siguiente figura es un sistema de paralelas (r_1 y r_2) cortadas por dos transversales (t_1 y t_2). Completa las afirmaciones escribiendo t_1 o t_2, según corresponda. Lee la información que se presenta e identifica un ejemplo de cada caso.



a) Los ángulos **c** y **d** son alternos internos respecto a la transversal: t_1

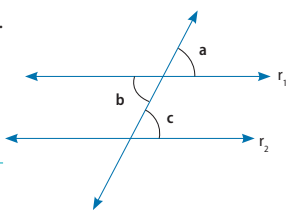
b) Los ángulos **i** y **j** son alternos externos respecto a la transversal: t_2

c) Los ángulos **e** y **j** son correspondientes respecto a la transversal: t_2

d) Los ángulos **c** y **h** son correspondientes respecto a la transversal: t_1

Cuando dos rectas paralelas son cortadas por una transversal…
- los ángulos alternos internos miden lo mismo.
- los ángulos alternos externos tienen la misma medida.

5. En la figura de la derecha, r_1 y r_2 son paralelas y los ángulos **b** y **c** son alternos internos.



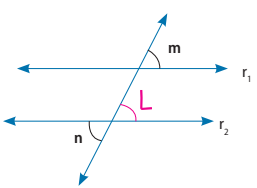
a) Completa los siguientes argumentos para encontrar la relación entre las medidas de estos ángulos en un sistema de paralelas.

» Los ángulos **a** y **b** miden lo mismo porque son opuestos por el vértice.

» Los ángulos **a** y **c** miden lo mismo porque son correspondientes.

» Como los ángulos **b** y **c** miden lo mismo que el ∠**a**, entonces son iguales.

b) Anteriormente se usó el siguiente argumento: "Si dos ángulos tienen la misma medida que un tercero, entonces miden lo mismo". Con base en esta premisa explica cómo, en un sistema de paralelas, los ángulos alternos externos miden lo mismo.



R. T. Los ángulos **n** y L son opuestos por el vértice, por lo cual son iguales; y como L es correspondiente a **m**, ocurre que **m** y **n** son iguales a L, lo que implica que son iguales entre sí.

✸ Comenta, en el grupo, tus respuestas de las actividades anteriores. Pónganse de acuerdo en una definición para los ángulos alternos internos y alternos externos, escríbanla y ejemplifíquenla en su cuaderno.

Una pista

Los ángulos de la actividad 2 son alternos externos, pues están en lados distintos de la transversal, pero afuera de las rectas que corta.

conect@mos

Identifica los ángulos que se forman al cortar rectas paralelas en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-037

Contesta las preguntas y comenta con un compañero qué dificultades encontraste.

BLOQUE 1

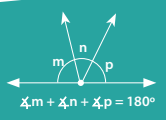
Secuencia 3 / lección 11

La malla de los triángulos

CONTENIDO

Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos

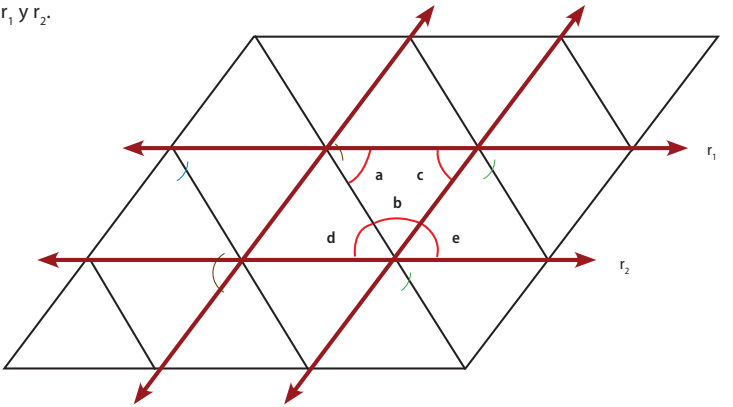
Ya sabemos...



$\measuredangle m + \measuredangle n + \measuredangle p = 180°$

Estos ángulos forman un ángulo llano.

1. Trabaja en equipo. Observen la malla formada por triángulos iguales y las rectas paralelas r_1 y r_2.



a) Marquen con color azul un par de ángulos alternos internos; con verde, uno de ángulos correspondientes; y con café, otro de ángulos alternos externos.

b) Observen que los ángulos **a**, **b** y **c** son los ángulos interiores de un triángulo. ¿Cuánto suman las medidas de estos tres ángulos? 180°

c) ¿Cómo obtuvieron el resultado anterior? R. P.

resolver

d) Completen el razonamiento para verificar si las respuestas anteriores son correctas.

» Como r_1 es una recta paralela a r_2,

el ∠**a** mide lo mismo que el ∠**d** por ser alternos internos.

el ∠**c** mide lo mismo que el ∠**e** por ser alternos internos.

» $\measuredangle \mathbf{d} + \measuredangle \mathbf{b} + \measuredangle \mathbf{e} =$ 180°, por formar un ángulo llano.

» Si en la suma anterior sustituimos $\measuredangle \mathbf{d}$ por $\measuredangle \mathbf{a}$ (porque son iguales) y $\measuredangle \mathbf{e}$ por $\measuredangle \mathbf{c}$ (también iguales), la suma queda

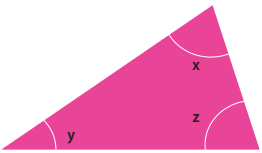
a + b + c = 180°

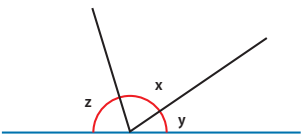
- Verifiquen, en el grupo, si llegaron a la siguiente conclusión.

Las medidas de los ángulos interiores de cualquier triángulo siempre suman 180°.

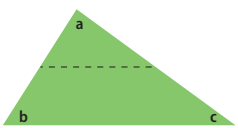
2. A continuación se describen otras dos maneras para mostrar que los ángulos interiores de un triángulo suman 180º.

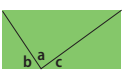
a) Recorta un triángulo cualquiera en papel. Corta sus ángulos y colócalos uno al lado del otro, tal como se muestra en la figura.





b) Recorta otro triángulo cualquiera y haz los dobleces que marcan las líneas punteadas, tal como se muestra.





c) Pega en tu cuaderno las figuras que obtuviste. Como título te sugerimos "Los ángulos interiores de un triángulo siempre suman 180°".

3. Resuelve los siguientes problemas.

a) Traza un triángulo cuyos ángulos internos midan 50º, 60º y 30º. Anota tus observaciones en tu cuaderno.

b) Los ángulos de un triángulo equilátero son iguales. ¿Cuánto mide cada uno? 60°

c) En un triángulo, el segundo ángulo mide el doble que el primero, y el tercero, el triple del primero. ¿Cuánto mide cada ángulo? 30°, 60°, 90°

d) Traza un cuadrilátero y marca una de sus diagonales. Responde.

» ¿En cuántos triángulos quedó dividido? En dos.

» ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos de cada triángulo? 180°

» ¿Y las del cuadrilátero? 360°

✸ Compara los resultados con los de tus compañeros. Escriban en el cuaderno las conclusiones e ilústrenlas.

conect@mos

Practica lo aprendido sobre ángulos en...

www.e-sm.com.mx/SCM2A-039

Si tienes dudas, repasa los conceptos estudiados en las lecciones 9, 10 y 11.

BLOQUE 1

Secuencia 3 / lección 12

La malla de romboides

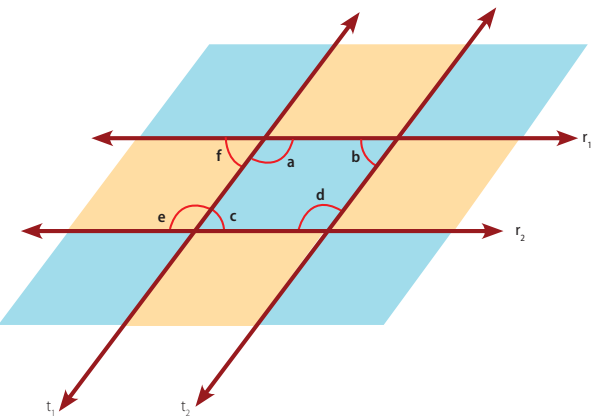
CONTENIDO

Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos

Ya sabemos...

Los romboides, al igual que los cuadrados, rectángulos y rombos, son paralelogramos, porque sus lados opuestos son paralelos.

1. Sabemos que $r_1 \parallel r_2$ y $t_1 \parallel t_2$. Noten que los ángulos interiores del romboide son **a**, **b**, **c** y **d**. Respondan las preguntas según lo que les parezca más conveniente; posteriormente, verificarán, en la actividad 2, si están en lo correcto.



a) ¿Cómo son entre sí los ángulos **a** y **d**? Iguales.

b) ¿Y los ángulos **c** y **b**? Iguales.

c) ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos **a** y **b**? Suman 180°

d) ¿Y las de los ángulos **c** y **d**? Suman 180°

e) ¿Cuál es el resultado de $\measuredangle a + \measuredangle b + \measuredangle c + \measuredangle d$? 360°

validar

2. Trabaja en equipo. Comprobarán si las respuestas anteriores son correctas. Para ello completen o escriban los razonamientos que se indican; cada uno corresponde a uno de los incisos del ejercicio anterior.

Una pista

Recuerda las relaciones entre los ángulos formados por dos paralelas cortadas por una transversal: hay ángulos correspondientes, alternos internos, alternos externos…

a) Relación entre los ángulos **a** y **d**.

» Como r_1 es paralela a r_2, el $\angle e = \angle a$, por ser alternos internos.

» Como t_1 es paralela a t_2, el $\angle e = \angle d$, por ser correspondientes.

» Como $\measuredangle a = \measuredangle e$ y $\measuredangle d = \measuredangle e$, entonces $\measuredangle a$ y $\measuredangle d$ son iguales.

b) Relación entre el ∠**a** y el ∠**b**.

» ∡**a** + ∡**f** = 180°, por ser complementarios.

» ∡**b** = ∡**f**, por ser correspondientes.

» Entonces, ∡**a** + ∡**b** = 180°

c) Escriban un razonamiento similar a los anteriores para encontrar la suma de los ángulos **c** y **d**.

comunicar

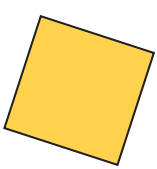
R. P.

d) Respondan con base en los resultados de b) y c). ¿Cuánto suman las medidas de los cuatro ángulos interiores de un romboide? 360°

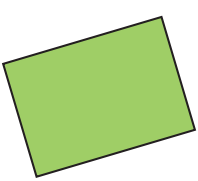
- Comparen sus conjeturas iniciales con los razonamientos posteriores y compartan las respuestas con sus compañeros. Después tracen en su cuaderno un romboide, marquen sus ángulos y verifiquen que se cumpla la siguiente afirmación.

En cualquier romboide, los ángulos opuestos miden lo mismo y las medidas de los ángulos consecutivos suman 180°.

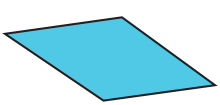
3. Al igual que los romboides, los cuadrados, los rectángulos y los rombos, también son paralelogramos. Escribe *Sí* o *No*, dependiendo de si la información del recuadro anterior se cumple en estas figuras.



Sí



Sí



Sí

conect@mos

Descarga la actividad de ángulos y paralelas en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-041

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, el texto que redactaste en la pregunta 3.

- Compara tus respuestas con las de dos compañeros. Comenten si la afirmación del recuadro se cumple para todos los paralelogramos. Verifiquen su respuesta trazando algunos.

BLOQUE 1

Secuencia 4 / lección 13

Triángulos imposibles

CONTENIDO

Construcción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones

Dadas tres medidas de longitud, ¿siempre es posible construir un triángulo? Por ejemplo, ¿puede haber uno cuyos lados midan 1 cm, 2 cm y 3 cm? Y, dadas tres medidas de ángulos, ¿es posible construir un triángulo? ¿Puede existir un triángulo cuyos ángulos midan 20°, 30° y 40°? En esta secuencia explorarás estas cuestiones.

resolver

1. Trabaja en equipo. En cada fila de la tabla se dan tres medidas de segmentos con los que se pretende formar triángulos, pero en algunos casos esto no se puede. Tracen triángulos con las medidas indicadas y completen la segunda columna.

Medidas de los lados	¿Es posible o imposible?	Cuando fue imposible, ¿qué sucedió?
5 cm, 5 cm, 5 cm	Posible.	R. P.
6 cm, 4 cm, 7 cm	Posible.	
8 cm, 3 cm, 3 cm	Imposible.	
9 cm, 5 cm, 4 cm	Imposible.	
3 cm, 7 cm, 6 cm	Posible.	
2 cm, 4 cm, 10 cm	Imposible.	
3 cm, 4 cm, 15 cm	Imposible.	

Una pista

Repasa en tu libro de primer grado cómo trazar un triángulo con regla y compás.

- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. En caso de que no coincidan, tracen el triángulo para verificar.
- Establezcan en grupo un criterio para determinar cuándo es posible trazar un triángulo con tres medidas específicas. Anoten sus conclusiones.

La suma de cualesquiera dos de sus lados debe ser mayor que el tercero.

validar

2. Verifiquen sus conclusiones, respondan la primera pregunta de la introducción de esta secuencia y propongan otras ternas de medidas. En cada caso tracen el triángulo correspondiente.

3. En la tabla están anotadas tres medidas de ángulos para formar un triángulo. Traza los triángulos, observa lo que ocurre en cada caso y completa la tabla.

Medidas para los ángulos de un triángulo	¿Es posible?	¿Por qué?
40°, 50°, 100°	Imposible.	Los ángulos interiores de un triángulo deben sumar 180°.
30°, 30°, 60°	Imposible.	Los ángulos interiores de un triángulo deben sumar 180°.
90°, 45°, 45°	Posible.	Los ángulos suman 180°.
45°, 45°, 45°	Imposible.	Los ángulos interiores de un triángulo deben sumar 180°.
60°, 60°, 60°	Posible.	Los ángulos suman 180°.
85°, 45°, 50°	Posible.	Los ángulos suman 180°.
15°, 100°, 80°	Imposible.	Los ángulos interiores de un triángulo deben sumar 180°.

Una pista

Recuerda lo estudiado en la lección "La malla de los triángulos".

- Compara tus respuestas con las de algún compañero. En los casos en que no fue posible trazar el triángulo, cambien la medida de un ángulo para que sea posible trazarlo. Verifiquen sus respuestas trazando en su cuaderno los nuevos triángulos.

4. Traza en el siguiente espacio un triángulo cuyos ángulos midan 50°, 50° y 80°.

R. P.

conect@mos

Descarga la actividad de construcción de triángulos en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-043

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, la justificación que diste en la pregunta 3.

5. Compara tu triángulo con los de tus compañeros.

a) ¿En qué son iguales? R. P.

b) ¿En qué son diferentes? R. P.

- Discutan, con el resto del grupo, si dadas las medidas de los ángulos que se indican en la introducción, es posible trazar un triángulo. Escriban la justificación en su cuaderno.

BLOQUE 1

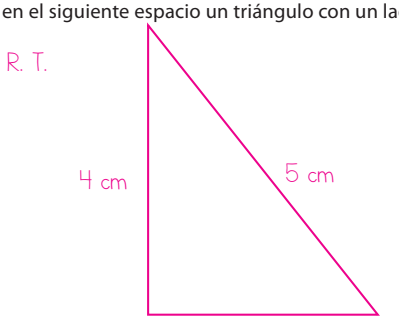
Secuencia 4 / lección 14

¿Iguales o diferentes?

CONTENIDO

Construcción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones

1. Traza en el siguiente espacio un triángulo con un lado de 4 cm y otro de 5 cm.



comunicar

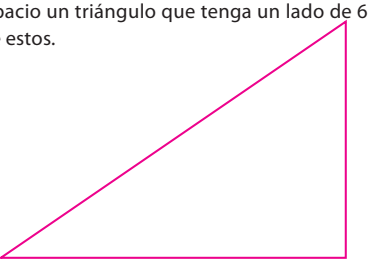
2. Trabaja en equipo. Comparen sus triángulos, contesten las preguntas en su cuaderno: ¿todos los triángulos son iguales?, ¿es posible trazar triángulos distintos con esas medidas?

a) ¿Qué otro dato habría que determinar para asegurar que todos los triángulos fueran iguales? R. P.

validar

b) Trabaja en equipo. Verifiquen la respuesta del siguiente modo: den un valor al dato que indicaron, tracen el triángulo en su cuaderno y compárenlo una vez más con el de sus compañeros.

3. Traza en el siguiente espacio un triángulo que tenga un lado de 6 cm y otro de 4 cm y un ángulo de 60° entre estos.



4. Reúnete en equipo. Comparen sus triángulos con los de sus compañeros y contesten.

a) ¿Los triángulos son iguales? Sí

b) ¿Por qué sucedió esto? R. P.

c) ¿Qué distingue a los datos de las actividades 1 y 3? R. P.

conect@mos

Al terminar esta lección, consolida lo que sabes sobre construcciones de triángulos en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-044

Efectúa las actividades en la sección "Construcción de triángulos" y comenta con un compañero qué dificultades tuviste. Explica, en tu cuaderno, qué condiciones son necesarias para poder construir un triángulo.

- En grupo, lean y comenten lo siguiente.

Al tratar de hacer una figura geométrica con ciertas condiciones puede suceder que…
a) no se pueda trazar,
b) quede determinada de manera única,
c) haya figuras diferentes que cumplan esas condiciones.
Así, un problema de construcción puede tener una solución, muchas o ninguna.

Reflexionamos

¿Por qué no puede existir un triángulo que sea equilátero y a la vez tenga un ángulo recto?

5. Prevé lo que pasará y completa la tabla antes de hacer trazos.

Condiciones para trazar el triángulo	¿Se puede trazar?	Si se puede, ¿hay una sola solución?	Si hay varias soluciones, ¿qué dato habría que dar para que la solución fuera única?
Tres ángulos de 60°	Sí.	No.	La medida de un lado.
Tres lados de 6 cm y un ángulo de 90°	No.		
Dos lados de 6 cm y un ángulo de 90° entre ellos	Sí.	Sí.	
Un lado de 3 cm, otro de 4 cm y dos ángulos de 60°	No.		
Un ángulo de 90° y que los lados midan 4 cm, 6 cm y 7 cm	No.		
Un lado de 5 cm que sea parte de un ángulo de 120° y de otro de 30°	Sí.	Sí.	
Un lado de 5 cm y un ángulo de 45°	Sí.	No.	La medida de los ángulos que forman el lado de 5 cm.
Un ángulo de 40° y otro de 60°	Sí.	No.	La medida del lado adyacente a esos ángulos.
Tres lados de 5 cm	Sí.	Sí.	

6. Verifica tus respuestas trazando en tu cuaderno las figuras que consideraste posibles.

- Compara las respuestas con las de tus compañeros. Si es necesario, corrijan sus anotaciones. validar
  Inventen y anoten en el cuaderno dos problemas en los que
  a) sea imposible trazar un triángulo o un cuadrilátero;
  b) sea posible trazar un triángulo y haya una respuesta única;
  c) verifiquen sus respuestas trazando las figuras en su cuaderno.

Secuencia 5 / lección 15

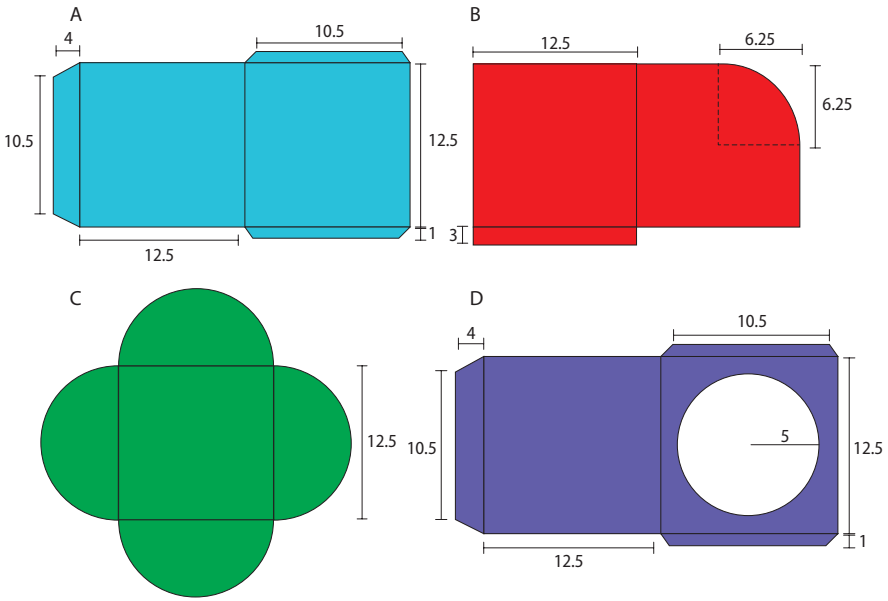
Diseños

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides

¿Cuánto papel se requiere para forrar una caja? ¿Cuánto vidrio necesita una ventana? ¿Con cuántos metros cuadrados de mosaico se tapizan las paredes de un baño? Y un jardín, ¿con cuánto pasto se cubre? Estas preguntas tienen en común que requieren aplicar el cálculo de áreas.

1. Como parte de su promoción una compañía va a distribuir 1 000 discos compactos. Para entregarlos hará sobres de cartón con su logotipo. El diseñador ha presentado las siguientes opciones. Todas las medidas están dadas en centímetros y las partes curvas son arcos de circunferencias. Responde y argumenta en tu cuaderno.



a) Antes de hacer cálculos, haz una estimación y anota en qué sobre se ocupará menos cartón y en cuál más.

b) Efectúa los cálculos y verifica las estimaciones que hiciste en el inciso a). Indica el área de cada sobre.

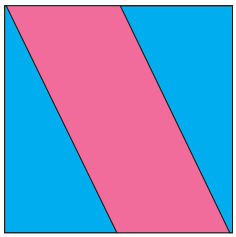
c) Una de las ejecutivas opina que, aunque se gaste más cartón, la presentación **C** es más original que las otras. ¿Cuánto cartón de más se ocupará en 1 000 sobres en relación con el que ocupa menos si se elige la opción C?

✹ Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Expliquen cuáles fueron sus criterios para responder en los incisos a) y b). Comenten las ventajas y desventajas de cada sobre. Discutan si la cantidad de material debe ser el único criterio para elegir el sobre del CD de promoción.

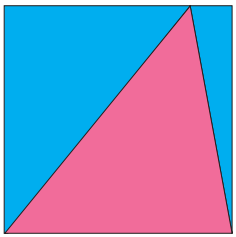
2. Observa los diseños y, sin hacer cálculos escritos, contesta las preguntas.

resolver

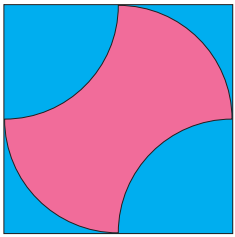
A



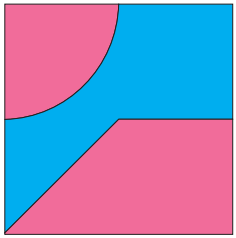
B



C



D



a) ¿En qué diseños el área de la parte azul es igual que la de la rosa? En los diseños A, B y C

b) ¿En cuál, la parte azul es menor que la rosa? En el diseño D

c) Mide lo que sea necesario y completa la tabla para verificar tus resultados.

Diseño	Área rosa	Área azul	Área total
A	8 cm^2	8 cm^2	16 cm^2
B	8 cm^2	8 cm^2	16 cm^2
C	8 cm^2	8 cm^2	16 cm^2
D	9.14 cm^2	6.86 cm^2	16 cm^2

d) Responde sin hacer cálculos. ¿En qué diseño el perímetro total de la parte rosa es menor que el de la azul? En el diseño C

e) Calcula el perímetro total que corresponde a la parte rosa en cada diseño.

validar

✸ **Compara resultados con los de tus compañeros. Hagan lo siguiente.**

a) Expliquen cómo compararon las superficies sin hacer cálculos escritos.

b) Comprueben que hay tres diseños en los que las partes azul y rosa tienen la misma área; verifiquen que las equivalencias pueden deducirse sin tomar medidas ni calcular áreas.

BLOQUE 1

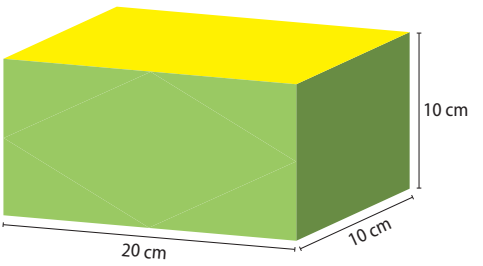
Secuencia 5 / lección 16

Cajas y envases

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides

1. Raúl forrará una caja. Pondrá papel amarillo en las caras superior e inferior, y verde en las laterales.



a) ¿Cuánto papel amarillo requiere como mínimo? 400 cm^2

b) ¿Y verde? 600 cm^2

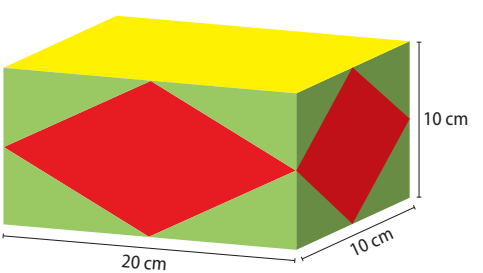
Una pista

Considera las caras que no se ven de la caja pero sabes que existen.

c) Describe en tu cuaderno cómo calculaste lo anterior.
R. T. Calculé el área de los cuadrados y rectángulos que forman la caja

d) Raúl decorará las caras verdes con un rombo rojo en cada una. ¿Ocupará más papel rojo que amarillo? Responde sin hacer cálculos. No

¿Cómo lo sabes? R. T. Porque el área de los rombos es la mitad que la de las caras verdes, es decir, 300 cm^2



validar

e) Calcula la cantidad de papel rojo necesario y verifica tu respuesta.

- Compara las respuestas con las de tus compañeros. Juntos, escriban un procedimiento que sea útil para calcular el área de un prisma rectangular.

resolver

2. Considera una caja de chocolate como la que se muestra a continuación.

El triángulo equilátero de cada una de las bases mide 3 cm de lado y el largo de la caja es de 12 cm.

a) Traza en tu cuaderno el triángulo equilátero al tamaño real.

b) Toma las medidas necesarias y anota cuánto mide el área. A = 3.9 cm^2

c) Sin considerar las pestañas para armar la caja, ¿cuánto material se ocupa para hacerla?
115.8 cm^2

3. Trabajen en equipo. Consigan un envase de jugo en forma de tetraedro y dos envases de un litro como los que se muestran.

conect@mos

Calcula áreas de caras laterales de prismas en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-049

Contesta las preguntas y compara tus respuestas con las de algún compañero.

a) Sin desarmar el envase en forma de tetraedro, tomen las medidas necesarias para calcular la cantidad de material que se emplea para hacer este envase.

¿Cuánto material se emplea aproximadamente? R. P.

b) Desármenlo, extiendan el molde y, a partir de este, calculen la cantidad de material.

¿Qué resultado obtuvieron? R. P.

c) ¿Cuál es la diferencia en las respuestas de los incisos anteriores? R. P.

d) ¿A qué se debe esta diferencia? R. P.

e) Determinen en cuál de los dos moldes para un litro se ocupa menos material.

¿Qué tan menor es la cantidad de material que se usa? R. P.

comunicar

- Compartan con otros equipos sus respuestas a los ejercicios 2 y 3.
  a) Expliquen la manera en que las obtuvieron.
  b) Comenten qué medidas son necesarias para determinar la cantidad de material en cada caso, en particular, qué medidas se requieren en los triángulos.

BLOQUE 1

Secuencia 5 / lección 17

Geometría a tu alrededor

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides

1. Lee la situación y responde.

La señora Inés arreglará su sala, que mide 6 m por 4 m y tiene 2.5 m de altura.
Desea…

- pintar las paredes de verde,
- pintar el techo de blanco,
- poner mosaico en el piso.

Ha averiguado que…

- la pintura que le gusta para paredes y techo rinde 6 m^2 por litro,
- el litro de pintura cuesta $50.00,
- el mosaico que eligió cuesta $120.00 por metro cuadrado.

Ella pintará, pero para poner el mosaico contrató a una persona, que por colocarlo le cobrará $130.00 por metro cuadrado.

a) Completa la tabla.

Concepto	m^2	Costo ($)
Pintura para el techo	24	200.00
Pintura para las paredes	50	416.67
Mosaico (cantidad mínima)	24	2880.00
Colocación del mosaico	24	3120.00

b) ¿Cuánto gastará la señora Inés? $6616.67

En contexto

La lona es una tela gruesa, resistente y pesada, hecha generalmente de algodón o cáñamo. Puede ser impermeable y hay de distintos grosores.

2. Lee lo siguiente y responde.

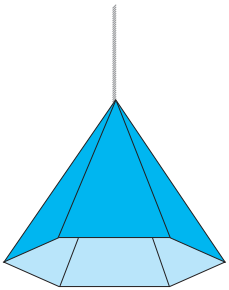
El señor Gabriel quiere una carpa como la de la imagen. Decidió hacerla él mismo. Averiguó que…

- cada triángulo de lona que forma la pirámide cuadrangular del techo mide 4 m de base y 2 m de altura,
- la cintilla de lona amarilla que va alrededor mide 25 cm de ancho,
- el metro cuadrado de la lona que le gustó cuesta $50.00.

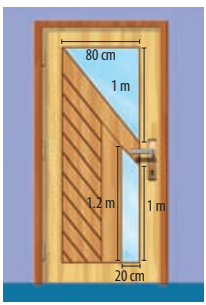
a) ¿Cuánta lona, como mínimo, ocupará para el techo? 20 m^2

b) ¿Cuánto gastará en esta cantidad de lona? $1 000.00

3. Leticia construirá una lámpara en forma de pirámide hexagonal como la que se muestra. La base es un hexágono regular de 10 cm de lado y cada triángulo tiene 15 cm de altura. ¿Cuánto material necesita para la pantalla? Explica tu procedimiento en el cuaderno. 450 cm^2



4. Un carpintero tiene que hacer 100 puertas iguales a la que se muestra para una unidad habitacional. Las puertas son rectangulares y miden 2.60 m de alto por 1.20 m de ancho Pintará la parte de madera con un esmalte que rinde 13 m^2 por litro. Responde lo que se indica.



a) ¿Qué cantidad de esmalte debe comprar?

192.3 ml

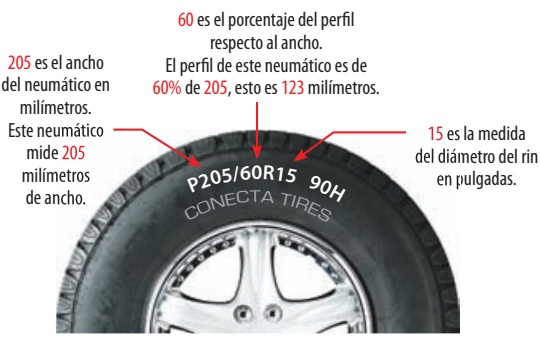
b) ¿Qué cantidad de vidrio debe comprar?

0.62 m^2

c) Explica el procedimiento en tu cuaderno.

5. Algunos datos importantes para comprar una llanta son el ancho, el perfil y el diámetro del rin. Esta información se ubica en los sitios que se indican en la imagen. Responde en tu cuaderno.

resolver


60 es el porcentaje del perfil respecto al ancho.
El perfil de este neumático es de 60% de 205, esto es 123 milímetros.
205 es el ancho del neumático en milímetros. Este neumático mide 205 milímetros de ancho.
15 es la medida del diámetro del rin en pulgadas.
P205/60R15 90H
CONECTA TIRES

a) Observa que el diámetro del rin es menor que el de la llanta. ¿Cuánto mide el diámetro de esta? 50.4 cm

b) ¿Cuánto mide su circunferencia? 1.58 m

c) ¿Cuántas vueltas da la llanta, aproximadamente, en 1 km? 631.5 vueltas

d) ¿Cuánto mide la superficie de rodamiento, es decir, la parte de la llanta que puede entrar en contacto con el piso? 0.32 m^2

Ya sabemos...

Una pulgada equivale a 2.54 cm

Compara tus resultados con los de algún compañero y corrijan lo necesario. Inventen un problema que involucre calcular áreas de figuras compuestas y resuélvanlo.

BLOQUE 1

Secuencia 6 / lección 18

Lo importante no es cuánto, sino qué parte

CONTENIDO

Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa

resolver

El precio del producto A subió $200.00 y el del B, $250.00. ¿Qué producto encareció más? Para responder hace falta saber cuánto costaba cada uno. En esta situación lo importante no es solo el aumento del precio, sino a qué parte del precio original corresponde. En esta secuencia aprenderás que los porcentajes ayudan a expresar esas relaciones.

1. Responde las preguntas en tu cuaderno.

a) En las principales ciudades de México se desperdician aproximadamente 3 ℓ de agua por cada 10 ℓ debido a fallas en la red de distribución. En el campo la pérdida es de 1 ℓ por cada 2 ℓ a causa de la evaporación y la filtración en los distritos de riego.

- ¿Qué fracción de la cantidad de agua se desperdicia en las ciudades? $\frac{3}{10}$
- ¿Y en el campo? $\frac{1}{2}$
- ¿Qué porcentaje de agua se desperdicia en las ciudades? 30%
- ¿Y en el campo? 50%
- ¿Dónde se desperdicia más agua y por qué?
  R. T. En el campo, pues se desperdicia la mitad del agua.

Ya sabemos...

El sabor a naranja no depende solo de la cantidad de jugo, también de la de agua; es decir, depende de la relación entre ambas cantidades. Esta relación se llama razón o proporción.
Puede expresarse con dos cantidades, por ejemplo "tres vasos de agua por cada dos de jugo" o "de cada cinco vasos de naranjada, dos son de jugo".

b) Luisa prepara naranjada con dos vasos de agua por cada tres de jugo. Ana pone tres vasos de agua por cada cuatro de jugo.

- ¿Alguna de las naranjadas sabe más a naranja o saben igual? Si alguna sabe más, ¿cuál es? R. P.
- ¿Cuántos vasos de jugo debe poner Luisa para preparar 35 vasos de naranjada? 21 vasos
- ¿Y Ana? 20 vasos
- Considerando lo anterior, ¿qué naranjada sabe más a naranja? La de Luisa

c) Subraya la opción correcta.

Las naranjadas de Luisa y de Ana tienen menos de 50% de jugo de naranja.
Las naranjadas de Luisa y de Ana tienen más de 50% de jugo de naranja, pero menos de 60%.
Las naranjadas de Luisa y de Ana tienen más de 60% de jugo de naranja.

✷ Compara en grupo los resultados de la actividad 1. Comenten las dificultades que tuvieron para responder el inciso 1 c). Lean la siguiente información y comenten la relación entre las razones que usaron en el problema de las naranjadas y los porcentajes.

Las razones se pueden expresar con dos números naturales o con una fracción. Por ejemplo, la razón "se desperdician 3 ℓ de cada 10 ℓ de agua distribuida" puede expresarse como "se desperdician $\frac{3}{10}$ del agua distribuida".

Las razones también pueden expresarse con porcentajes; por ejemplo, la razón "se desperdician 3 ℓ de cada 10 ℓ de agua distribuida" puede expresarse así: se desperdician 30 ℓ de cada 100 ℓ de agua distribuida, o bien, se desperdicia 30% del agua distribuida.

2. Don Julián, don Arnulfo y doña Catalina decidieron usar una parte de sus terrenos para sembrar nuevas variedades de maíz. Cada uno destinó 35% de la superficie de su terreno a la variedad A, 15% a la B, 5% a la C y lo demás al maíz tradicional.[1]

a) ¿Los siguientes rectángulos representan los terrenos. Marca la parte que se destinó a cada tipo de maíz.

Arnulfo

Catalina

R. T.

Julián

b) ¿Quién destinó más superficie a la variedad A? Catalina.

c) ¿Quién destinó a la variedad A una fracción más grande de su terreno? Ninguno.

Todos destinaron 35%.

d) Completa la tabla. Los terrenos de Julián, Arnulfo y Catalina miden 2 700 m^2, 16 200 m^2 y 7 200 m^2, respectivamente.

	Julián	Arnulfo	Catalina	Total
Maíz tradicional (45%)	1215 m^2	7290 m^2	3240 m^2	11745 m^2
Variedad A (35%)	945 m^2	5670 m^2	2520 m^2	9135 m^2
Variedad B (15%)	405 m^2	2430 m^2	1080 m^2	3915 m^2
Variedad C (5%)	135 m^2	810 m^2	810 m^2	1305 m^2
Total (100%)	2 700 m^2	16 200 m^2	7 200 m^2	26 100 m^2

e) Para calcular 5% de una cantidad basta con dividirla entre 20. Si no usaste este procedimiento para calcular las áreas sembradas con la variedad C de maíz, úsalo para verificar tus resultados.

validar

f) Explica en tu cuaderno al menos una forma de calcular…

50% de una cantidad.

25% de una cantidad.

20% de una cantidad.

10% de una cantidad.

75% de una cantidad.

15% de una cantidad.

conect@mos

Practica el cálculo de porcentajes en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-053

Si tienes dudas, revisa la información de esta lección.

✸ Compara tus resultados con los de tus compañeros. Comenten por qué para calcular 5% de una cantidad deben dividirla entre 20. Porque 5% se calcula multiplicando por 0.05 y $0.05 = \frac{1}{20}$.

[1] Tomado de Mendoza, T. (2007). *Estudio didáctico de la noción de porcentaje*. (Tesis de maestría). Departamento de Investigaciones Educativas. México: Cinvestav.

BLOQUE 1

Secuencia 6 / lección 19

Productos y terrenos

CONTENIDO

Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa

resolver

1. Una empresa reporta que en el año vendieron 1 200 ventiladores del modelo A, de los cuales 36 presentaron algún defecto, y 800 de la modelo B, de los cuales hubo 32 defectuosos. Contesta en tu cuaderno.
   a) ¿Qué porcentaje de los ventiladores del modelo A presentaron algún defecto? 3%
   b) ¿Y de los del modelo B? 4%
   c) ¿Qué modelo tiene mejor calidad, A o B? ¿Cómo lo sabes? A, porque el porcentaje es menor
   d) La empresa vendió 12 400 ventiladores del modelo C, de los cuales se devolvieron 124 y vendió 3 000 del modelo D, de los cuales se devolvieron 300. ¿Qué modelo tiene mejor calidad? Explica tu respuesta. Ambos, pues los porcentajes son iguales

Reflexionamos

Un producto A aumentó $2.00, mientras que un producto B, $10.00. ¿Cuál encareció más?

2. En enero, un producto A subió $200.00 y el B, $250.00. Contesta en tu cuaderno.
   a) Antes del aumento, el producto A costaba $600.00 y el B, $800.00. ¿Qué producto encareció más? ¿Cómo lo sabes? El A, aumentó la tercera parte de su precio.
   b) ¿Cuánto aumentó el producto A por cada $100.00 de su valor? ¿Y el B? $33.33 y $31.25
   c) ¿Qué porcentaje de su precio aumentó el producto A? ¿Y el B? 33.33% y 31.25%

- Compara los resultados que obtuviste en las actividades 1 y 2 con los de tus compañeros. Si hay diferencias, expliquen a qué se deben. Después determinen si la información que se da a continuación está de acuerdo con lo que ustedes concluyeron.

Los porcentajes, como las demás razones, ayudan a juzgar qué tan grande o pequeña es una cantidad tomando como referencia otra cantidad. Por ejemplo, un aumento de $200.00 en un producto de $1 800.00 es mayor que uno de $250.00 en un producto de $3 000.00, pues el primero equivale a aumentar más de 10% del valor, mientras que en el segundo, el aumento es menor a 10%.

Reflexionamos

Según datos presentados en 2002, en los hogares mexicanos en extrema pobreza se invirtió 48.69% de los ingresos en alimentos y bebidas (casi la mitad), mientras que en los hogares de clase alta se destinó a ese rubro 21.65%. Naturalmente, lo anterior no significa que los hogares en extrema pobreza gasten en alimentos más que los hogares de clase alta. Explica en tu cuaderno lo que significa.

3. Responde en tu cuaderno. De 2 500 ventiladores del modelo E, se devolvieron 100 y de 5 000 ventiladores del modelo F también se devolvieron 100.
   a) ¿Qué porcentaje de los ventiladores del modelo E se devolvió? 4%
   b) Explica cómo se podría calcular el porcentaje de los ventiladores del modelo F que se devolvió, a partir de lo que calculaste en el inciso a).
   R. T. Dividiendo ese porcentaje entre 2

- Compara tus respuestas y tus procedimientos con los de tus compañeros. Entre todos completen la tabla, en cada fila está expresada la misma razón de tres formas distintas.

Con dos números	Con un número	Con porcentaje
5 de cada 8 viajes en l a ciudad se hacen en transporte público.	$\frac{5}{8}$ de los viajes en la ciudad se hacen en transporte público.	62.5% % de los viajes en la ciudad se hacen en transporte público.
En la ciudad solamente 3 de cada 10 automóviles están asegurados.	En la ciudad solamente $\frac{3}{10}$ de los automóviles están asegurados.	En la ciudad solamente 30% de los automóviles están asegurados.

4. En esta actividad vas a resolver dos problemas más de la situación de los agricultores que viste en la lección anterior.

a) Otros agricultores decidieron sembrar la variedad C de maíz en una parte de sus terrenos. Los siguientes rectángulos representan sus terrenos y la parte coloreada, lo sembrado con maíz C. Anota el porcentaje al que corresponde.

Gregorio

50 %

Jacinto

75 %

Juan

20 %

b) Las superficies coloreadas a continuación corresponden a las partes en las que se sembró maíz C en tres terrenos más. Debajo de cada una se indica el porcentaje del terreno que se sembró con ese maíz. Responde en tu cuaderno.

Antonio

20%

Manuela

25%

Andrés

75%

» ¿Qué terreno es el más pequeño? El de Andrés.

» ¿Y el más grande? El de Antonio.

» Traza una representación de los terrenos y verifica tus anticipaciones.

5. La tabla contiene datos de los terrenos de otros cinco agricultores que decidieron sembrar la variedad C de maíz. Complétala.

	María	Ramón	Catalina	Sergio	Pepe
Área total	5 400 m²	4800 m²	4800 m²	8 400 m²	5000 m²
Área sembrada	1188 m²	3 600 m²	1 200 m²	2 100 m²	800 m²
Porcentaje del área total que se sembró	22%	75%	25%	25%	16%

BLOQUE 1

Secuencia 6 / lección 20

Uno y diez por ciento

CONTENIDO

Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa

1. Ya sabes que 50% de 20 es igual a 10. Usa la tecla % de tu calculadora para calcular esto. Debes seguir la secuencia 20 × 50%.

a) Calcula los porcentajes que se indican en la tabla. Puedes usar calculadora.

	$270.00	$1 800.00	$60.00	$12 453.00	$180.36
1%	$2.70	$18.00	$0.60	$124.53	$1.8036
2%	$5.40	$36.00	$1.20	$249.06	$3.6072
10%	$27.00	$180.00	$6.00	$1 245.30	$18.036
30%	$81.00	$540.00	$18.00	$3 735.90	$54.108
32%	$86.40	$576.00	$19.20	$3 984.96	$57.715

comunicar

b) Completa lo siguiente.

» Para obtener, sin calculadora, 1% de una cantidad basta con recorrer el punto decimal dos lugares a la izquierda.

» Para obtener, sin calculadora, 10% de una cantidad basta con recorrer el punto decimal un lugar a la izquierda.

técnicas

c) Calcula en tu cuaderno y sin usar calculadora 34% de las cinco cantidades de la tabla anterior. Una forma de hacerlo es considerando lo siguiente.

» 30% de una cantidad es tres veces su 10%.
» 4% de una cantidad es el doble que su 2%.
» 34% de una cantidad es igual a su 30% más su 4%.

✹ Revisa en grupo tus resultados. Redacten en su cuaderno un método para calcular cualquier porcentaje usando 1% y 10% de la cantidad original.

2. Reúnete con un compañero.
Por turnos, que alguien calcule mentalmente uno de los porcentajes de la tabla y lo anote; que otro verifique el resultado con calculadora. Terminen una fila antes de pasar a otra.

	$1 000	$500	$200	$50	$140
20%	$200.00	$100.00	$40.00	$10.00	$28.00
12%	$120.00	$60.00	$24.00	$6.00	$16.80
55%	$550.00	$275.00	$110.00	$27.50	$77.00
110%	$1100.00	$550.00	$220.00	$55.00	$154.00
115%	$1150.00	$575.00	$230.00	$57.50	$161.00

115% de 140 puede calcularse así:
• 100% de 140 es igual a 140;
• 10% de 140 es igual a 14;
• 5% de 140 es igual a 7;
Por lo tanto,
• 115% de 140 es igual a 140 más 14 más 7, es decir, es igual a 161.

resolver

3. Resuelve el siguiente problema en tu cuaderno. Puedes usar calculadora.

a) Una familia cuyo ingreso anual es de $124 000.00 gastó en el año $25 000.00 en alimentos. ¿Qué porcentaje de su ingreso total representa esa cantidad?

b) Completa los siguientes procedimientos para resolver el problema anterior.

Resolución 1. Calculando primero el porcentaje que representan 1 000 pesos y después el que representan los 25 000 pesos.

	Cantidad	Porcentaje	
÷ 124 →	$124 000.00	100%	← ÷ 124
× 25 →	$1 000.00	100% ÷ 124 = 0.8%	← × 25
	$25 000.00	25 × 0.8% = 20 %	

Resolución 2. Con regla de 3

Cantidad	Porcentaje
$124 000.00	100%
$25 000.00	*x*

Igualdad de cocientes: $\frac{124\,000}{100} = \frac{25\,000}{x}$

Productos cruzados iguales: $124\,000x = (25\,000)(100)$

Despejando *x*: 20.16

- Trabaja en grupo. Revisen cómo completaron los procedimientos anteriores y si alguien resolvió el problema con un procedimiento distinto a los que se muestran.

4. La tabla contiene otros gastos de la familia anterior y los porcentajes de su ingreso que representan. Complétala.

Rubro	Porcentaje del ingreso total	Cantidad en pesos
Alimentación	20.16%	$25 000.00
Salud	15%	$18 600
Educación	24.19%	$30 000.00
Recreación	5%	$6 200
Transporte	8.06%	$10 000.00
Otros	27.58%	$34 200.00
Total	100%	$124 000.00

conect@mos

Practica con más porcentajes en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-057

Elabora en tu cuaderno un resumen de los procedimientos que conoces para calcular porcentajes.

- Compara tus respuestas con las de un compañero. Sumen en la tabla anterior los porcentajes de la columna verde (hasta la fila "Otros"); si el resultado no es exactamente 100%, expliquen en su cuaderno por qué.

BLOQUE 1

Secuencia 6 / lección 21

El IVA y otros porcentajes

CONTENIDO Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa

conect@mos

Descarga la actividad de porcentajes en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-058

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, validen, con ayuda de su profesor, los métodos que redactaron grupalmente para calcular porcentajes.

1. Los miembros de un conjunto musical decidieron ahorrar 8% del dinero obtenido en las presentaciones de cada mes para comprar instrumentos.

a) Anota el dinero que ahorraron en los primeros meses del año en la segunda columna de la tabla.

b) Divide la cantidad mensual ahorrada entre el ingreso de ese mes y anota los cocientes en la tercera columna.

0.08

	Ingreso	Ahorro (8% de ingreso)	Ahorro / Ingreso
Enero	$800.00	$64.00	0.08
Febrero	$3 200.00	$256.00	0.08
Marzo	$7 400.00	$592.00	0.08
Abril	$10 600.00	$848.00	0.08
Mayo	$22 800.00	$1824.00	0.08
Junio	$7 200.00	$576.00	0.08

2. Haz en equipo lo siguiente.

a) Comparen los resultados del ejercicio anterior. Verifiquen que todos los cocientes sean iguales a 0.08.

b) Anoten el factor × 0.08 en el óvalo que está sobre la tabla. Verifiquen con calculadora que al multiplicar el ingreso de cada mes por ese factor se obtenga el ahorro mensual.

c) Si en julio el conjunto musical obtuvo $8 400.00 y guardó $588.00, ¿qué porcentaje del ingreso ahorraron? Averígüenlo juntos. Después lean la siguiente información y comparen el método propuesto con el que ustedes utilizaron.

Para calcular 8% de una cantidad basta con multiplicarla por $\frac{8}{100}$ o por 0.08. En general, n% de una cantidad A es igual $n \div 100 \times$ A.
Recíprocamente, para saber qué porcentaje es una cantidad B de una cantidad A, basta con dividir B entre A y anotar el cociente como fracción decimal con denominador 100.

resolver

3. En la tabla se muestran distintas maneras de expresar un porcentaje. Complétala.

Como porcentaje	5%	50%	75%	40%	2%	33%	125%
Como tantos de cada 100	5 de cada 100	50 de cada 100	75 de cada 100	40 de cada 100	2 de cada 100	33 de cada 100	125 de cada 100
Como fracción	$\frac{1}{20}$	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{33}{100}$	$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$
Como decimal	0.05	0.5	0.75	0.4	0.02	0.33	1.25

- Compara tus resultados con los de tus compañeros. Analicen en qué se parecen los datos de las filas verde y amarilla; anoten una conclusión en su cuaderno.

4. Al comprar una mercancía o contratar un servicio, en muchos casos debemos pagar, además de su precio, un impuesto llamado impuesto al valor agregado (IVA) de 16% del total. La tabla contiene los precios de algunos productos electrónicos sin incluir 16% de IVA.

	Precio sin IVA ($)	IVA (16%)	Precio con IVA ($)
Radio AM y FM	200.00	32.00	232.00
Radiograbadora	750.00	$120.00	$870.00
Juego de 4 pilas	40.00	$6.40	$46.40
Videocasetera	1 200.00	$192.00	$1392.00
Televisor	3 000.00	$480.00	$3 480.00

a) Anota los precios de los productos incluyendo el IVA.

b) Aplica 116% a cada precio sin IVA de la tabla anterior y verifica que se obtengan los precios finales.

- Compara tus respuestas con las de dos compañeros. Respondan en su cuaderno: si se conoce 16% del precio de un artículo, ¿cómo se calcula el precio con IVA? ¿Qué porcentaje es el precio de un artículo con IVA respecto al precio sin IVA?

conect@mos

Encuentra una calculadora de porcentajes en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-059

Lee la información que se presenta y usa la herramienta para validar tus respuestas en esta lección.

5. Completa la tabla.

	Precio sin IVA ($)	IVA (16%)	Precio con IVA ($)
Sala	8 000.00	1280.00	9 280.00
Comedor	5 400.00	864.00	6264
Recámara	2812.50	450.00	3262.50
Cocina	3 312.50	530.00	3842.50
Cama matrimonial	1200.00	192.00	1 392.00
Baño completo	2600.00	416.00	3 016.00

- Haz en grupo lo siguiente.

comunicar

a) Comparen los datos de la tabla anterior. Entre todos describan el procedimiento que usaron para encontrar el precio del baño sin IVA.

b) Abajo hay dos métodos para calcular el precio sin IVA de la cama matrimonial. Anoten las cantidades que faltan y vean si alguno es similar al que usaron para calcular el precio del baño sin IVA.

Método 1
Llamemos x al precio sin IVA
Entonces…
$x + 16\%x = \$1\,392.00$
$x + 0.16x = \$1\,392.00$
$1.16x = \$1\,392.00$
$x =$ $1200.00

Método 2
El precio con IVA de la cama es $1 392.00, entonces $1 392.00 es 116% del precio sin IVA. Por tanto,
1% es $1 392.00 ÷ 116 = $ 12.00
Así, 100% del precio de la cama es
100 × 12 = $1200.00

Secuencia 6 / lección 22

Otros problemas de porcentaje

CONTENIDO

Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa

comunicar

1. Indica cuáles de las siguientes afirmaciones NO pueden ser ciertas y explica por qué.[2]

a) El pan cuesta ahora 120% de lo que costaba el año pasado.

Puede ser cierta; por ejemplo, si costaba $5.00 y ahora cuesta $6.00

b) En un año, considerando los intereses, hay que pagar al banco 120% de lo que prestó originalmente.

Puede ser cierta; por que con los intereses aumenta la deuda.

c) De los trabajadores de una fábrica, 120% son hombres.

No puede ser cierta: no puede haber más hombres que el total de empleados.

2. En un plano de una casa hecho a escala 1 a 50, la superficie que ocupa la cocina representa 28.5% de la superficie de la planta baja.

¿Qué porcentaje de la superficie de la planta baja representa la cocina en la casa real?

R. T. El porcentaje no cambia: sigue siendo 28.5%

- Comenta con un compañero tus respuestas. Después presenten al grupo sus conclusiones. Además, hagan lo siguiente.

  - Respecto a la actividad 1, aporten más ejemplos de situaciones en las que el porcentaje puede ser mayor que 100%.

  - Respecto a la actividad 2, comenten lo siguiente: cuando se hace una copia a escala de algo, las medidas de las longitudes cambian, pero hay otros valores numéricos que no se modifican, ¿cuáles son?

resolver

3. Resuelve los problemas de los incisos a) a g) en tu cuaderno. En cada caso, argumenta y justifica tus respuestas. Puedes usar calculadora.

a) Se hace un descuento de 15% en los productos de un almacén. El último día, el gerente pone un letrero que dice: "10% adicional a 15%".
El joven que atiende no sabe si debe restar primero 15% del precio y a lo que resulte restarle 10%, o bien, si debe restar de entrada 25% del precio. Averigua si ambas formas de interpretar lo que dice el letrero son equivalentes o si hay una con la que el descuento es mayor. Anota y justifica tu conclusión.

- Comenta tu conclusión con algún compañero y verifiquen si concuerdan. Apliquen ambas interpretaciones a un precio, el que deseen, para ver si lo que resulta no contradice sus propuestas. Finalmente, expliquen al grupo lo que concluyeron.

[2] Tomado de Mendoza, T. (2007). *Estudio didáctico de la noción de porcentaje*. (Tesis de maestría). Departamento de Investigaciones Educativas. México: Cinvestav.

b) Por el precio de un reloj, más 16% de IVA, se pagó 1 424.48 pesos. Calcula cuánto cuesta el reloj sin el IVA. $1228.00

c) Si se ofrece 10% de descuento sobre el precio del reloj del problema anterior, ¿cuál será la cantidad que se pagará con el IVA? $1282.03

- **Compara las respuestas de los dos últimos problemas con las de tus compañeros. Además:**
  - » expliquen, en el problema b), por qué la resolución que consiste en restar a $1 424.48, 16% de $1 424.48 es incorrecta;
    R. T. Porque el aumento de 16% se calcula sobre el precio sin IVA.
  - » analicen, grupalmente, en el problema c), cuál de las siguientes soluciones es correcta y cuál no.

    Primera solución: 90% de 116% del precio (es decir, se calcula primero 116% del precio y, después, se obtiene 90% de la cantidad que resulte).

    Segunda solución: 116% de 90% del precio. Ambas soluciones son correctas.

d) Por una cámara fotográfica un cliente pagó $560.00 por concepto de IVA. ¿Cuál es el costo de la cámara sin IVA? $3500.00

e) Cuando el IVA era de 15%, por un reloj había que pagar, incluyendo el IVA, $147.20. ¿Cuánto hay que pagar por el reloj con un IVA de 16%? $148.48

- **Compara tus respuestas de los dos últimos problemas con las de un compañero. Para el problema d) apliquen el IVA al costo que encontraron y vean si obtienen $560.00.**

f) En la secundaria hay 700 alumnos de los cuales 30% está en primer grado. De estos, 40% son niñas. ¿Qué porcentaje de la población total de alumnos de la escuela representan las niñas? 12%

- **Compara con tus compañeros tu resultado y la forma en que lo encontraste. Después, digan si alguno de los siguientes procedimientos es correcto, si ninguno lo es, o si ambos lo son.**
  Ambos procedimientos son correctos
  - » El número de alumnas es igual a $0.4 \times (0.3 \times 700)$.
  - » El número de alumnas es igual a 0.12×700.

g) Los hombres que van en primer grado, ¿qué porcentaje representan de la población total de alumnos de la escuela? 18%

h) Para un estudio, Laura visitó un estanque y separó 36 especímenes de un anfibio. Si consideras que estos corresponden a 8% del total de la población del anfibio en el estanque, ¿cuál es la población total? En la siguiente visita, Laura separó otros 49 especímenes. ¿En qué porcentaje aumentó la cantidad de especímenes observados? Justifica tus respuestas. La población total es 450. El aumento de especímenes observados fue 36%

- **Comenten las dificultades que tuvieron en esta lección. Escriban en una cartulina un resumen de las técnicas que aprendieron en la secuencia.**

BLOQUE 1

Secuencia 7 / lección 23

Creciendo más rápido o más despacio

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos

Supón que una población de un millón de habitantes crece 1% cada año. En el segundo año tendrá entonces 10 000 habitantes más que en el primero. En el tercero, ¿tendrá 10 000 habitantes más que en el segundo, o serán más de 10 000? En esta lección y en la siguiente analizarás cuestiones como esta al estudiar distintas formas en que las cantidades pueden crecer.

1. Lee la información y responde las preguntas.
   En un laboratorio, durante varios días, se estudia el efecto de una sustancia sobre una planta, para ello se hacen dos pruebas: A y B. En cada prueba se inicia con 2 000 ml de la sustancia. Para la prueba A se usa 25% de la sustancia cada día; para la B, 50% el primer día, luego cada día se usa la mitad de la cantidad utilizada el día anterior y cuando quedan menos de 5 ml de la sustancia se emplea toda la que queda.

   a) ¿Qué prueba se efectúa durante más días? La prueba B dura más días.

   Justifica tu respuesta. En la prueba A, la sustancia se acaba en 4 días; mientras que en la B, pasan 9 días antes de que haya menos de 5ml.

   b) Analiza el siguiente procedimiento. Para la prueba C, los 2 000 ml se aplican de la siguiente manera: el primer día se usa 50%; el segundo día, 50% de lo que queda y así sucesivamente. ¿Cuántos días durará esta prueba? Escribe tus conclusiones en tu cuaderno.

✸ Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Comenten las conclusiones que obtuvieron en el inciso b). Expliquen por qué, teóricamente, en ese caso nunca se terminaría de aplicar la prueba.

2. Considera ahora las siguientes dos pruebas.

   » La prueba D se inicia con una aplicación de 200 ml el primer día y en los subsecuentes se aumenta diariamente 20% de la cantidad que se usó el día 1.

   » La prueba E se inicia con 200 ml y luego se aumenta cada día 20% de lo que se utilizó el día anterior.

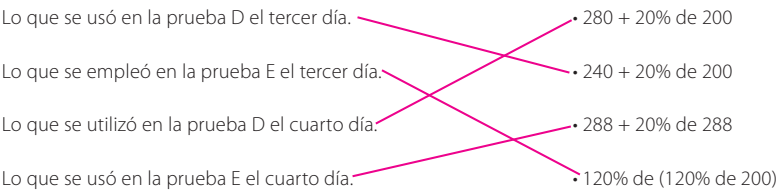
comunicar

   a) Responde, sin hacer cálculos, en qué prueba se aplica una mayor cantidad de sustancia al octavo día. Justifica tu respuesta. R. T. En la prueba E, pues el 20% se calcula sobre una cantidad cada vez mayor.

b) Completa la tabla con la cantidad de sustancia que se usa en cada prueba hasta el octavo día.

	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7	Día 8
Prueba D	200 ml	240 ml	280 ml	320	360	400	440	480
Prueba E	200 ml	240 ml	288 ml	345.6	414.72	497.66	597.19	716.63

c) Une cada frase de la izquierda con la expresión de la derecha que le corresponde.


Lo que se usó en la prueba D el tercer día.
Lo que se empleó en la prueba E el tercer día.
Lo que se utilizó en la prueba D el cuarto día.
Lo que se usó en la prueba E el cuarto día.
• 280 + 20% de 200
• 240 + 20% de 200
• 288 + 20% de 288
• 120% de (120% de 200)

Ya sabemos...

200 más 20% de 200 es lo mismo que 100% de 200 más 20 % de 200, y también es lo mismo que 120% de 200.

- Compara, con ayuda del profesor, tus respuestas de la actividad anterior con las de tus compañeros. Al final, comenten a qué prueba y a qué día corresponde la expresión 120% de (120% de (120% de 200)).

3. Lee la información y responde las preguntas. Usa tu calculadora. resolver

La población en México ha crecido entre 2005 y 2010 a una tasa anual de 1.23% en promedio. En 2005 había en el país 106 483 800 personas.

a) Si se considera una tasa de crecimiento de 1.23% anual, ¿cuál fue la población de México en 2006? 107 793 551 personas

b) Explica cómo la calculaste. R. T. Multiplicando la población en 2005 por 1.0123

c) Completa la tabla. Como las cantidades indican una población, redondea al entero más cercano.

Número de habitantes en México por año					
2005	2006	2007	2008	2009	2010
106 483 800	107 793 551	109 119 411	110 461 580	111 820 257	113 195 647

d) ¿Qué porcentaje representa la población de 2006 respecto a la población de 2005?

101.23%

e) Explica cómo la calculaste. R. P.

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Comenten el procedimiento para calcular qué porcentaje representa la población de 2007 respecto a 2006 y comparen lo que ocurre con los demás ejemplos de años consecutivos. Lean de nuevo la introducción de esta secuencia y respondan la pregunta que se plantea.

En contexto

La tasa de crecimiento de una población es una razón que indica qué tanto creció esta en un periodo de tiempo, generalmente, un año. Se puede expresar de dos formas: con porcentaje o con un número. Ejemplo: "El aumento fue de un habitante por cada 100", decimos que "el aumento fue de 1% de la población", o bien, "la tasa de aumento fue de 0.01".

Reflexionamos

Alemania tuvo en 1975 una tasa de crecimiento negativa, de –0.38% ¿Qué significa eso? Investígalo.
Si la población de un país permanece estable de un año a otro, sin crecer ni decrecer, ¿qué tasa de crecimiento tuvo en ese año?

BLOQUE 1

Secuencia 7 / lección 24

Intereses bancarios

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos

En contexto

Cuando se ahorra dinero en el banco durante cierto tiempo, se obtiene un porcentaje extra, llamado **interés**. Si se decide ahorrar durante un segundo lapso de tiempo, se pueden reinvertir los intereses ganados en el primero; entonces el interés será sobre una cantidad mayor. Este interés se denomina **interés compuesto**.

1. Lee la situación y responde las preguntas.

Ana trabaja en un banco. Su jefe le ha pedido que diseñe planes de inversión con reinversión de intereses, es decir, con interés compuesto. Por ejemplo, si el interés es de 5%, en cada plazo este se aplica sobre la cantidad invertida, incluyendo los intereses acumulados, siempre que el cliente no retire nada de su cuenta. Ana ha pensado los siguientes planes.

Plan de inversión A Se ofrece un interés anual de 10%. Al retirar el capital invertido se descuenta 1% de la inversión inicial por concepto de comisión.	**Plan de inversión B** Se ofrece un interés trimestral de 3%. Al retirar el capital invertido se descuenta 4% de la inversión inicial por concepto de comisión.
Plan de inversión C Se ofrece un interés trimestral de 1.8%. Al retirar el capital invertido se descuenta 1% de la inversión inicial por concepto de comisión.	**Plan de inversión D** Se ofrece un interés mensual de 0.7%. Al retirar el capital invertido se descuenta 1% de la inversión inicial por concepto de comisión.

a) ¿Qué plan les conviene más a los clientes? R. P.

¿Por qué? R. T. Generalmente el plan más conveniente es el plan B. Para inversiones de poco tiempo (pocos trimestres) conviene el plan A.

b) Ana ha mostrado sus planes a algunos amigos para ver cómo evalúan cuál es el más conveniente. Opinaron lo siguiente.

- Es mejor el plan A porque el interés es mayor.
- Es mejor el plan D porque cada mes aumenta la cantidad ahorrada, mientras que en los otros lo hace cada trimestre o cada año.
- El plan B es el menos conveniente porque la comisión es mayor.
- El plan más conveniente depende del tiempo durante el cual se ahorre y de la cantidad inicial invertida.
- Entre el plan B y el C, es mejor el C, puesto que ambos son trimestrales y, aunque en el C el interés es poco más de la mitad que en el B, la comisión es mucho menos de la mitad.

Subraya los argumentos con los que estés de acuerdo.

✸ Comenta las respuestas con tus compañeros. No es necesario que lleguen a una solución definitiva, al final de la lección podrán revisar sus respuestas.

conect@mos

Aprende más sobre el interés compuesto y los procedimientos recursivos en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-064

Elabora, en tu cuaderno, un resumen sobre el **interés simple** y el **interés compuesto**.

c) Se hace una inversión inicial de $2 000.00 con el plan A, después de dos años se retira el dinero.

» Después de un año, la cantidad de dinero en la cuenta se calcula con la operación 1.1 × 2 000. Explica en tu cuaderno por qué.

» ¿Por qué número hay que multiplicar la inversión inicial ($2 000.00) para calcular cuánto dinero habrá en la cuenta al cabo de dos años, antes del cobro de la comisión? Explica en tu cuaderno tu respuesta.

» ¿A cuánto asciende el cobro de la comisión por retirar el dinero de la cuenta?

$20.00

» ¿Qué cantidad se retira de la cuenta al cabo de dos años?

$2400.00

conect@mos

Descarga la actividad de simulador de crédito en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-065

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, validen, con ayuda de su profesor, sus respuestas a la pregunta 5.

d) Completa las tablas para saber el ahorro que generan los planes B y C con una inversión inicial de $2 000.00 durante dos años. Redondea a centésimos. Puedes usar calculadora.

técnicas

Plan B	
Tiempo de inversión	Cantidad acumulada
Trimestre 0	$2 000.00
Trimestre 1	$2 060.00
Trimestre 2	$2 121.80
Trimestre 3	$2 185.45
Trimestre 4	$2 251.02
Trimestre 5	$2 318.55
Trimestre 6	$2 388.10
Trimestre 7	$2 459.75
Trimestre 8	$2 533.54
Menos comisión	$2 453.54

Plan C	
Tiempo de inversión	Cantidad acumulada
Trimestre 0	$2 000.00
Trimestre 1	$2 036.00
Trimestre 2	$2 072.65
Trimestre 3	$2 109.96
Trimestre 4	$2 147.93
Trimestre 5	$2 186.60
Trimestre 6	$2 225.96
Trimestre 7	$2 266.02
Trimestre 8	$2 306.81
Menos comisión	$2 286.81

» ¿A cuánto asciende la cantidad acumulada en dos años con el plan D si la inversión inicial también es de $2 000.00? $2 344.49

» b) ¿Qué plan conviene más? El B. ¿Por qué? R. T. La ganancia es mayor.

Una pista

Haz una tabla similar a las anteriores. Considera que ahora necesitas calcular el capital acumulado para 24 meses y que el factor para pasar de un capital acumulado al del mes siguiente es 1.007.

- Comenta tus resultados con el grupo. En cada plan, para obtener una cantidad acumulada se puede multiplicar la cantidad del periodo anterior por un número fijo. ¿Cuál es ese número en los planes B y C? ¿Alguno de ustedes lo utilizó para completar las tablas? ¿Cuál es ese número para el plan D? Respóndanlo en su cuaderno.

BLOQUE 1

Secuencia 8 / lección 25

Más o menos probable

CONTENIDO

Comparación de dos o más eventos a partir de sus resultados posibles, usando relaciones como: "es más probable que...", "es menos probable que..."

Supón que compras un boleto para una rifa con 100 números posibles. ¿Qué tan probable es que ganes? ¿Y si compraras cinco boletos? Estas preguntas se relacionan con la probabilidad, que permite apreciar con qué frecuencia ocurren los resultados de un experimento de azar.

resolver

1. Un ejemplo de experimento aleatorio es sacar, sin ver, una canica de una bolsa. Contesta con base en los dibujos..

Convivimos

En ocasiones, al hablar de fenómenos aleatorios como los juegos de azar, empleamos palabras como *probable*, *posible*, *imposible* y *seguro*, de manera ambigua. Como verás en esta secuencia, esos conceptos tienen un significado más claro en el lenguaje matemático.

Bolsa A

Bolsa B

Bolsa C

a) ¿De qué bolsa es *más probable* que salga una canica roja? De la C.

Explica por qué. Porque hay más canicas rojas que azules.

b) ¿De cuál es *imposible* que salga una roja? De la B. ¿Por qué? Porque no tiene canicas rojas.

c) ¿De qué bolsa es *igualmente probable* que salga una roja que una azul? De la A

¿Por qué? Porque tiene igual número de canicas rojas y azules.

d) ¿De cuál es *seguro* que salga una azul? De la B. ¿Por qué? Porque solo tiene canicas azules.

e) ¿De qué bolsa es *menos probable* que salga una azul? De la C. ¿Por qué?

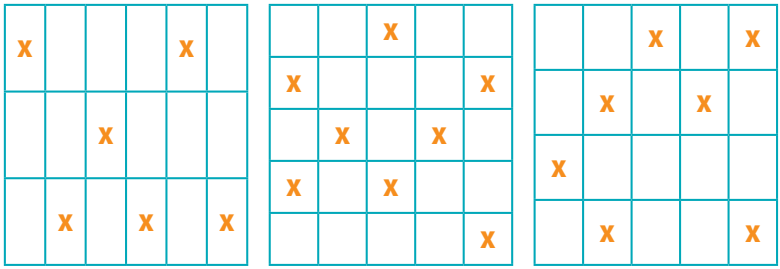
Porque tiene menos canicas azules que canicas rojas.

2. La bolsa D contiene ocho canicas rojas y diez azules; la E, seis rojas y diez azules. Juan debe sacar, sin ver, una canica roja de cualquiera de las dos bolsas para ganar un premio.

¿Qué bolsa le conviene elegir? La D. ¿Por qué? R. T. En D, casi la mitad de las canicas son rojas; en E, casi la tercera parte de las canicas lo son.

3. Lee la situación y contesta en tu cuaderno.

En un juego de tiro al blanco hay tres tableros. Las casillas marcadas tienen premio.



Tablero A | Tablero B | Tablero C

Una pista

Es necesario averiguar la proporción de cuadritos que tienen premio en cada tablero.

a) ¿A qué tablero conviene tirarle para ganar un premio? Justifica tu respuesta.

R. T. Al C, pues la proporción de premios es mayor ($\frac{7}{20}$).

b) Javier dice que conviene tirarle al tablero B porque en él hay más casillas que tienen premio.

Pedro dice que conviene tirarle al C, porque hay siete casillas con premio y el 7 es de buena suerte.

Irma dice que conviene el tablero A, porque la razón entre las casillas que tienen premio y las que no ($\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$) es mayor que en los otros dos. ¿Quién de los tres tiene razón? Justifica tu respuesta.

Nadie tiene razón; el razonamiento de Irma es acertado, pero sus cálculos no: la razón más grande es $\frac{7}{20}$ (mayor que $\frac{6}{18}$ y que $\frac{8}{25}$)

- Analicen las respuestas en las actividades 1, 2 y 3 con tus compañeros y con ayuda del profesor. Argumenten y obtengan una conclusión. Comenten si en cada situación planteada interviene la habilidad de los participantes.

4. En el experimento que consiste en sacar una canica, sin ver, de una bolsa que contiene canicas rojas y azules, el conjunto de resultados posibles es S = {roja, azul}. Contesta con base en las imágenes. Indica en cada caso el conjunto de resultados posibles.

Bolsa D

Bolsa E

a) El experimento consiste en sacar, sin ver, una canica de la bolsa D.

S = {azul, verde, roja}

b) El experimento consiste en sacar, sin ver, una canica de la bolsa E, regresar la canica a la bolsa y sacar otra.

Escribe el conjunto de resultados posibles:

S = {AA, AR, RA, RR}

c) Marca, con base en los resultados posibles del experimento b), la respuesta correcta.

» Es más probable que las dos canicas sean del mismo color.

» Es más probable que las dos canicas sean de distinto color.

» Es igualmente probable que las dos canicas sean del mismo color o que no lo sean.

- Compara tus respuestas en la actividad 4 con las de tus compañeros; en cada caso argumenta por qué las consideras correctas.

Secuencia 8 / lección 26

Resultados posibles

CONTENIDO

Comparación de dos o más eventos a partir de sus resultados posibles, usando relaciones como: "es más probable que...", "es menos probable que..."

comunicar

Ya sabemos...

Los conjuntos suelen nombrarse con letras mayúsculas y sus elementos, escribirse entre llaves y separados por comas. Por ejemplo, el conjunto de letras de la palabra *pato* sería:
S = {p, a, t, o}

En contexto

Los dados más comunes tienen seis caras, pero también hay de cuatro, ocho, doce y veinte. Estas formas corresponden a los cinco poliedros regulares.

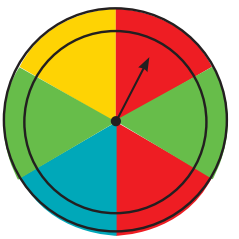
1. A continuación se describen cinco experimentos aleatorios o de azar. Anota, en cada caso, el conjunto de resultados posibles. Observa el ejemplo.

a) El experimento consiste en lanzar un dado de 20 caras numeradas de 1 a 20 y registrar el número que salga.

El conjunto de resultados posibles es

P = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

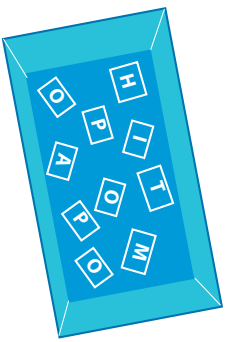
b) El experimento consiste en girar una ruleta dividida en seis partes iguales y registrar el color en el que se detiene la flecha.



El conjunto de resultados posibles es

{amarillo, rojo, verde, azul}

c) El experimento consiste en elegir al azar una letra de la palabra *hipopótamo*.



El conjunto de resultados posibles es

{h, i, p, o, t, a, m}

* Compara tus respuestas con las de tus compañeros del grupo; en cada caso argumenta por qué las consideras correctas.

2. En una bolsa roja hay 30 esferas numeradas de 1 a 30. El experimento consiste en sacar una esfera al azar, es decir, sin ver. Responde en tu cuaderno y haz lo que se indica.

a) Representa el espacio muestral del experimento.
b) ¿Qué es más probable, que salga un número mayor que 15 o uno menor que 16? Explica por qué. Son igualmente probables, pues hay igual cantidad.
c) ¿Qué es menos probable, que salga un múltiplo de tres o un múltiplo de cuatro? Explica por qué. Un múltiplo de 3, pues hay más.

✹ Analiza las respuestas con tus compañeros y con ayuda del profesor; si hay diferencias, busquen argumentos para obtener una conclusión.

3. Lee la siguiente información y responde. Las preguntas se refieren a las actividades 1 y 2.

Al conjunto de resultados posibles en un experimento aleatorio también se le llama **espacio muestral** del experimento. Cada elemento del espacio muestral es un **evento o suceso simple**.

a) ¿Qué evento es más probable en el experimento **a) de la actividad 1**: obtener múltiplo de 3 o no múltiplo de 3? No múltiplo de 3. ¿Por qué? Hay menos múltiplos que no múltiplos.

b) Dos eventos igualmente probables en el experimento **b) de la actividad 1** son color rojo y color verde; también color azul y color amarillo.

c) El evento más probable en el experimento **c) de la actividad 1** es elegir la letra o.

d) En el experimento **de la actividad 2** pueden salir números pares o impares. ¿Qué evento es más probable? Son igualmente probables. Explica por qué. Hay la misma cantidad de unos que de otros.

e) Describe un experimento aleatorio y anota su espacio muestral.

El experimento consiste en R. P.

Su espacio muestral es R. P.

conect@mos

Explora una ruleta virtual en...

www.e-sm.com.mx/SCM2A-069

Modifica la ruleta para que sea igual a la del inciso 1 b) y hazla girar varias veces. Analiza si los resultados obtenidos coinciden con tus respuestas. Anota tus conclusiones en el cuaderno.

✹ Trabaja en grupo. Analicen algunos de sus experimentos aleatorios y sus respectivos espacios muestrales. Identifiquen si se trata de un experimento aleatorio y si el espacio muestral está bien definido. Respondan las preguntas al inicio de la secuencia.

BLOQUE 1

Secuencia 9 / lección 27

El salario representativo

CONTENIDO

Análisis de casos en los que la media aritmética o mediana son útiles para comparar dos conjuntos de datos

Cuando un conjunto tiene muchos datos puede ser más útil uno que sea representativo del resto. Pero ¿cómo elegirlo?

1. La tabla muestra los salarios del personal administrativo de una empresa.

Cargo	Cantidad	Salario ($)
Gerente	1	75 000.00
Subgerente	1	40 000.00
Contador	2	20 000.00
Secretaria	3	6 000.00

- Los miembros del sindicato afirman que el salario representativo es $6 000.00
- El subgerente dice que es $20 000.00
- El gerente opina que es casi $25 000.00

a) ¿Quién tiene razón? El gerente.

comunicar

b) ¿Por qué? R. T. Porque su estimación es más cercana al promedio.

- Compara las respuestas con las de tus compañeros. Analicen la forma en que cada uno calculó el valor representativo.

Una colección de datos puede tener distintos valores representativos.
Puede ser un valor representativo…

a) la media aritmética, que se obtiene al sumar los datos y dividir el resultado entre el número de los mismos;
b) la mediana, que es el valor del centro del conjunto de datos cuando están ordenados de menor a mayor o de mayor a menor (cuando hay dos valores centrales se obtiene la media de ambos para calcular la mediana);
c) la moda, que es el dato que más veces se repite, es decir, el que tiene mayor frecuencia.

Estos valores se llaman "medidas de tendencia central". Aunque la media aritmética es la que más se utiliza, en muchos casos es más útil la mediana o la moda.

resolver

2. Resuelve, con base en el ejemplo de los salarios, lo siguiente.

a) ¿Quién o quiénes utilizaron la media aritmética para expresar el salario representativo?

El gerente se aproximó más a la media.

b) ¿Quiénes utilizaron la moda? Los miembros del sindicato.

c) ¿Y la mediana? El subgerente.

3. El gerente ha decidido aumentarse el salario a $80 000.00.

a) Anota una paloma en las medidas de tendencia central que cambiarán de valor.

Media aritmética ✔ Mediana _____

b) Considerando el nuevo dato, ¿cuáles son los valores de las medidas de tendencia central?

Media aritmética: $25 428.57 Mediana: $20 000

4. Además del aumento del salario del gerente, la empresa ha recibido a un estudiante de contabilidad para hacer su servicio social. Tendrá el puesto de auxiliar de contador y no recibirá salario, es decir, formará parte del personal administrativo pero sin cobrar.

a) Completa la tabla con los nuevos datos.

Cargo	Cantidad	Salario ($)
Gerente	1	$80 000
Subgerente	1	40 000.00
Contador	2	20 000.00
Secretaria	3	6 000.00
Auxiliar de contador	1	0

b) Calcula.

Media aritmética: $22 250 Mediana: $13 000

5. Del personal administrativo de otra empresa, se sabe que el coordinador gana lo que ganan las dos secretarias juntas y que el encargado gana más que el contador. Además, las medidas de tendencia central se indican abajo. Completa la siguiente tabla.

Salarios
Media: $5 700.00
Mediana: $6 000.00

Cargo	Salario ($)
Coordinador	8 000
Encargado	6 500
Contador	6 000
Secretaria 1	4 000
Secretaria 2	4 000

* Compara los resultados de las actividades 3 a 5 con los de tus compañeros. Juntos, busquen y escriban en el cuaderno situaciones en las que las medidas de tendencia central son útiles para comparar un conjunto de datos.

conect@mos

Practica el cálculo de la media y la mediana en...

www.e-sm.com.mx/SCM2A-071a

www.e-sm.com.mx/SCM2A-071b

Si tienes dudas, revisa los conceptos en el recuadro de la página anterior.

conect@mos

Haz la actividad sobre medidas de tendencia central en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-071c

Comenta con un compañero qué dificultades tuvieron y comparen sus respuestas.

Secuencia 9 / lección 28

Niveles de contaminación por ozono

CONTENIDO Análisis de casos en los que la media aritmética o mediana son útiles para comparar dos conjuntos de datos

conect@mos

En la página

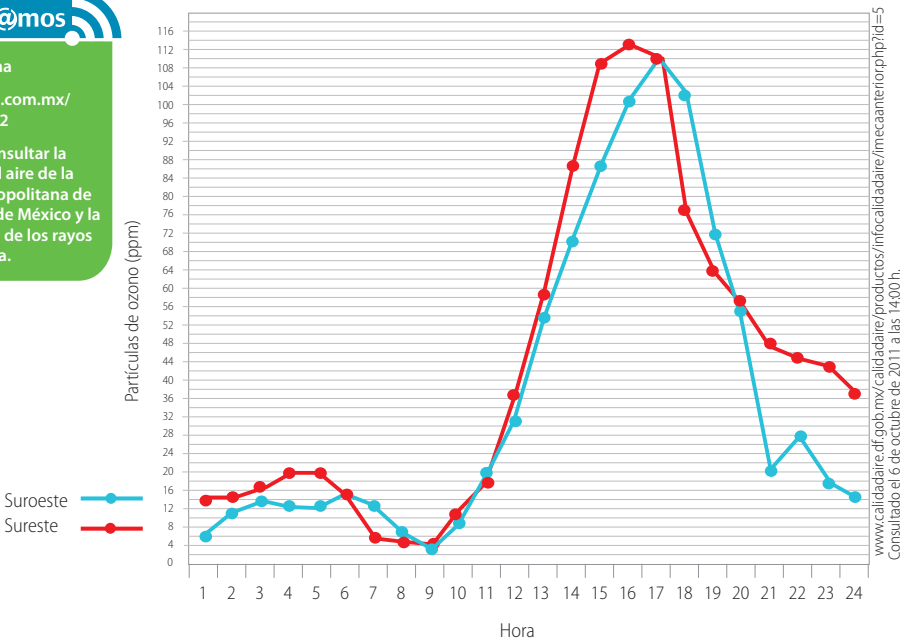
www.e-sm.com.mx/SCM2A-072

puedes consultar la calidad del aire de la zona metropolitana de la Ciudad de México y la intensidad de los rayos ultravioleta.

1. Lee la información.

La gráfica muestra los niveles de ozono durante un día en dos zonas de la Ciudad de México, la suroeste (SO) y la sureste (SE). Estos se miden en ppm (partes por millón), es decir, el número de moléculas en un millón de moléculas de aire.

Niveles de ozono en la Ciudad de México (5 de octubre)


Partículas de ozono (ppm)
0 4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56 60 64 68 72 76 80 84 88 92 96 100 104 108 112 116
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
Hora
Suroeste
Sureste
www.calidadaire.df.gob.mx/calidadaire/productos/infocalidadaire/imecaanterior.php?id=5
Consultado el 6 de octubre de 2011 a las 14:00 h.

Interpretación del Imeca	
Imeca	**Condición**
0-50	buena
51-100	regular
101-150	mala
151-200	muy mala
mayor a 200	extremadamente mala
M/F	mantenimiento o falla del equipo

Imeca: Índice metropolitano de calidad del aire

En la gráfica se ve que a las 10:00 h del 5 de octubre el nivel de ozono era 9 para la zona suroeste y 11 para la sureste. La interpretación de los niveles de ozono para conocer la calidad del aire se muestra en la tabla.

2. Responde de acuerdo con la gráfica.

a) ¿A qué hora la zona sureste alcanzó el máximo nivel de ozono?

A las 16:00.

b) ¿A qué hora lo hizo la zona suroeste? A las 17:00.

c) ¿En qué horas ambas zonas tenían el mismo nivel de ozono?

R. T. A las 6:00, 9:00, 10:30, 17:00 y 20:00.

d) ¿En qué horas la calidad del aire era regular en la zona sureste? de 12:30 a 14:30 y de 17:30 a 20:30

e) ¿Durante cuántas horas la calidad del aire fue deficiente en la zona suroeste? de las 15:00 a las 18:00

3. Registra en las tablas los valores de las partículas de ozono de la zona sureste correspondientes a cada hora.

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Partículas de ozono (ppm)	14	15	17	20	20	14	6	5	4	11	18	37

Hora	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Partículas de ozono (ppm)	59	87	109	113	110	77	64	57	48	45	43	37

a) Calcula, de este conjunto de datos, lo que se pide.

Media: 42.91 ppm Mediana: 37 ppm

b) Teniendo en cuenta la interpretación del Imeca y los datos anteriores, ¿consideras que la calidad del aire ese día fue buena, regular o mala? Regular.

conect@mos

Descarga la actividad de media y mediana en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-073

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, comparen y validen, en grupo y con ayuda del profesor, sus respuestas.

4. Supón que los siguientes textos son tres encabezados de periódicos. Anota qué medida de tendencia central se utilizó en cada caso (media, mediana o moda).

El 5 de octubre la zona suroeste de la Ciudad de México tuvo un valor representativo de índice de ozono de 37.08 ppm.	El 5 de octubre la zona suroeste de la Ciudad de México tuvo un valor representativo de índice de ozono de 13 ppm.	El 5 de octubre la zona suroeste de la Ciudad de México tuvo un valor representativo de índice de ozono de 19 ppm.
media	moda	mediana

Una pista

Para tener los datos de la zona suroeste haz una tabla como la que hiciste para la zona sureste en el ejercicio 3.

a) ¿Qué valor representa mejor los datos? La media.

b) ¿Por qué? R. P.

c) Una persona que lea cualquiera de los encabezados pensará que la calidad del aire fue buena ese día. ¿Estará en lo cierto? No. ¿Por qué? Porque los niveles más altos se presentaron a la hora en que la gente está en la calle.

comunicar

- Compara las respuestas con las de tus compañeros. Comenten por qué decir que el valor representativo de 13 ppm o 19 ppm está muy alejado de la realidad; noten que hubo horas en que alcanzó más de 100 ppm.

La medición de la circunferencia terrestre

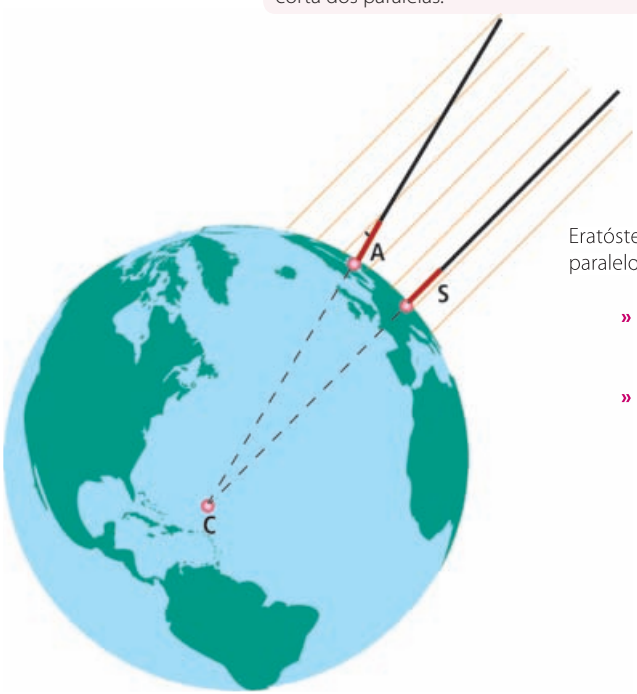
Eratóstenes, matemático griego (276-195 a. C.)

Eratóstenes fue un matemático, astrónomo, geógrafo y poeta griego. Fue llamado a Egipto, en el año 236 a. C., para que se hiciera cargo de la biblioteca de Alejandría, donde aprendió que Siena (hoy Asuán, en Egipto) está situada prácticamente sobre el trópico de Cáncer, y por esto, el día del solsticio de verano, a mediodía, los objetos no proyectan sombra.

En Alejandría, en el solsticio de verano, Eratóstenes enterró una vara en el suelo y notó que, a pesar de ser mediodía, esta proyectaba sombra. Determinó, mediante un instrumento parecido al reloj solar, que el ángulo que se formaba entre la vara y los rayos del sol era de $\frac{1}{50}$ de 360°. Pensó que como el Sol se encuentra tan alejado de la Tierra sus rayos podían suponerse paralelos entre sí.

Dibuja y redacta una justificación para la afirmación siguiente.

Eratóstenes observó que, si **C** es el centro de la circunferencia que representa a la Tierra, el ángulo **ACS** mide también $\frac{1}{50}$ de 360°.
Te sugerimos utilizar lo que sabes sobre ángulos que se forman cuando una recta corta dos paralelas.



Eratóstenes consideró que los rayos solares eran paralelos (observa las líneas amarillas del dibujo).

- Sabía que en Siena (**S**) los objetos no generaban sombra (señalando la varilla **S**)
- En Alejandría (**A**) midió el ángulo que se formaba entre los rayos solares y la vara (señalando el pequeño ángulo que se forma entre la parte roja de la vara **A** y el rayo amarillo)

La leyenda dice que Eratóstenes mandó medir la distancia entre Siena y Alejandría, pero es probable que ya conociera ese dato. La distancia que utilizó para sus cálculos fue de 5 000 estadios. Esta distancia es la longitud del arco de circunferencia comprendido entre **A** y **S**.

Conociendo la medida del ángulo **ACS** y la longitud del arco **AS**, Eratóstenes pudo calcular la longitud de la circunferencia terrestre. Efectúa el cálculo.

La circunferencia de la Tierra mide 250 000 estadios. Justifica tu respuesta.

R. T. 5 000 estadios corresponden a $\frac{360°}{50}$ (la cincuentava parte de la circunferencia); al multiplicar 50 x 5 000 obtenemos la circunferencia terrestre.

Se piensa que el estadio de Eratóstenes equivale a 158 m. ¿Cuántos kilómetros mide la circunferencia terrestre según su cálculo? 39 500 000 metros.

Eratóstenes confirmó que la Tierra es redonda y no plana, como se llegó a pensar. ¿Qué hubiera pasado con la sombra de la vara en Alejandría si la Tierra fuera plana? No habría sombra en Alejandría en el momento en que no hubiera sombra en Siena. En cualquier momento, las sombras serían iguales.

Actualmente se cuenta con instrumentos de alta precisión. Gracias a ellos se sabe que la Tierra no es totalmente redonda, sino que está ligeramente achatada en los polos.

- Investiga qué son la circunferencia ecuatorial terrestre y la circunferencia polar terrestre, y cuántos kilómetros mide cada una.
  R. P.
- ¿Eratóstenes calculó la circunferencia ecuatorial o la polar? Justifica tu respuesta.
  La polar, porque Siena y Alejandría estaban en la misma longitud.
- Investiga qué son los trópicos de Cáncer y de Capricornio, además de los equinoccios y los solsticios.
- Investiga por qué fue importante la biblioteca de Alejandría.
- Comparte los resultados de tu investigación con tus compañeros, validen juntos sus respuestas y anoten en su cuaderno sus conclusiones.

Selecciona la opción correcta. Al finalizar la evaluación, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

1. Coloca en los cuadros blancos los números adecuados para que las operaciones sean correctas. ¿Qué número va en la esquina inferior derecha?

9	÷	–3	=	–3
×		×		×
–1	÷	–1	=	1
=		=		=
–9	÷	3	=	–3

a) –6

b) –3

c) 3

d) 6

2. En informática, se utilizan bits, *bytes* y sus múltiplos como unidades de información; el bit es la unidad mínima y las equivalencias son las siguientes: 1 *byte* = 2^3 bits, 1 kilobyte = 2^{10} *bytes*, 1 megabyte = 2^{10} kilobytes, un gigabyte = 2^{10} megabytes, 1 terabyte = 2^{10} gigabytes. ¿Cuántos bits corresponden a 2 terabytes?

a) 2^{41} bits b) 2^{43} bits c) 2^{44} bits d) 2^{40} bits

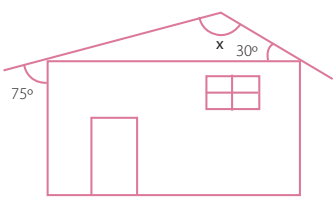
3. Se construyó una casa con un techo a dos aguas como la de la figura. ¿Cuánto mide el ángulo **x**?

a) 105°

b) 115°

c) 125°

d) 135°



4. A un carpintero le pidieron construir un triángulo de madera con un ángulo de 60° y otro de 40°, y un lado de 80 cm. ¿Cuántos triángulos diferentes puede hacer?

a) Uno. b) Dos. c) Tres. d) Más de tres.

5. En nuestro país se aplica un impuesto al valor agregado (IVA) de 16%. Si el precio con IVA de un producto es $435.00, ¿cuánto costaría sin el impuesto?

a) $369.75 b) $365.40 c) $375.00 d) $419.00

6. La extensión territorial de nuestro país es de 1 964 735 km^2, de los cuales Nayarit ocupa 27 857 km^2. ¿Qué porcentaje del total representa la extensión de Nayarit?

a) 14% b) 7% c) 1.4% d) 0.7%

Fuente: Instituto Nacional de Estadística y Geografía.

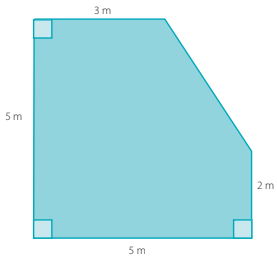
7. Se desea alfombrar una habitación como la siguiente. ¿Cuánta alfombra se requiere?

a) 23 m^2

b) 22 m^2

c) 21 m^2

d) 15 m^2



8. En la tabla se observa el crecimiento de una deuda inicial de $1 500.00 con 9% de interés mensual compuesto.

Deuda inicial	$1 500.00
Primer mes	$1 635.00
Segundo mes	
Tercer mes	$1 942.54

¿Qué operación permite calcular la deuda al segundo mes?

a) $1\,500 + (1\,500 \times 0.09)$

b) $1\,500 + (1\,500 \times 0.18)$

c) $1\,635 + (1\,635 \times 0.09)$

d) $1\,635 + (1\,635 \times 0.18)$

9. Unos amigos lanzan dos dados y suman los resultados de las caras. ¿Cuál de los siguientes resultados es más probable ?

a) Que la suma sea 2.

b) Que la suma sea 4.

c) Que la suma sea 5.

d) Que la suma sea 11.

10. Al registrar las temperaturas mínimas de dos ciudades durante quince días se obtuvo lo siguiente.

Ciudad	Temperaturas mínimas (registro quincenal)	Mediana	Media
A	13º, 13º, 13º, 14º, 14º, 13º, 13º, 12º, 13º, 13º, 14º, 13º, 14º, 14º, 13º	13º	13.2º
B	10º, 17º, 17º, 13º, 8º, 9º, 9º, 10º, 9º, 11º, 11º, 12º, 18º, 19º, 17º	11º	12.6º

¿Qué conviene más para predecir la temperatura mínima del día siguiente?

a) Usar la media para ambas ciudades.

b) Usar la mediana para ambas ciudades.

c) Usar la media para A y la mediana para B.

d) Nada, pues es difícil predecir la temperatura en la ciudad B con la media o la mediana, ya que presenta temperaturas con mucha variación.

La deforestación: un problema mundial

Las selvas y los bosques cubren gran parte de la superficie terrestre; sin embargo, debido a las actividades humanas, cada año se deforestan miles de km². La deforestación implica la pérdida de hábitats para muchas especies, y provoca el aumento del efecto invernadero; si continuamos con el ritmo actual de deforestación, habrá consecuencias graves para la vida en la Tierra.

Zona deforestada a causa de la actividad humana

La siguiente tabla muestra cifras de la deforestación en algunas regiones del mundo entre 1990 y 2010.

	México	Brasil	Honduras	Noruega	Nigeria	Latinoamérica y el Caribe
Superficie forestal en 1990 (miles de km²)	703	5 748	81	91	172	10 389
Superficie forestal en 2010 (miles de km²)	648	5195	52	101	90	9 460
Diferencia (miles de km²)	55	553	29	-10	82	929
Tasa de deforestación	7.8%	9.6%	35.8%	-11%	47.7%	8.9%

Fuente: © 2011 Grupo del Banco Mundial, http://databank.worldbank.org/data/home.aspx. Consultado el 17 de octubre de 2012 a las 16:00 h.

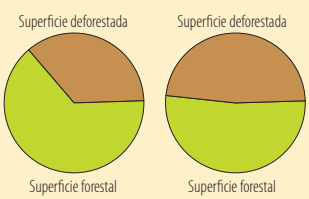
Pregunta 1. Completa la tabla anterior.

Pregunta 2. De acuerdo con los datos de la tabla, ¿en qué país es más grave el problema de deforestación? Justifica tu respuesta.

Pregunta 3. Entre 1990 y 2010, el porcentaje de deforestación en Honduras fue mayor que el de toda Latinoamérica y el Caribe. ¿Es esto posible? ¿Consideras que hay un error en los datos? Justifica tu respuesta.

Pregunta 4. ¿Qué país perdió aproximadamente $\frac{1}{3}$ de su superficie forestal en ese periodo?

a) Nigeria. b) Honduras. c) Brasil. d) México.



Pregunta 5. Como se observa en la tabla, Noruega tuvo un porcentaje de deforestación negativo. Explica por qué.

Pregunta 6. En promedio, ¿cuántos km² de superficie forestal perdió por año nuestro país entre 1990 y 2010?

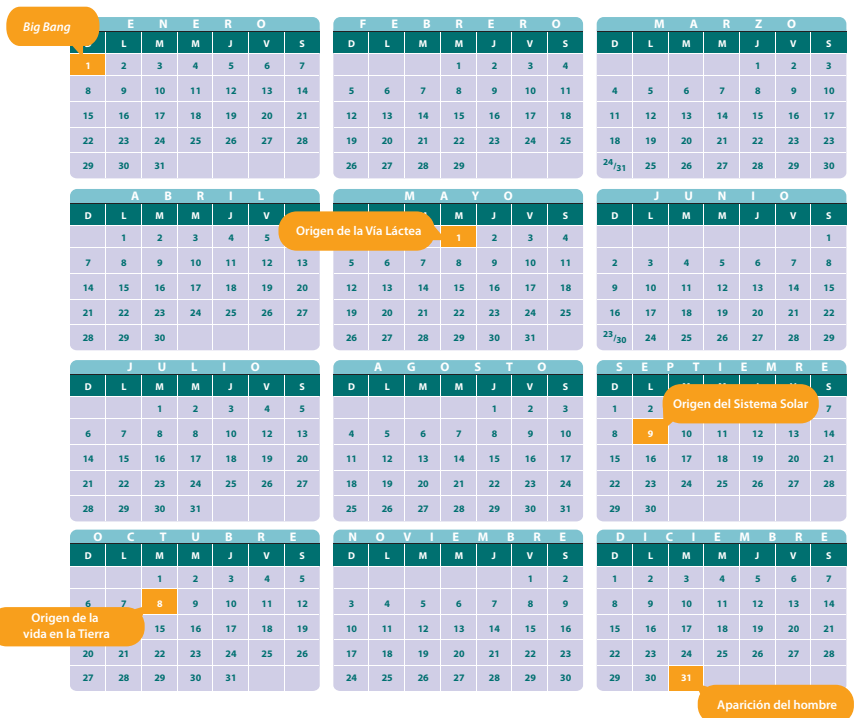
Pregunta 7. Las gráficas circulares muestran la deforestación entre 1990 y 2010 de dos países nombrados en la tabla. Escribe, en cada una, el nombre de la nación correspondiente.

Pregunta 8. Investiga en qué países se ha logrado abatir la deforestación, y qué medidas se adoptaron para tal fin.

Y para terminar...

El tiempo cósmico

La teoría más aceptada sobre el origen del universo es la del *Big Bang* (gran explosión) la cual lo sitúa hace 1.5×10^{10} años. Si representamos ese tiempo en un año, tendríamos las siguientes fechas importantes.



1. Considera que cada acontecimiento sucedió al inicio del día señalado.

¿Cuántos años transcurrieron desde el *Big Bang* hasta el origen de la Vía Láctea? 4.96×10^9 años.

2. Considera que entre el origen del Sistema Solar y la formación de la Tierra pasaron 2×10^8 años.

Ubica en el calendario cuándo se formó la Tierra. Entre el 13 y el 14 de septiembre

3. Considera que el hombre apareció a las 20:00 del 31 de diciembre.

¿Cuántos años hubo vida en la Tierra antes de que existiera el hombre? 3.45×10^9

¿Cuántos años lleva el hombre en la Tierra? 6.83×10^6

BLOQUE 2

Aprendizajes esperados

- ✓ Resuelve problemas aditivos con monomios y polinomios.
- ✓ Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos.

Pirámide milenaria

La Pirámide del Sol, en Teotihuacan, es una de las más grandes de Mesoamérica. Tiene una altura de 63 m y una base casi cuadrada de 225 m por lado. Se cree que tenía un santuario en la parte superior que completaba la pirámide, por lo que originalmente debió alcanzar los 75 m de altura.

1. En matemáticas, a este tipo de pirámides se les conoce como *pirámides truncadas*. ¿Por qué se llaman así?
2. ¿Cuánto debió medir el santuario original que completaba la pirámide? ¿Cuál era el volumen de la pirámide originalmente?
3. Investiga, con tus compañeros, las dimensiones de otras pirámides en el mundo. Hagan una lista de mayor a menor según su volumen.

Aprende más sobre la Pirámide del Sol y la ciudad sagrada de Teotihuacan en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-081

En las grandes construcciones se utilizan a menudo cuerpos geométricos conocidos como prismas rectos y pirámides. Conocer sus dimensiones y propiedades resulta vital para la ingeniería, pues la resistencia que pueden ofrecer las construcciones al paso del tiempo o ante los desastres naturales depende, entre otras cosas, de su forma y su tamaño.

En este bloque aprenderás a resolver problemas de la vida cotidiana calculando volúmenes y áreas de distintos sólidos.

BLOQUE 2

Secuencia 1 / lección 29

Literales y números

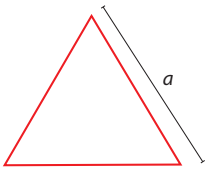
CONTENIDO Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de monomios

La cifra 5 solo representa el número cinco, una literal como *a* puede representar cualquier número. La suma 3 + 5 es igual a ocho; la suma *a* + *b* representa muchos números, que provienen de los valores de *a* y *b*.

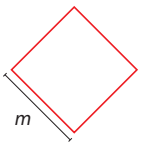
resolver

1. Expresa el perímetro P de cada polígono. Algunos son regulares; otros, irregulares.

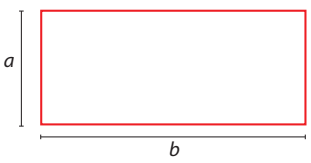
P = 3*a*



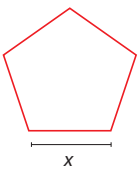
P = 4*m*



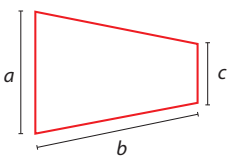
P = 2*a* + 2*b*



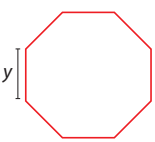
P = 5*x*



P = 2*b* + *a* + c



P = 5*y*



2. Anota el resultado de las siguientes operaciones.

a) $x + x + x =$ $3x$

b) $x + x + y =$ $2x + y$

c) $x + y + z =$ $x + y + z$

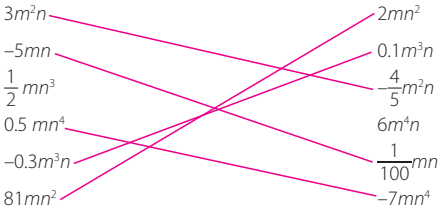
d) $x^2 + x =$ $x^2 + x$

e) $a^3 + a^2 + 2a^2 =$ $a^3 + 3a^2$

f) $ab + ab + a^2b =$ $2ab + a^2b$

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros de grupo. En particular comenten qué resultados quedan indicados como una suma y expliquen por qué estos resultados no se pueden simplificar más.

3. Une las expresiones que tengan exactamente las mismas literales y cada literal tenga el mismo exponente.



✸ Analiza, con tus compañeros y con ayuda del profesor, la siguiente información y después efectúen lo que se indica.

Las expresiones algebraicas como a, $2a$, $-3.1n^2$, $\frac{5}{2}m^2p$, son de un solo término y se les llama **monomios**. En cada monomio se puede distinguir un **coeficiente**, su signo (positivo o negativo) y la parte **literal**. Por ejemplo, en el monomio $2.5a^2b$, el coeficiente es 2.5, el signo es positivo y la parte literal es a^2b. Dos o más monomios que tienen la misma parte literal (mismas literales y exponentes iguales) se les llama **semejantes**: $5a^2b$ y $-\frac{3}{7}a^2b$ son semejantes, pero $5a^2b$ no es semejante a $-8ab^2$.

a) Identifiquen cuáles de las expresiones que anotaron como perímetros en la actividad 1 son monomios y cuáles no.
b) Identifiquen cuáles de los resultados del ejercicio 2 son monomios y cuáles no.
c) Verifiquen que en la actividad 3 hayan unido a los monomios semejantes; si algunos quedan solos, cópienlos en su cuaderno y escriban a cada uno un monomio semejante.
d) Discutan por qué es importante identificar términos semejantes cuando se van a sumar monomios. Analicen si en el caso de la resta también es importante identificar términos semejantes. Anoten sus conclusiones en su cuaderno.

validar

4. Resuelvan, en equipo, lo siguiente.

a) $3a - 2a =$ a
b) $3a + a =$ $4a$
c) $2ab + 5ab =$ $7ab$
d) $4x^2y + x^2y + z =$ $5x^2y + z$
e) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a =$ a
f) $\frac{3}{4}a - \frac{1}{4}a =$ $\frac{1}{2}a$

5. Escribe lo que se indica.

a) Dos términos que sean semejantes: R. T. ab^2, $5ab^2$
b) Dos términos que no sean semejantes: R. T. xz^2, x^2z
c) Una resta de monomios que se pueda simplificar: R. T. $3x^2 - 2x^2$
d) Una suma de monomios que no se pueda simplificar: R. T. $7y^2 + 3z^2$

Convivimos

Ante una actividad nueva es normal que tengas dificultades y cometas errores. Hasta a los matemáticos les pasa. Poco a poco desarrollarás la habilidad necesaria para resolverla y te parecerá menos difícil.

✸ Con tus compañeros, y con el apoyo del profesor, revisen los resultados. Si encuentran errores, intenten aclarar la causa, y corrijan lo que sea necesario.

Secuencia 1 / Lección 30

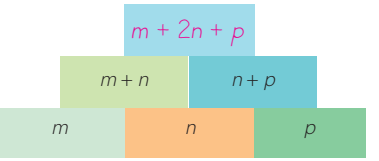
Expresiones algebraicas en pirámides y cuadrados

CONTENIDO
Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de monomios

1. En el esquema, el número de cada celda es la suma de las dos de abajo. Efectúa lo siguiente.

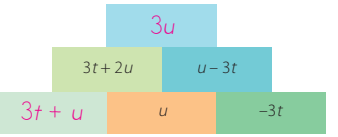
a) Escribe la expresión para el número de la celda superior.

b) Simplifica la expresión.

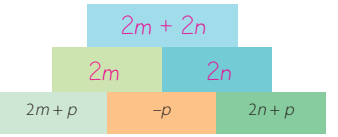


resolver

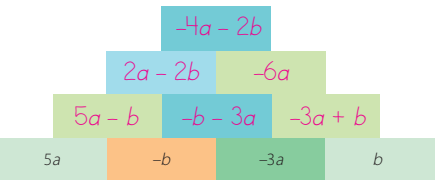
2. Trabajen en equipo. En cada esquema anoten las expresiones que faltan. Recuerden que la expresión en cada celda corresponde a la suma de las dos de abajo.



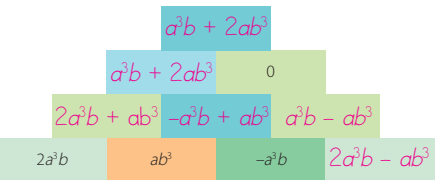
Esquema 1



Esquema 2



Esquema 3



Esquema 4

- Revisen, en grupo, sus resultados. Comenten por qué, en el esquema 4, las dos expresiones debajo del cero solo varían en los signos.

3. Trabaja en equipo.

a) Verifiquen, en el cuadrado, que la suma de las expresiones de cada fila, columna y diagonal sea la misma.

b) ¿Cuánto suman las expresiones de cada fila, columna y diagonal? 3a

$4a$	$-3a$	$2a$
$-a$	a	$3a$
0	$5a$	$-2a$

4. Completen los siguientes cuadrados de tal manera que cada columna, fila o diagonal sumen lo mismo.

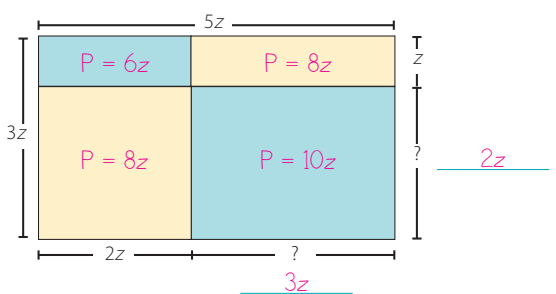
$2x^4y^2$	$-5x^4y^2$	0
$-3x^4y^2$	$-x^4y^2$	x^4y^2
$-2x^4y^2$	$3x^4y^2$	$-4x^4y^2$

$2.5p^2q$	$-4.5p^2q$	$0.5p^2q$
$-2.5p^2q$	$-0.5p^2q$	$1.5p^2q$
$-1.5p^2q$	$3.5p^2q$	$-3.5p^2q$

- Revisen, en grupo y con ayuda del profesor, los resultados de los problemas 3 y 4. Si hay diferencias, encuentren los errores.

5. Trabaja en equipo. Lleven a cabo, con base en el esquema, lo siguiente.

a) Anoten las longitudes que faltan.
b) Calculen el perímetro de las cuatro regiones en que se divide la figura.



- Revisen, en grupo, los resultados. Corrijan si es necesario. Redacten, en el cuaderno, cinco ejemplos de adiciones o sustracciones de expresiones que hayan trabajado en la lección; titulen el apartado "Adición y sustracción de expresiones algebraicas".

técnicas

conect@mos

Practica la suma de monomios en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-085

Efectúa las actividades en la sección "Sumas"; si tienes dudas, revisa lo que estudiaste en las lecciones 29 y 30.

BLOQUE 2

Secuencia 2 / Lección 31

Un juego para empezar

CONTENIDO Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de polinomios

En las lecciones anteriores aprendiste a sumar y restar monomios. En esta lección trabajarás con expresiones algebraicas formadas por varios monomios.

1. Juega con un compañero. Usen la hoja de calendario que se muestra.

a) El jugador A elige cuatro números que formen un rectángulo, como en el ejemplo. El jugador B no debe saber cuáles son.

b) A le dice la suma de sus números a B.

D	L	M	M	J	V	S
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

c) El jugador B debe averiguar los números de A. Si acierta, obtiene un punto; si no, el punto es para A.

d) En la siguiente ronda se invierten los papeles. Después de cinco rondas, gana quien obtenga más puntos.

2. Supón que eres el jugador B. ¿Cómo averiguarías los números de A si su suma fuera 32? Explícalo en tu cuaderno.

a) Los números están dispuestos como muestra el esquema de abajo. Anota *x* donde estaría el menor de los cuatro números, suponiendo que frente a ti estuviera la hoja del calendario.

b) Si el menor de los cuatro se denota con *x*, ¿cómo expresarías el número a su derecha?

$x + 1$

c) ¿Cómo expresarías el número bajo *x*? $x + 7$

d) ¿Y el mayor de los cuatro? $x + 8$

x 4	$x + 1$ 5
$x + 7$ 11	$x + 8$ 12

e) Utiliza la expresión algebraica de los números anteriores para completar la ecuación. Encuentra el valor de x.

$x +$ $x + 1$ $+$ $x + 7$ $+$ $x + 8$ $= 32$

$x =$ 4

f) ¿Qué números se buscan? Anótalos en el esquema de la página anterior y verifica que sumen 32.

3. Calcula…

a) la suma de diez números consecutivos a partir del 3. 75

b) la suma de diez números consecutivos a partir del –5. –5

resolver

4. Reúnete con algunos compañeros. Jueguen lo siguiente.

a) Un participante dice en voz alta un número entero (positivo o negativo).
b) Los demás tratan de encontrar, lo más rápido posible, la suma de los diez números consecutivos a partir de este.
c) Quien encuentre cuánto suman gana un punto y en el siguiente turno dice el número del cual se partirá.

5. Anoten en su cuaderno las operaciones para calcular, lo más rápido posible, la suma de diez números enteros consecutivos a partir de uno dado.

validar

6. Consideren que el número inicial es n, luego sigue $n + 1$, después $n + 2$, y así sucesivamente hasta completar los diez números.

a) Completen, en su cuaderno, la suma de los diez números consecutivos y simplifiquen $n + (n + 1) + (n + 2)$…

b) Anoten el resultado de la suma como una fórmula que permite encontrar rápidamente la suma de diez números consecutivos a partir de un número dado. R. T. $10n + 45$

✹ Verifiquen, con sus compañeros y con ayuda del profesor, si las fórmulas que obtuvieron son correctas.

7. Usen la fórmula obtenida para contestar lo siguiente en el cuaderno.

a) Expliquen si la suma de diez números consecutivos puede dar 145 845. Sí
b) ¿Y podría dar 24 350? No

✹ Compara, con ayuda del profesor, tus resultados de la actividad anterior con los de tus compañeros. Pueden usar calculadora.

Anota la fórmula que prefieras. R. T. $5(2n + 9)$

BLOQUE 2

Secuencia 2 / lección 32

Sumando y restando polinomios

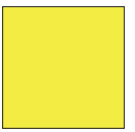
CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de polinomios

1. Expresa el perímetro P de cada uno de los siguientes polígonos.

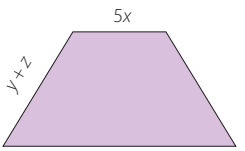
$2a + 2b$

$P =$ $8a + 2b$

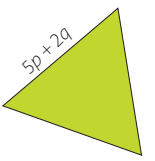


$3m - n$

$P =$ $12m - 4n$



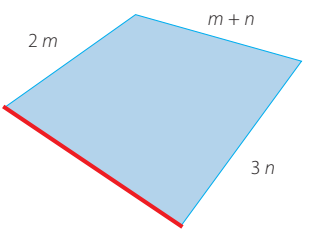
$P =$ $15x - y + 3z$



$P =$ $15p + 6q$

comunicar

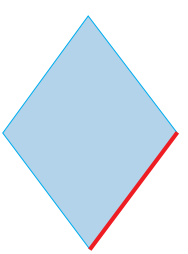
2. Considera el perímetro indicado en cada figura, anota la expresión que corresponde al lado marcado con rojo.



$P = 5m - n$

Expresión correspondiente al lado rojo:

$2m - 5n$

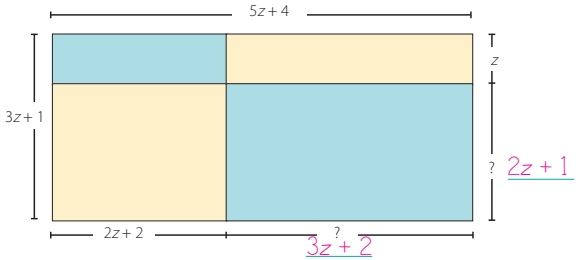


$P = 16e - 4f$

Expresión correspondiente al lado rojo:

$4e - f$

3. Trabaja en equipo. Lleven a cabo, con base en el esquema, lo siguiente.



a) Anoten las longitudes que faltan.
b) Escriban en su cuaderno las cuatro expresiones para obtener el perímetro de las cuatro regiones de la figura.

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Mencionen las diferencias que encuentran entre los perímetros que calcularon en la página 82 y los de esta página. Identifiquen cuáles de los lados de las figuras están expresados con un monomio y cuáles con una suma o resta de monomios.

4. Trabajen en equipo. Simplifiquen las siguientes expresiones. Si tienen duda sobre el resultado en las restas, recuerden que al sumarlo con el sustraendo deben obtener el minuendo.

a) $(a + b - c) + (a + b + c) =$ $2a + 2b$

b) $(a + b - c) - (a + b + c) =$ $-2c$

c) $(3x^2y + 2z - u) + (5x^2y - 2z + u) =$ $8x^2y$

d) $(3x^2y + 2z - u) - (5x^2y - 2z + u) =$ $-2x^2y + 4z - 2u$

e) $(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) =$ $3x + 6$

f) $(x + 1) - (x + 2) + (x + 3) =$ $x + 2$

- Revisen, con sus compañeros y con ayuda del profesor, sus resultados de la actividad anterior. Corrijan si es necesario. Antes de leer la siguiente información escriban en su cuaderno cómo se resuelve una suma o una resta como las del ejercicio que acaban de hacer. Después, lean lo siguiente y compárenlo con lo que escribieron.

conect@mos

Descarga la actividad de suma de polinomios en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-089

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, la fórmula que escribiste en la pregunta 3.

Las expresiones de un solo término (como a, $2z$, $3x^2y$) se llaman **monomios**. Aquellas con dos o más (como $x + 3$; $3x^2y + 2z - u$) son **polinomios**.
Para sumar polinomios se quitan los paréntesis y se reducen los términos semejantes. Por ejemplo, $(x + 3) + (2x + y - 3) = x + 3 + 2x + y - 3 = 3x + y$.
Restar polinomios es como restar del minuendo cada término del sustraendo. Por ejemplo, $(2x + y) - (x - y) = 2x + y - x + y = x + 2y$. Nota que restar $-y$ equivale a sumar y.

5. Escribe una suma y una resta de polinomios y resuélvelas.

Suma: R. P.

Resta: R. P.

- En grupo, analicen algunas de las operaciones que escribieron y entre todos decidan si está o no bien resuelta.

BLOQUE 2

Secuencia 3 / lección 33

Son diferentes pero valen lo mismo

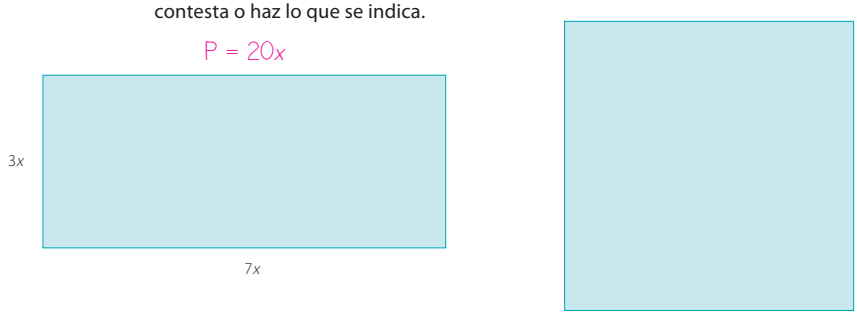
CONTENIDO

Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos

Sabes que $x + x + x = 3x$. ¿Es cierto que $2(a - b) + 2b + 2a = 4a$? En esta lección y en la siguiente, aprenderás a identificar expresiones que se escriben diferente pero valen lo mismo, es decir, son equivalentes.

resolver

1. El perímetro del rectángulo y del cuadrado es el mismo. Con base en esta información, contesta o haz lo que se indica.



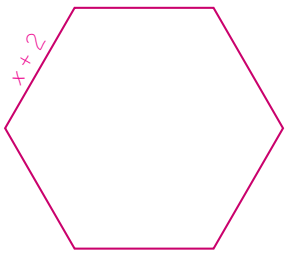
a) ¿Cuánto mide un lado del cuadrado? $5x$

b) Completa el esquema anotando las expresiones algebraicas correspondientes.

Suma de los cuatro lados del rectángulo	=	Suma de los cuatro lados del cuadrado
$7x + 3x + 7x + 3x = 20x$		$5x + 5x + 5x + 5x = 20x$

c) Verifica que al simplificar las dos expresiones que anotaste, el resultado sea $20x$ en ambas.

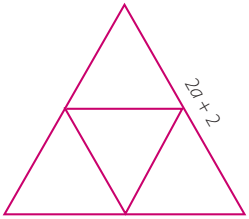
2. Si el perímetro de cada figura es $6x + 12$, ¿cuánto mide cada lado? Anoten las medidas en las figuras.

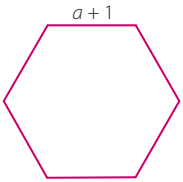


validar

- Revisen, con ayuda del profesor, sus resultados de los problemas 1 y 2. Consideren si encontraron varias soluciones para el 2.

3. El triángulo equilátero exterior y el hexágono regular tienen igual perímetro. Contesta o haz lo que se indica.





a) ¿Cuánto mide un lado del triángulo equilátero interior? $a + 1$

b) Completa el esquema anotando las expresiones algebraicas correspondientes.

Suma de los lados del triángulo equilátero exterior	=	Suma de los lados del hexágono
$2a + 2 + 2a + 2 + 2a + 2$		$a + 1 + a + 1 + a + 1 + a + 1 + a + 1 + a + 1$

c) Simplifica las sumas para verificar que los perímetros sean iguales. $6a + 6 = 6a + 6$

4. El triángulo equilátero anterior está dividido en cuatro triángulos equiláteros iguales.

a) ¿Cuál es el perímetro del triángulo grande? $6a + 6$

b) ¿Cuánto mide un lado de cada triángulo pequeño? $a + 1$

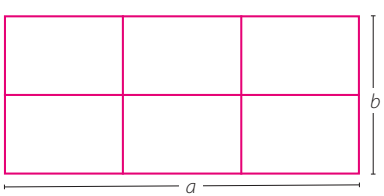
c) ¿Cuánto mide el perímetro de un triángulo pequeño? $3a + 3$

d) ¿Cuál de las siguientes expresiones indica que el perímetro del triángulo grande es el doble del triángulo pequeño?

$2(2a + 2) = 3(3a + 3)$ $3(2a + 2) = 3(a + 1)$ $3(2a + 2) = 2(3a + 3)$

5. En equipo, hagan lo que se indica.

a) Busquen tres expresiones equivalentes para indicar la longitud total de las líneas que forman la figura.



R. T. $a + a + a + b + b + b$

R. T. $3a + 4b$

R. T. $a + a + a + 2b + 2b$

b) Simplifiquen las expresiones encontradas, para mostrar que son equivalentes.

✸ Con tus compañeros, y con ayuda de su profesor, analicen las expresiones equivalentes encontradas, identifiquen los errores y corrijan lo que sea necesario.

BLOQUE 2

Secuencia 3 / lección 34

Expresiones equivalentes

CONTENIDO Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos

Una pista

Forma, con la parte no sombreada, un rectángulo cuyo largo sea $(a + b)$.

1. ¿Es cierto que el perímetro de la parte no sombreada es igual al perímetro de la figura completa? Sí Después de contestar *Sí* o *No*, anota lo que se pide.

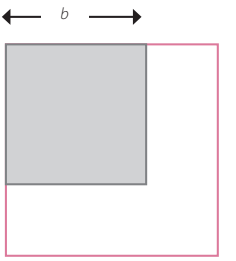
a) La suma de los cuatro lados de la figura completa:

$a + a + a + a$

b) La suma de los seis lados de la parte no sombreada:

$(a - b) + b + b + (a - b) + a + a$

c) Simplifica las dos sumas que anotaste, y verifica si la respuesta fue correcta. $4a = 4a$



resolver

2. Trabaja en equipo. El dibujo ilustra un tapete que cubre la cuarta parte del piso de una habitación. Anota lo que se indica.

a) El perímetro del tapete: $\frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{a}{2} + \frac{b}{2} = a + b$

b) El perímetro de la parte que no cubre el tapete: $\frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + a + b = 2a + 2b$

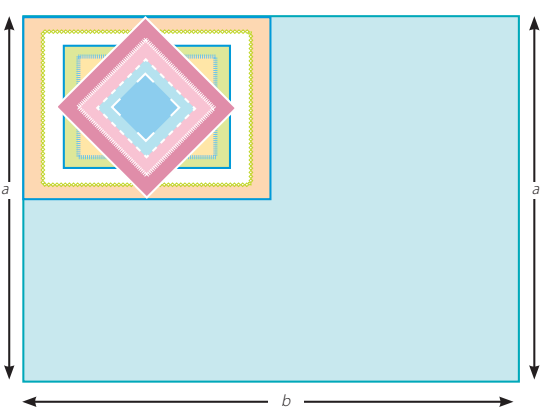
c) El perímetro de la habitación: $a + b + a + b = 2a + 2b$

d) ¿Cuáles de los resultados anteriores son equivalentes?

a) y b)

Convivimos

El debate de las ideas y soluciones es muy importante para enriquecer los conocimientos que estás estudiando. Para hacerlo es necesario explicar claramente cómo obtuviste tu solución y tratar de entender cómo la obtuvieron los demás.



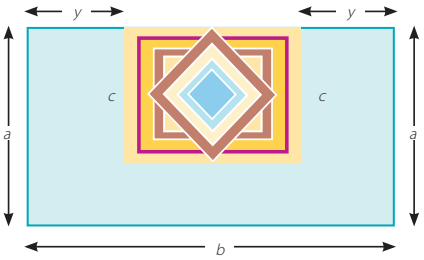
conect@mos

Encuentra expresiones algebraicas equivalentes en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-092

Resuelve los ejercicios y comenta con un compañero qué dificultades tuviste.

3. El dibujo muestra el piso de una habitación sobre el que se ha colocado un tapete.



a) De las siguientes expresiones, hay tres que representan el perímetro del piso de la habitación, por tanto, son equivalentes; márcalas.

$2(a + b)$ $\quad 2(a - b)$ $\quad 2a + 2b$ $\quad a + a + b + b$

b) De las siguientes expresiones, hay tres que representan el perímetro del tapete, por tanto son equivalentes. Márcalas.

$2c + 2(b - 2y)$ $\quad 2(c + b - y)$ $\quad 2(c + b - 2y)$ $\quad 2c + 2b - 4y$

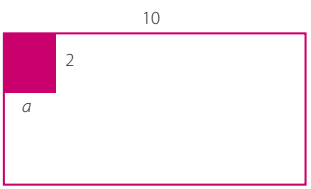
c) De las siguientes expresiones, hay tres que representan el perímetro de la parte no cubierta por el tapete, por tanto, son equivalentes. Márcalas.

$2(a + b + c)$ $\quad 2a + b + 2y + 2c + b - 2y$

$2(a + b + c - y)$ $\quad 2a + 2b + 2c$

- Revisen, con ayuda del profesor, los resultados. Si encuentran errores, averigüen qué los provocó, y corrijan lo que sea necesario.

4. En equipo, hagan lo que se indica.



a) Encuentren diferentes expresiones equivalentes para el área no sombreada.
R. T. $10(5) - 2a$; $(3)(10) + (2)(10 - a)$

b) Simplifiquen las expresiones para mostrar que son equivalentes.
$50 - 2a = 30 + 20 - 2a = 50 - 2a$

5. Busca dos formas diferentes para expresar lo que se indica.

Descripción	Primera forma	Segunda forma
Perímetro de un triángulo cuyo lado mida *a*.	$a + a + a$	$3a$
Área de un cuadrado cuyo lado mide *b*.	bb	b^2
Perímetro de un círculo cuyo radio mide *r*.	$2\pi r$	$\pi r + \pi r$

- Con tus compañeros, y con ayuda de su profesor, analicen las expresiones encontradas, identifiquen lo errores y corrijan lo que sea necesario.

conect@mos

Descarga la actividad de expresiones equivalentes en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-093

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tu explicación de por qué las expresiones $x^2 + 2x + 1$ y $(x + 1)^2$ son equivalentes.

Para la siguiente lección, deberás traer un objeto pequeño de metal, por ejemplo, una cuchara, una moneda, un llavero con algunas llaves, un tornillo grande, etcétera; o bien, una piedra pequeña, del tamaño de una canica. Es importante que los objetos no representen un peligro al ser manipulados, por ejemplo, cuchillos o piedras cortantes. También deberás traer un recipiente pequeño (bote de medicina, frasco de perfume, probeta, etc.), de preferencia con la forma más extraña que encuentren. Reflexionarás cómo comparar el volumen de los objetos entre sí, usando la capacidad de los recipientes.

BLOQUE 2

Secuencia 4 / lección 35

¿Quién ocupa más espacio?

CONTENIDO

Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos

¿Cómo se calcula el volumen de un prisma? ¿Y el de una pirámide con la misma base que el prisma? Al finalizar esta secuencia podrás responder preguntas como las anteriores.

resolver

Ya sabemos...

El volumen de un cuerpo es el espacio que ocupa.

1. Reúnete con tres o cuatro compañeros. Al final de la lección anterior se pidió que trajeran algunos objetos. Ordénenlos de menor a mayor volumen. Si algunos objetos son muy parecidos, pónganles una marca para distinguirlos entre sí.

a) Anoten en qué orden quedaron los objetos, del que tiene menor al que tiene mayor volumen.

R. P.

b) Describan el procedimiento que usaron para la comparación.

R. P.

✹ Expliquen a los demás equipos, con ayuda del profesor, su procedimiento. Anoten uno distinto al suyo.

R. P.

2. A continuación hay información sobre varios pares de objetos. En tu cuaderno escribe, en cada caso, cuál tiene más volumen. Si no se puede saber, explica por qué.

a) El objeto **A** tiene una masa de 5 kg y el **B**, de 7 kg. R. T. No se puede determinar.

b) De una barra de plastilina se cortaron dos porciones: la masa de una es de 250 g, y la otra, 300 g. La de 300 g

c) La cara superior del mosaico rectangular A mide 600 cm^2 y la del mosaico B, 800 cm^2. R. T. No se puede determinar.

d) Se cortaron dos tramos de un rollo de alambre: A mide 10 m y B, 15 m. El alambre B

e) Dos cuerpos, A y B, se sumergen y sacan, sucesivamente, en un recipiente con agua. El nivel del agua sube más con B. El cuerpo B

f) En la caja A cupieron 60 cubos y en la B, 30. Los cubos utilizados son del mismo tamaño. La caja A

Reflexionamos

¿Qué pesa más: 1 kg de plumas o 1 kg de plomo? ¿Qué ocupa más volumen?

- Compara, con ayuda del profesor, tus respuestas con las de tus compañeros. Si difieren, identifiquen por qué y disciernan quién tiene razón. A partir de la actividad anterior, infieran, entre todos, al menos tres maneras diferentes de comparar el volumen de dos cuerpos y anótenlas.

R. P.

3. Reúnan los recipientes de todos. Cada equipo debe tomar tres o cuatro cuya capacidad no sea posible comparar a vista. Ordénenlos de menor a mayor capacidad.

a) Describan el procedimiento que siguieron.

R. P.

Convivimos

Cuando te enfrentes a un problema matemático nuevo procura no decir "ese no me lo enseñaron" y anímate a ensayar con los recursos que te vengan a la mente: dibujos, diagramas, representaciones de los datos con algún material, etcétera.

4. Escojan un recipiente y uno de los objetos que trajeron. Comparen el volumen del segundo con el del primero. Expliquen el procedimiento que sigan.

R. P.

- Comparen sus procedimientos con los de sus compañeros. Discutan, entre todos, qué diferencias hay entre volumen y capacidad. Acuerden una definición para cada concepto y escríbanlas en su cuaderno. Si lo requieren, pueden consultar algún diccionario o buscar información en Internet.

BLOQUE 2

Secuencia 4 / lección 36

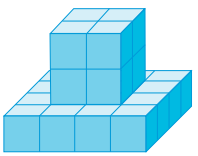
Midiendo el volumen

CONTENIDO: Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos

resolver

1. Con los cubos de estos cuerpos geométricos se construirán torres con forma de prisma rectangular. Contesta las preguntas.

Cuerpo A



¿Cuántos cubos hay? 24

¿Se puede construir una torre de seis pisos sin que sobren ni falten cubos? Sí.

¿Y de cinco pisos? No.

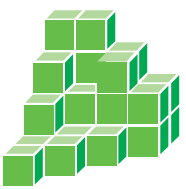
En caso de poderse construir, indica de cuántos cubos sería cada piso.
En la torre de seis pisos: 4 cubos por piso

En la torre de cinco pisos: No se puede.

Encuentra al menos tres torres más con distinto número de pisos que se puedan construir e indica de cuántos cubos es cada piso.

R. T. 6 × 4 = 8 × 3 = 12 × 2 = 24

Cuerpo B



¿Cuántos cubos hay? 30

¿Se puede construir una torre de seis pisos sin que sobren ni falten cubos? Sí.

¿Y de cinco pisos? Sí.

En caso de poderse construir, indica de cuántos cubos sería cada piso.
En la torre de seis pisos: 5 cubos por piso

En la torre de cinco pisos: 6 cubos por piso

Encuentra al menos tres torres más con distinto número de pisos que se puedan construir e indica de cuántos cubos es cada piso.

R. T. 6 × 5 = 10 × 3 = 15 × 2 = 30

Ya sabemos...

Un cubo con 1 cm por arista se llama centímetro cúbico (cm^3).

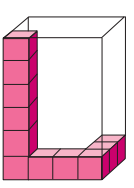
- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Observen cuántos prismas diferentes consideraron.

2. Una manera de expresar el volumen de un cuerpo es calcular el número de centímetros cúbicos que lo conforman.

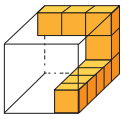
a) Calcula el volumen de los prismas.

Ya sabemos...

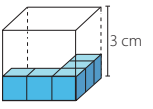
El volumen de un cuerpo es el número de unidades cúbicas que ocupan el mismo espacio que él.



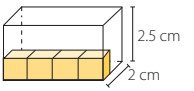
V = 72 cm^3



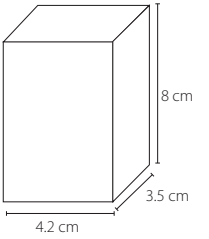
V = 45 cm^3



V = 27 cm^3



V = 20 cm^3



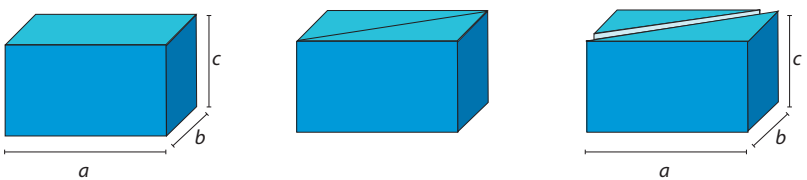
V = 117.6 cm^3

El volumen de cualquier prisma rectángular se puede calcular multiplicando el **largo** de la base por el **ancho** de la base por la **altura**.
Por ejemplo, el volumen del prisma rectangular de la siguiente actividad es $a \times b \times c$. Dado que $a \times b$ es el área de la base y c es la altura correspondiente, el volumen se puede expresar así:

volumen del prisma rectangular es igual al **área de la base multiplicada por la altura.**

En el prisma rectangular cualquier cara puede ser la base.

3. Un prisma rectangular con medidas *a* (largo), *b* (ancho) y *c* (altura) se cortó de tal manera que se formaron dos prismas triangulares.



a) ¿Cuál es el volumen del prisma rectangular? abc

b) ¿Y de uno de los triangulares? $\frac{abc}{2}$

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Lean lo siguiente.

El volumen del prisma triangular anterior es $\frac{a \times b \times c}{2}$.
También puede escribirse $\frac{a \times b}{2} \times c$.
Dado que $\frac{a \times b}{2}$ es el área de una base y *c*, la altura correspondiente, la medida del volumen puede expresarse igual que la del prisma rectangular:

volumen del prisma triangular es igual al área de la base multiplicada por la altura.

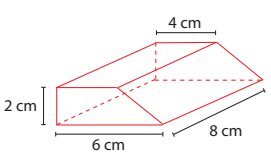
4. Haz lo que se indica.

a) Calcula el volumen del prisma rectangular que se forma uniendo dos prismas A y divídelo entre 2.
$V = 80\ cm^3$

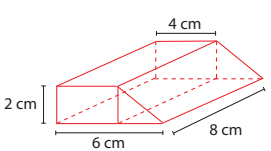
b) Descompón el prisma en uno rectangular y otro triangular. Aplica la fórmula $V = 80\ cm^3$

V = área de la base por altura,

y verifica que se obtenga el mismo resultado que en el inciso a).



Prisma A



Prisma B

validar

Reflexionamos

Un cubo mide *a* centímetros de arista, ¿cuál es su volumen?

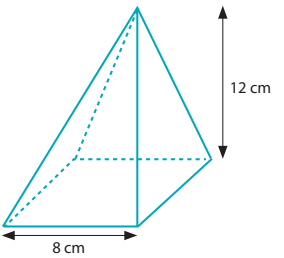
Para la siguiente lección, necesitarás medio pliego de cartulina y una bolsa de arroz u otra semilla pequeña.

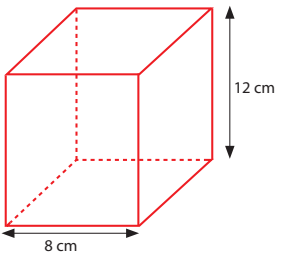
Secuencia 4 / lección 37

Prismas y pirámides: una buena relación

CONTENIDO Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos

1. Considera un prisma y una pirámide con bases cuadrangulares y alturas iguales.

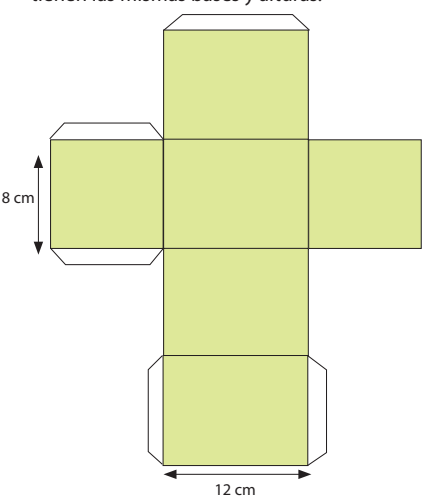


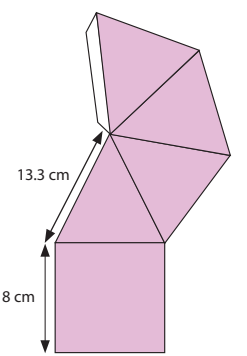


a) ¿Cuál tiene mayor volumen? El prisma.

b) ¿Cuántas veces tiene más volumen que el otro? R. P.

2. Los siguientes desarrollos planos son para armar un prisma y una pirámide cuadrangular; tienen las mismas bases y alturas.





Ya sabemos...

Un desarrollo plano de un cuerpo geométrico es una figura plana que se forma con las caras del cuerpo y que permite, doblando y pegando, armar el cuerpo.

a) Reprodúcelos en cartulina. Una de las bases del prisma y la base de la pirámide no tienen pestañas para que funcionen como tapa.

b) Llena la pirámide con arroz o alguna semilla pequeña, como alpiste.

c) Vacía su contenido en el prisma.

d) Repite lo anterior hasta que el segundo se llene.

e) ¿Cuántas veces vaciaste la pirámide? R. T. Tres veces.

f) ¿Cuántas veces es mayor el volumen del prisma que el de la pirámide? R. T. Tres veces.

g) ¿Qué parte del volumen del prisma es la pirámide? R. T. $\frac{1}{3}$

h) Escribe una fórmula para calcular el volumen de la pirámide.

Volumen de la pirámide = $\frac{\text{Área de la base x altura}}{3}$

conect@mos

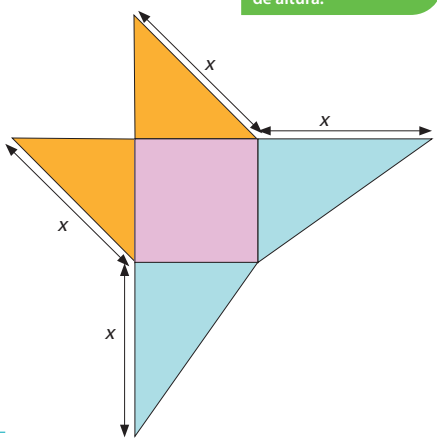
Aprende más sobre las pirámides en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-099

Contesta las preguntas y compara tus respuestas con un compañero. Expliquen, en su cuaderno, qué relación hay entre el volumen de un cubo y el de una pirámide con la misma base pero la mitad de altura.

✸ **Compara tu fórmula con las de tus compañeros y revisen cuáles son correctas. Después, entre todos indiquen y argumenten cuáles de los siguientes cambios modificarían la relación que encontraron entre el volumen del prisma y el de la pirámide.**

a) Si en lugar de una semilla pequeña, hubieran usado arena.
b) Si la altura del prisma y la altura de la pirámide hubieran sido mayores, pero iguales entre sí.
c) Si la base de la pirámide hubiera sido más pequeña que la base del prisma, pero las alturas iguales.



3. **Lleva a cabo, con dos compañeros, lo siguiente.**

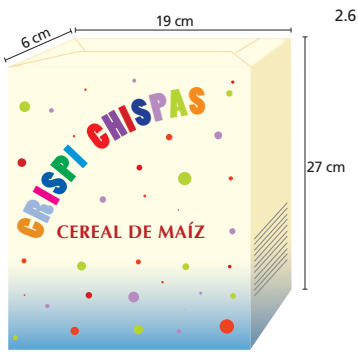
a) Cada quien arme una pirámide de acuerdo con el modelo de la derecha; asignen un valor, siempre el mismo, a las medidas marcadas con *x*. Tracen las pestañas donde lo consideren necesario.

b) Armen con sus pirámides, a manera de rompecabezas, un cubo.

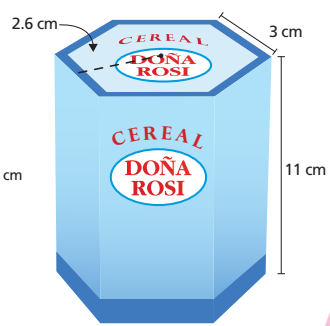
c) ¿Qué parte del cubo es el volumen de cada pirámide? $\frac{1}{3}$

4. **¿A cuál de los tres empaques le cabe más cereal?** A la pirámide

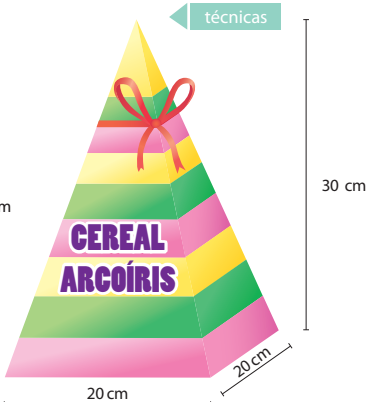
técnicas



V = 3078 cm^3



V = 257.4 cm^3



V = 4000 cm^3

Conserva la bolsa de arroz u otra semilla pues la volverás a usar en la siguiente lección.

BLOQUE 2

Secuencia 5 / lección 38

Variaciones I

CONTENIDO

Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides

¿Cómo varía el volumen de un prisma si su altura aumenta pero su base no cambia? En esta secuencia resolverás problemas de este tipo.

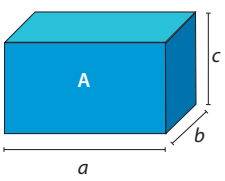
resolver

1. Se tiene una caja **A** y se quiere hacer una caja **B** con el doble de volumen que la primera.

   a) Calcula el volumen de **A** considerando que $a = 10$ cm, $b = 3$ cm y $c = 5$ cm.

   V = 150 cm^3

   b) Considerando que las medidas de la caja **A** son a, b y c, pon, en la tabla, una ✔ abajo de las medidas que podría tener la caja **B** y un ✗ en las que no.



2a, 2b, 2c	2a, 2b, c	2a, b, c	a, 2b, c	a, 2b, 2c
✗	✗	✔	✔	✗
1200 cm^3	600 cm^3	300 cm^3	300 cm^3	600 cm^3

   c) Anota en la última fila de la tabla anterior el volumen que se obtendría en cada caso. Por ejemplo, en la primera casilla habría que anotar 1 200 cm^3. Verifica que hayas anticipado bien las medidas para duplicar el volumen.

   d) Contesta las preguntas en tu cuaderno.
   - » ¿Cómo puede duplicarse el volumen de un prisma rectangular? Duplicando su altura o su base.
   - » ¿Cómo puede cuadruplicarse? Duplicando base y altura.
   - » ¿Cuántas veces aumenta el volumen si se duplica cada lado? Ocho.

✸ En grupo, con el profesor, verifiquen si todos están de acuerdo con la forma en que se puede duplicar el volumen de un prisma rectangular.

2. Trabaja en equipo. Construyan con cartoncillo…

   a) La caja **A**.

   b) Una caja **B** duplicando la longitud de la base de **A** (recuerden que, en un prisma rectangular, cualquier cara puede ser base).

   c) Una caja **C**, duplicando el largo y el ancho de la base de **A**.

   d) Una caja **D**, duplicando el largo y el ancho de la base, y la altura de **A**.

   e) Usen semillas pequeñas para determinar cuántas veces cabe el contenido de **A** en **B**, **C** y **D**. Con base en sus observaciones, revisen sus respuestas del inciso d) de la actividad 1.

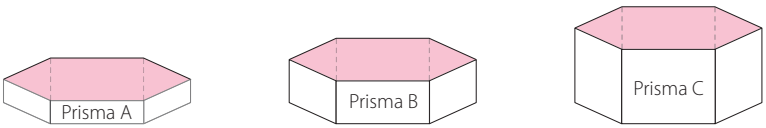
conect@mos

Descarga la actividad de volumen de prismas en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-100

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, intercambien su hoja de trabajo con la de otros equipos y validen las fórmulas que escribieron en la pregunta 3.

3. Imagina tres prismas hexagonales con la misma base pero distintas alturas.



a) Si la altura del prisma B es el doble que la del A, y la altura del C, el doble que la del B, ¿cuántas veces el volumen de B será mayor que el de A? Dos veces. ¿Y el de C respecto a A? Cuatro veces.

b) La base hexagonal mide 6 cm de lado y su apotema, 5.2 cm. Calcula el área del hexágono. 93.6 cm^2

c) Completa la tabla.

Altura del prisma (cm)	1	2	3	4	5	10	20	x
Volumen del prisma (cm^3)	93.6	187.2	280.8	374.4	468	936	1872	$93.6x$

d) Busca en la tabla parejas de prismas en los que la altura de uno sea el doble que la del otro. ¿También el volumen es el doble? Sí.

e) ¿La medida del volumen de los prismas es proporcional a la medida de su altura? Sí. Escribe, en tu cuaderno, al menos una evidencia de tu respuesta.

✸ Comparen los resultados, con ayuda del profesor, con los de sus compañeros.

4. Ahora se trata de un conjunto de pirámides cuadrangulares en las que el lado de la base varía pero la altura es constante.

a) Completa la tabla considerando que la altura se mantiene en 15 cm.

Lado de la base (cm)	1	2	3	4	5	10	20	x
Área de la base (cm^2)	1	4	9	16	25	100	400	x^2
Volumen de la pirámide (cm^3)	5	20	45	80	125	500	2000	$5x^2$

b) El volumen de la pirámide no es proporcional a la medida del lado de la base. Escribe, al menos, una evidencia de esto en tu cuaderno. R. P.

c) El volumen sí es proporcional al área de la base. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad que, multiplicada por cualquier valor del área de la base, da como resultado el valor correspondiente del volumen? 5

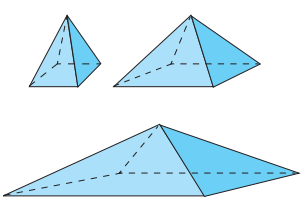
✸ Compara tu respuesta con las de tus compañeros y, si hay diferencias, averigüen juntos cuál es correcta. Expliquen por qué la respuesta de la pregunta 4 c) no puede ser 15.

conect@mos

Aprende más sobre las pirámides en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-101

Lee la información en la sección "Pirámides" y elabora, en tu cuaderno, un resumen de los tipos de pirámides que conoces.



Secuencia 5 / lección 39

Variaciones II

CONTENIDO

Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides

Ya sabemos...

El volumen de la pirámide es $\frac{1}{3}$ del área de la base por la altura.

Una pista

En la lección anterior calculaste los primeros valores de la fila que corresponde a 15 cm de altura.

1. En la lección anterior estudiaste el caso de un conjunto de pirámides cuadrangulares en las que el área de la base variaba pero la altura era constante (medía 15 cm). Ahora estudiarás el caso en que tanto el área de la base como la altura de las pirámides varían. En la tabla aparecen el área de la base y la altura de distintas pirámides. Anota los volúmenes que faltan.

Altura \ Área de la base	1 cm²	4 cm²	9 cm²	16 cm²
1 cm	$\frac{1}{3}$ cm³	$\frac{4}{3}$ cm³	3 cm³	$\frac{16}{3}$ cm³
6 cm	2 cm³	8 cm³	18 cm³	32 cm³
12 cm	4 cm³	16 cm³	36 cm³	64 cm³
15 cm	5 cm³	20 cm³	45 cm³	80 cm³

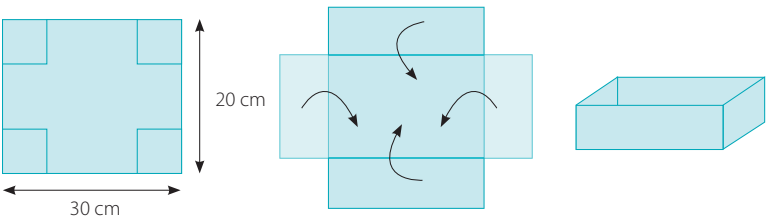
- Efectúa, con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Compara tus resultados con los de tus compañeros. Comenten la información.

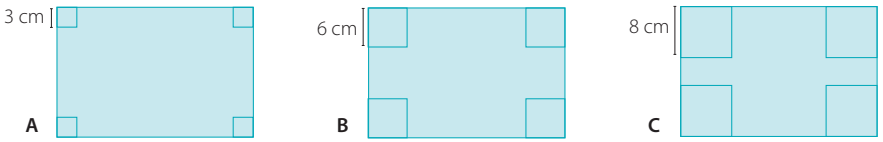
El volumen de la pirámide es proporcional al área de su base cuando la altura es constante. Así, una pirámide con una base *n* veces mayor que la de otra pirámide, pero con la misma altura, tendrá un volumen *n* veces mayor.
El volumen de la pirámide también es proporcional a su altura, cuando la base es constante.
Por ello, la relación del volumen con la base y la altura es de **proporcionalidad múltiple**.

b) Si el área de la base de la pirámide se cuadruplica y la altura se duplica, ¿cuántas veces aumenta el volumen? Ocho veces.

2. Se tiene una hoja de cartón con las medidas que se indican. Para hacer una caja sin tapa se cortarán cuadrados en las esquinas.



a) ¿Con qué cartón se armará la caja de mayor volumen? Cartón A.



b) Verifica tu anticipación calculando el volumen de cada caja.

validar

Volumen de la caja A: 1008 cm^3 Volumen de la caja B: 864 cm^3 Volumen de la caja C: 448 cm^3

c) Llamemos *x* a la medida del lado del cuadrado que se recorta en el cartón que formará la caja. Expresa, de acuerdo con esto, las dimensiones de…

el largo: $30 - 2x$; el ancho: $20 - 2x$; la altura: x ; el volumen de la caja: $(30 - 2x)(20 - 2x)(x)$

✸ **Compara tus resultados con los de tus compañeros.**

3. **Resuelve, con un compañero, los siguientes problemas.**[1]

resuelve

Un grupo de arquitectos construirá un edificio para oficinas con 5 600 m^2. Cada piso medirá 35 m × 16 m, y tendrá 3 m de altura.

a) Determinen la altura del edificio. 30 m

b) Se cubrirán con vidrio las caras del edificio. ¿Cuánto se necesitará? 3060 m^2

c) También se colocarán tiras de aluminio en las aristas del edificio (excepto las de la base). ¿Cuántos metros se necesitarán? 222 m

d) Finalmente, se necesita el volumen del edificio para calcular la capacidad necesaria de aire acondicionado. ¿Cuál es? 16800 m^3

En contexto

En los anuncios de venta o renta de oficinas se suele dar el dato de la superficie total. En cambio, cuando se trata de casas habitación, además de ese, se dan otros datos, como el número de recámaras, de baños, etcétera.

✸ **Comparen sus resultados con los de sus compañeros. Indiquen cuál es la unidad de la respuesta de cada pregunta: ¿metros, metros cuadrados o metros cúbicos?**

4. **Consideren el ejercicio anterior. Ahora los arquitectos evalúan la posibilidad de ocupar menos terreno haciendo los pisos de 20 m × 20 m. Contesten las preguntas.**

a) ¿El edificio sería más alto que el anterior? Sí. ¿Se necesitaría más aluminio? Sí.

¿Y vidrio? Sí. ¿El nuevo edificio tendría más volumen? No.

b) Calculen los datos de las preguntas del inciso anterior.

Aluminio (m): 248 Vidrio (m^2): 3360 Volumen (m^3): 16800

✸ **Comparen sus resultados con los de sus compañeros.**

[1] Tomado de Vergnaud, G., *et al.* (1983).

BLOQUE 2

Secuencia 6 / lección 40

Relaciones inversamente proporcionales I

CONTENIDO

Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos

Varios vecinos cooperarán en partes iguales para reparar un camino. Si se juntan 100 vecinos, cada uno debería dar $100.00; si son 200 personas, cada quien pagaría $50.00. En las siguientes lecciones estudiarás relaciones en las que, como en esta, cuando una cantidad aumenta *n* veces, la otra disminuye también *n* veces.

resolver

1. Traza, en papel cuadriculado, todos los rectángulos que puedas con una superficie de 36 cuadros. Por ejemplo, el lado A de una unidad y el lado B de 36 unidades. Anota sus dimensiones en la tabla de la izquierda.

Área = 36 cuadros	
Medida del lado A	Medida del lado B
1	36
2	18
3	12
4	9
6	6
9	4
12	3
18	2
36	1

2. Forma un equipo de tres o cuatro integrantes. Comparen sus rectángulos y agreguen a sus tablas los datos que no tengan.

3. Contesta lo siguiente.

   a) Cuando el lado A crece, ¿qué sucede con el lado B? Decrece.

   b) Si el lado A crece al doble (por ejemplo, de tres unidades a seis), ¿qué sucede con el lado B? Decrece a la mitad.

   c) Si A crece al triple (por ejemplo, de dos unidades a seis), ¿qué sucede con B? Decrece a la tercera parte.

   d) ¿Las medidas de B son directamente proporcionales a las de A? No.

   ¿Cómo lo sabes? Porque al aumentar el lado A no aumenta el lado B.

Dada una relación entre dos conjuntos de cantidades, cuando la cantidad de uno aumenta *n* veces y la del otro disminuye *n* veces se dice que estas son **inversamente proporcionales**. Por ejemplo, en un conjunto de rectángulos de área dada, las medidas de un lado son inversamente proporcionales a las medidas del otro.

   e) Cuando las cantidades de dos conjuntos son **directamente proporcionales**, el cociente de cantidades que se corresponden es constante. Analiza la tabla de la actividad 1 e identifica qué es constante cuando las cantidades son **inversamente proporcionales**. El producto de los factores es la constante.

- Verifica, en grupo y con ayuda de tu profesor, si todos están de acuerdo en qué es lo que no cambia cuando las cantidades de un conjunto son inversamente proporcionales a las de otro conjunto.

4. Encuentra, en cada situación, los valores que faltan e indica, en la última fila, si es un caso de proporcionalidad directa o inversa, o si no hay proporcionalidad.

a) Quedan 2 000 ℓ de agua en la reserva		b) Un vehículo consume 13 ℓ de gasolina por kilómetro		c) Un automovilista debe recorrer 600 km		d) La tarifa del taxi es de $12.50 más $3.50 por kilómetro	
Si se consumen diario…	alcanzan para…	km	ℓ	Si va a…	tardará…	km	Cantidad a pagar
10 ℓ	200 días	100	1300	60 km/h	10 h	1	$16.00
20 ℓ	100 días	200	2600	100 km/h	6 h	2	$19.50
30 ℓ	66.66 días	500	6500	120 km/h	5 h	4	$26.50
Inversa		Directa		Inversa		No hay proporcionalidad.	

5. Se quiere hacer una cisterna de 60 m^3 en forma de prisma rectangular.

a) Completa la tabla para obtener varias medidas para la superficie y la profundidad.

b) Escribe en tu cuaderno un método para calcular la profundidad de la cisterna a partir de la medida de la superficie.

Superficie	Profundidad	Volumen
40 m^2	1.5 m	60 m^3
30 m^2	2 m	
25 m^2	2.4 m	
20 m^2	3 m	
15 m^2	4 m	
12 m^2	5 m	
10 m^2	6 m	

✸ Haz lo que se pide con tus compañeros y con ayuda de tu profesor.

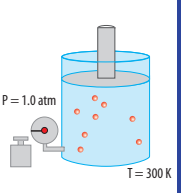
a) Comenten qué magnitudes de la tabla son inversamente proporcionales, es decir, cuando una aumenta la otra disminuye en la misma proporción.

b) Comparen los procedimientos que utilizaron para calcular las medidas de la profundidad de la cisterna. Observen que casi siempre hay más de una manera de obtener ese dato.

En contexto

En el siglo XVII, Robert Boyle descubrió que la presión de un gas en un recipiente cerrado es inversamente proporcional al volumen de ese recipiente si la temperatura es constante.

- **Si la presión aumenta, el volumen disminuye.**
- **Si la presión disminuye, el volumen aumenta.**



6. A una fábrica de tornillos para motor se le solicita un pedido urgente de 100 000 unidades. El encargado sabe que con las cinco máquinas que tienen tardarían 80 días en completar el pedido, por lo que deberá rentar otras.

a) ¿Cuánto tardaría en completar el pedido con diez máquinas? 40 días

b) ¿Cuántas máquinas necesitaría para acabar en cinco días? 80 máquinas

c) ¿Qué cantidad es constante? El producto horas por días.

d) ¿Qué cantidades son inversamente proporcionales? La cantidad de máquinas y la de días.

BLOQUE 2

Secuencia 6 / lección 41

Relaciones inversamente proporcionales II

CONTENIDO

Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos

resolver

Convivimos

En cursos anteriores has estudiado la proporcionalidad directa, pero ahora estás estudiando un concepto matemático distinto: el de la proporcionalidad inversa. En esta secuencia aprenderás qué significa que dos cantidades sean inversamente proporcionales.

1. Haz lo que se indica.

a) Lee las instrucciones para crear tres relaciones de proporcionalidad.

Primero se plantea una situación multiplicativa, por ejemplo: el número de niños por el número de cuadernos por niño es igual al número total de cuadernos.

Para la **primera relación** se fija el valor del primer factor, por ejemplo, que el número de niños siempre sea 20. El total de cuadernos variará en función de los cuadernos por niño.
Por ejemplo, un profesor entrega a veces un cuaderno, a veces dos, etc., a cada alumno de su grupo.

Hay 20 alumnos	
Cuadernos por alumno (x)	Total de cuadernos (y)
1	20
2	40
3	60

Para la **segunda relación** se fija el segundo factor, por ejemplo, tres cuadernos por niño. El total de cuadernos variará en función del número de niños.
Por ejemplo, un director entrega tres cuadernos a cada niño. En primer grado hay diez alumnos; en segundo, 20; etcétera.

Da tres cuadernos por niño	
Alumnos (x)	Total de cuadernos (y)
10	30
20	60
36	108
40	120

conect@mos

Descarga la actividad de proporcionalidad inversa en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-106

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, comparen las fórmulas que inventaron en la pregunta 3 con las de otros equipos; si hay fórmulas distintas que arrojen los mismos resultados, expliquen por qué.

Para la **tercera relación** se fija el producto, por ejemplo, que en total hay 1 000 cuadernos. El número de cuadernos por niño dependerá del número de niños.
Por ejemplo, se dieron 1 000 cuadernos a cada escuela para que los repartiera entre sus alumnos. Una escuela tiene 100 alumnos; otra, 200; etcétera.

Se dan en total 1 000 cuadernos	
Alumnos (x)	Cuadernos por alumno (y)
100	10
200	5
250	4
500	2

b) Completa las tablas anteriores. Después anota qué relación es de proporcionalidad directa o inversa, o no es de proporcionalidad.

Primera relación: proporcionalidad directa

Segunda relación: proporcionalidad directa

Tercera relación: proporcionalidad inversa

2. Lleva a cabo, con un compañero, lo siguiente.

a) Planteen, a partir de la siguiente relación multiplicativa, tres relaciones. Decidan el valor de cada constante y anótenlo en el encabezado de cada tabla. Establezcan los valores de la primera variable (en la columna izquierda) y calculen los valores de la otra.

La cuota de cada miembro multiplicada por el número de miembros es igual al ingreso de la cooperativa

Relación 1 Cuota por miembro: R. T. $50		Relación 2 Número de miembros: R. T. 11		Relación 3 Ingreso Total: R. T. $6000	
Núm. de miembros	Ingreso total	Cuota por miembro	Ingreso total	Núm. de miembros	Cuota por miembro
5	$250.00	50	$550.00	5	$1200.00
10	$500.00	100	$1100.00	10	$600.00
15	$750.00	500	$5500.00	15	$400.00
20	$1000.00	1000	$11 000.00	20	$300.00

b) Indiquen si las relaciones son de proporcionalidad directa o inversa, o si no son de proporcionalidad.

Relación 1: p. directa Relación 2: p. directa Relación 3: p. inversa

- Comparen, con ayuda del profesor, sus respuestas con las de sus compañeros.

3. Escoge una de las situaciones multiplicativas que se presentan, o propón otra, y desarrolla tres relaciones a partir de ella. Haz, en tu cuaderno, tablas como las de la actividad 2. Debajo de cada una anota el tipo de proporcionalidad (directa o inversa).

El lado A multiplicado por el lado B es igual al área del rectángulo.

La velocidad promedio de un automóvil multiplicada por las horas de viaje da como resultado la distancia recorrida.

4. ¿Qué relaciones se forman si se usa una situación aditiva en lugar de una multiplicativa? Compruébalo desarrollando las tres relaciones que se desprenden al fijar un término en la siguiente situación.

El lado A más el lado B es igual al semiperímetro del rectángulo.

- Compara, con tus compañeros, las respuestas de las actividades 3 y 4. Verifiquen si alguna de las relaciones que desarrollaron en la actividad 3 es de proporcionalidad. Argumenten en su cuaderno la respuesta.

conect@mos

Practica la proporcionalidad inversa en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-107

Contesta las preguntas y haz las actividades que se proponen. Valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

BLOQUE 2

Secuencia 7 / lección 42

Experiencias aleatorias

CONTENIDO

Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de esta con la probabilidad teórica

¿Por qué se dice que la probabilidad teórica de que caiga águila cuando se lanza un volado es $\frac{1}{2}$?, ¿o que la probabilidad teórica de obtener 2 cuando se lanza un dado es $\frac{1}{6}$? ¿Qué relación hay entre estas medidas y los resultados que se obtienen cuando una moneda o un dado son lanzados muchas veces? En esta secuencia responderás este tipo de preguntas.

Ya sabemos...

Para obtener el porcentaje de veces que cayó águila respecto al total de volados, basta con dividir la primera cantidad entre el número total de volados; el cociente resultante se multiplica por 100.

1. Efectúa 10 series de 10 volados cada una. Registra los resultados en la tabla; considera el total acumulado. Por ejemplo, en la serie 2 echaste 10 volados; como en la serie 1 también fueron 10, debes anotar "20", que es el total acumulado. Escribe el total acumulado de águilas, anota el porcentaje, y responde las preguntas en tu cuaderno.

Serie	Total acumulado de volados	Total acumulado de águilas	Porcentaje de águilas
1	10		
2	20		
3	R. P.		
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

comunicar

a) Observa el porcentaje de águilas a medida que aumenta el total de volados. ¿Cómo se modifica? R. T. Se acerca a 50%.

b) De acuerdo con los resultados de la tabla, ¿crees que es igualmente probable obtener águila o sol en un volado? ¿Por qué? R. T. Sí, porque hay una cara con cada símbolo.

2. Repite 50 veces el experimento que consiste en lanzar dos monedas al mismo tiempo. Registra los resultados y después, contesta las preguntas en tu cuaderno.

Ya sabemos...

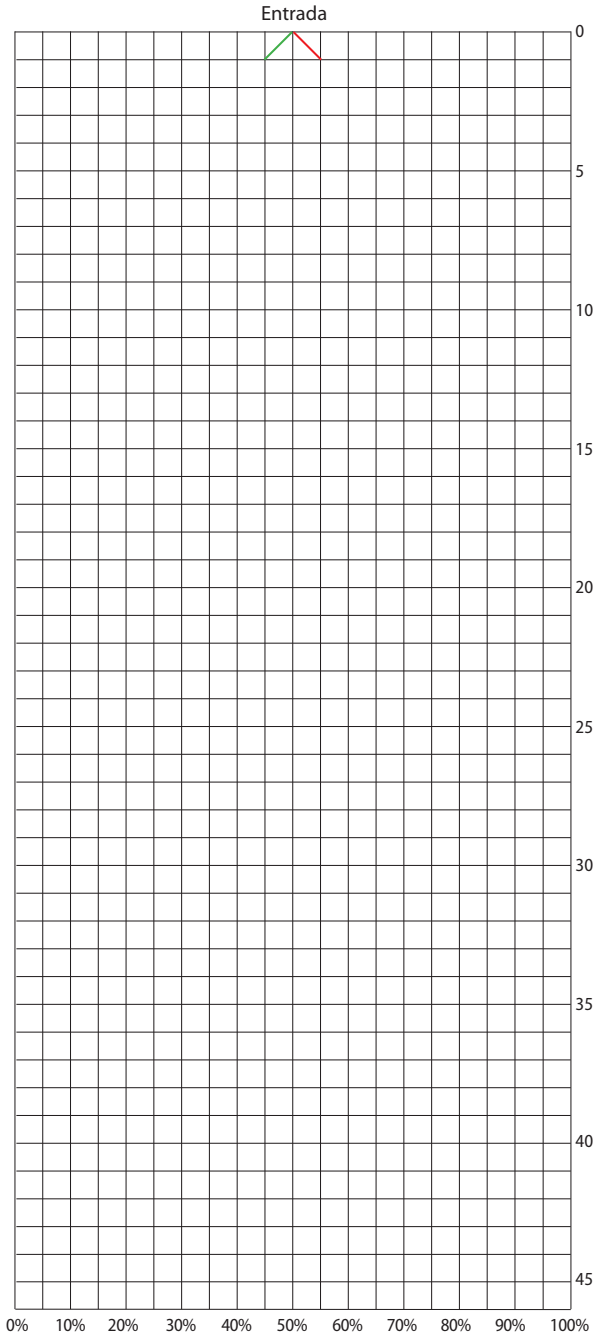
La frecuencia absoluta es el número de veces que ocurre un suceso.
La frecuencia relativa es el resultado de dividir la frecuencia absoluta entre el total de ensayos hechos.

Resultado	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Dos águilas	R. P.	
Dos soles		
Águila y sol		

a) ¿Qué evento tiene mayor probabilidad de ocurrir? Águila y sol.

b) ¿Cuáles tienen igual probabilidad de ocurrir? Dos águilas y dos soles.

- Con el apoyo de tus compañeros y del profesor, revisa los resultados; si encuentran errores, averigüen a qué se deben, y corrijan lo que sea necesario. Discutan por qué uno de los eventos de la tabla de la actividad 2 es más probable.



3. **Lanza 46 volados, y registra los resultados en la cuadrícula. En el primer turno, si cae águila, traza una diagonal hacia la derecha, sobre la línea roja; si cae sol, traza una diagonal hacia la izquierda, sobre la línea verde.**

En los subsecuentes volados, debes continuar la misma línea con la que iniciaste, hacia la derecha o hacia la izquierda, según caiga águila o sol. Cuando termines, contesta.

a) ¿Cuál es el porcentaje al llegar a los diez volados?

R. P.

b) ¿En qué porcentaje terminaste?

R. P.

c) ¿Qué piensas que sucedería si en vez de 46 volados, echaras 100?

R. P.

¿Y si lanzaras 500?

R. P.

- Con tus compañeros y el profesor, comenta lo siguiente.
  Los registros de experimentos aleatorios permiten estimar la probabilidad de los eventos.

BLOQUE 2

Secuencia 7 / lección 43

Probabilidad teórica y frecuencia relativa I

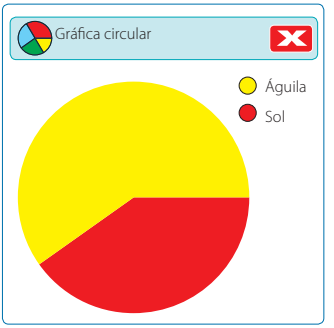
CONTENIDO

Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de esta con la probabilidad teórica

resolver

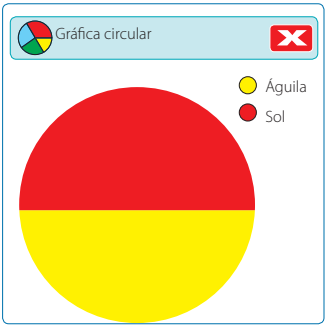
1. Se usó un programa computacional para representar el lanzamiento de una moneda.

El color amarillo representa las veces que cayó águila y el rojo, las que cayó sol. El experimento se repitió 20 veces. Anota los resultados que faltan en la tabla .



Evento 1	Cuenta	Fracción	Decimal	Porcentaje
Águila	12	$\frac{12}{20}$	0.6	60.0%
Sol	8	$\frac{8}{20}$	0.4	40.0%

Al repetirlo 500 veces se obtuvo lo que se muestra abajo. Anota los resultados que faltan.



Evento 1	Cuenta	Fracción	Decimal	Porcentaje
Águila	253	$\frac{253}{500}$	0.506	50.6%
Sol	247	$\frac{247}{500}$	0.494	49.4%

- En grupo y con ayuda de su profesor, revisen si anotaron las mismas cantidades en las tablas; si hay diferencias, analicen a qué se deben y corrijan.

a) Explica qué diferencia hay entre las gráficas y a qué se debe. En la primera, el número de águilas fue mayor; en la segunda, el resultado fue muy semejante entre ambos resultados.

b) Los números $\frac{12}{20}$, 0.6 y 60.0% de la primera tabla expresan la misma información de tres maneras distintas. ¿Qué información es? El número de veces que cayó águila entre el total de lanzamientos hechos.

c) ¿Qué diferencia hay entre los porcentajes de águilas y soles cuando se repitió 20 veces el experimento? 20%

¿Y cuando se repitió 500 veces? 1.2%

d) ¿Siempre que se repita 500 veces el experimento, 50.6% serán águilas y 49.4%, soles? No. ¿Por qué? R. P.

e) ¿Cuáles serían los porcentajes de águilas y soles si el experimento se repitiera 1 000 veces? R. P.

¿Y si se repitiera 10 000 veces? Es probable que cada uno se aproxime a 50%.

f) En grupo, lean y comenten lo siguiente. Identifiquen en la lección anterior y en esta las probabilidades teóricas y frecuenciales que calcularon.

El experimento de lanzar un volado tiene dos resultados posibles: águila o sol. Esto se escribe como S = {águila, sol}. Suponiendo que la moneda no está alterada y que, por tanto, ambos eventos tienen igual probabilidad de salir, **teóricamente** la probabilidad es de $\frac{1}{2}$, es decir, un resultado favorable de estos dos posibles. A esta probabilidad se le llama **teórica**.
La probabilidad frecuencial se calcula dividiendo el número de veces que se obtiene un evento entre el número de veces que se hizo el experimento.

2. Un jugador profesional de basquetbol hará un tiro libre.

a) ¿Cuáles son los resultados posibles? Encestar y no encestar.

b) Explica por qué en este experimento no es aplicable la probabilidad teórica. R. P.

✸ Compara tus resultados con los de otros compañeros . Comenta con tu profesor si tienen posibilidad de usar el programa Probability Explorer en una computadora, para que puedas hacer los experimentos.

BLOQUE 2

Secuencia 7 / lección 44

Probabilidad teórica y frecuencia relativa II

CONTENIDO

Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de esta con la probabilidad teórica

comunicar

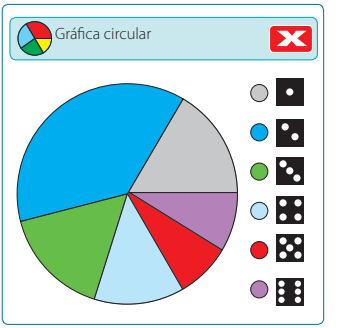
1. Con un programa computacional, se repitió 24 veces el experimento de lanzar un dado.

a) Escribe tres datos que se puedan extraer de la gráfica.

Primero: R. P.

Segundo: R. P.

Tercero: R. P.



* Analiza, en grupo y con ayuda del profesor, la información obtenida.

resolver

2. Completa las tablas A y B, haz lo que se indica, y contesta en tu cuaderno.

Tabla A (probabilidad frecuencial)

Evento	Frecuencia	Fracción	Decimal	Porcentaje
1	4	$\frac{4}{24}$	0.166	16.6%
2	9	$\frac{9}{24}$	0.375	37.5%
3	4	$\frac{4}{24}$	0.166	16.6%
4	3	$\frac{3}{24}$	0.125	12.5%
5	2	$\frac{2}{24}$	0.083	8.3%
6	2	$\frac{2}{24}$	0.083	8.3%

Tabla B (probabilidad teórica)

Evento	Frecuencia	Fracción	Decimal	Porcentaje
1		$\frac{1}{6}$	0.166	16.6%
2		$\frac{1}{6}$	0.166	16.6%
3		$\frac{1}{6}$	0.166	16.6%
4		$\frac{1}{6}$	0.166	16.6%
5		$\frac{1}{6}$	0.166	16.6%
6		$\frac{1}{6}$	0.166	16.6%

conect@mos

Practica el cálculo de probabilidad en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-112

Contesta las preguntas y haz las actividades que se proponen. Valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus repuestas.

a) ¿Por qué en la tabla B la columna de frecuencias quedó vacía?
R. T. Porque la tabla es de probabilidad teórica.

b) ¿Qué información aporta la columna de frecuencias de la tabla A?
El número de veces que se obtuvo dicho resultado.

c) Verifica que las columnas de fracciones sumen, cada cual, 1. ¿A qué se debe esto?
R. T. La suma representa 100% de los eventos.

d) ¿Cuánto debe sumar cada columna de decimales? ¿Y cada columna de porcentajes? Verifica tus respuestas haciendo las sumas.
1 y 100%

e) Lee el recuadro de la siguiente página.

El espacio muestral del experimento que consiste en lanzar un dado de seis caras es S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Suponiendo que los seis eventos tienen igual probabilidad de ocurrir, teóricamente la probabilidad de cada uno es $\frac{1}{6}$. En cambio, la probabilidad frecuencial de cada evento es una aproximación más o menos cercana a $\frac{1}{6}$.

3. Se repitió muchas veces el experimento que consiste en sacar, sin ver, una bola de una caja que contenía bolas rojas, verdes y azules. Tras registrar el color, se regresó cada una a la caja.

a) Completa la tabla, responde en tu cuaderno.

Evento	Frecuencia	Fracción	Decimal	Porcentaje
Verde	13	$\frac{13}{84}$	0.15476	15.48%
Roja	32	$\frac{32}{84}$	0.38095	38.09%
Azul	39	$\frac{39}{84}$	0.46428	46.43%

b) ¿Cuántas veces se repitió el experimento? 84 veces.

c) Había doce bolas en la caja. Con base en la tabla, responde lo siguiente. ¿De qué color es probable que había más bolas? Azul ¿De cuál es probable que había menos? Verde ¿Cuántas bolas es probable que hubiera de cada color? Probablemente dos verdes, cuatro rojas y seis azules.

d) Suponiendo que en la caja había seis bolas azules, ¿cuál es la probabilidad teórica del evento *azul*? Explica por qué. $\frac{1}{2}$ Porque tendría seis resultados posibles de doce totales: $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

e) Con base en la tabla, ¿cuál es la probabilidad frecuencial del evento *azul*? $\frac{39}{84}$

4. Trabaja en equipo. Hagan una tabla en sus cuadernos para responder.

a) Al lanzar un dado normal, ¿cuál es la probabilidad teórica de obtener cada cara? $\frac{1}{6}$

b) Lancen 50 veces el dado y registren sus resultados. Anoten la probabilidad frecuencial en la tabla.

c) Comparen los resultados de ambas columnas. ¿Qué observan?

✸ Compara, con ayuda del profesor, tus respuestas con las de tus compañeros. Comenten las semejanzas y diferencias entre la probabilidad teórica y la frecuencial.

Convivimos

Cuando trabajas en equipo tienes la oportunidad de conocer otras maneras de resolver la tarea propuesta, y se enriquecen tus conocimientos e ideas. Entre todos tienen más información que cada uno por separado. Eres libre de probar la que consideres conveniente.

conect@mos

Descarga la actividad de probabilidad frecuencial en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-113

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, acuerden grupalmente qué modificaciones deben hacer al juego para que este sea justo.

El balón de futbol

Antes de 1970, los balones de futbol no eran como los de ahora. Por ejemplo, el balón de la izquierda se usó en la década de los cuarenta, era color marrón y muy pesado, además de que se configuraba de manera diferente.

Hasta el mundial jugado en México en 1970 apareció un balón como los actuales.

» Este balón está formado por dos figuras geométricas. ¿Cuáles? Pentágonos y hexágonos.

» ¿Cuántas piezas hay de cada una? 12 pentágonos y 20 hexágonos.

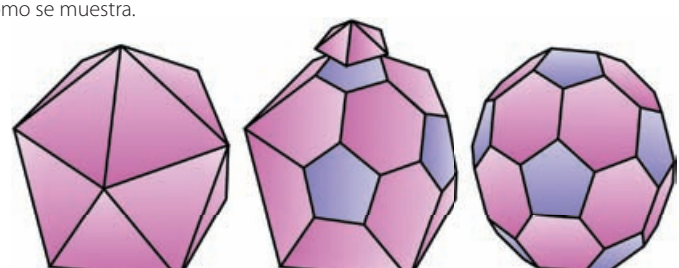
El diseño de este balón parte de un cuerpo geométrico llamado icosaedro, el cual está formado por triángulos equiláteros, como puedes ver a la derecha.

Cuenta sus caras y vértices. Recuerda que las líneas continuas representan aristas visibles y las punteadas, las ocultas; y que los triángulos no parecen equiláteros por tratarse de un dibujo en perspectiva, pero sí lo son.

Número de caras	Número de vértices
20	12

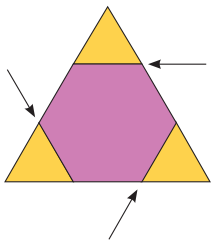
¿Cuántas caras se juntan en cada vértice del icosaedro? 5

Como el icosaedro no es esférico, se pueden truncar sus vértices para "achatarlos", tal como se muestra.



Cuando un vértice se trunca, los triángulos equiláteros dejan de ser triángulos.

El truncamiento da lugar a otras figuras.



Al truncar los vértices…

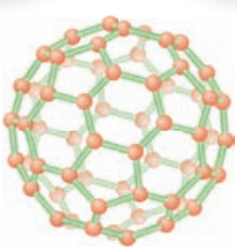
- ¿Qué figuras se forman donde había triángulos? Hexágonos.
- ¿Cuántas caras triangulares tenía el icosaedro? 20
- ¿Cuántas caras hexagonales tiene el icosaedro truncado? 20
- ¿Cuántas caras se juntaban en cada vértice del icosaedro? 5
- ¿Qué figuras se forman donde estaban los vértices? Pentágonos.
- ¿Cuántos vértices tenía el icosaedro? 12
- ¿Cuántos pentágonos hay en el icosaedro truncado? 12
- ¿Cuántas caras tiene el icosaedro truncado? 32

Aunque el balón de futbol es un icosaedro truncado, no lo parece porque su material permite darle forma casi esférica.

Muchos balones nuevos ya no son icosaedros truncados. Por ejemplo, el balón de Alemania 2006, en lugar de 32 piezas tiene catorce, y el de Sudáfrica 2010, solo ocho. Los fabricantes están siempre experimentando con nuevas formas y diseños; esto hace que algunas veces el balón sea más veloz o se le pueda dar más efecto.

Por último… otro dato inesperado

La estructura de la molécula de carbono conocida como fulereno C^{60} es idéntica a la del balón de futbol de 32 piezas. El icosaedro truncado también se encuentra en la naturaleza.



Selecciona la opción correcta. Al finalizar la evaluación, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

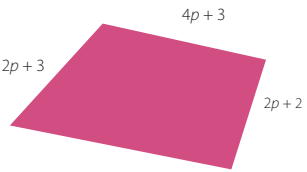
1. En una página de Internet cada videojuego cuesta $100.00 más $20.00 por el envío. ¿Qué expresión sirve para calcular el precio si se compran x videojuegos?

a) $100x + 20$ b) $100x - 20x$ c) $100x + 20x$ d) $100 + 20x$

2. El perímetro de la figura es $16p + 12$. ¿Cuánto mide el lado que no tiene anotada su medida?

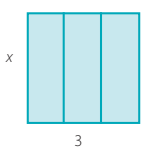
a) $8p + 8$ b) $8p + 4$

c) $4p + 4$ d) $4p + 2$

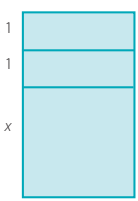


3. ¿Qué rectángulo tiene un área igual a $x^2 + x$?

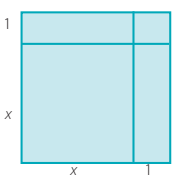
a)



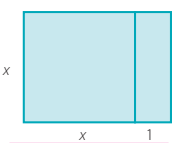
b)



c)



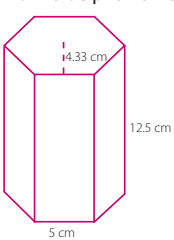
d)



4. La figura representa un envase de perfume con forma de prisma hexagonal recto. ¿Cuál es su volumen?

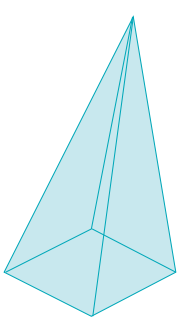
a) 64.95 cm^3 b) 270.625 cm^3

c) 811.875 cm^3 d) 1 623.75 cm^3



5. En una pirámide cuadrangular, el lado de la base mide 5 cm y la altura, 12 cm. ¿Qué cuerpo tiene el mismo volumen que la pirámide?

a) Una pirámide cuadrangular donde el lado de la base mide 15 cm y la altura, 4 cm.
b) Un prisma cuadrangular donde el área de la base es de 25 cm^2 y la altura, de 4 cm.
c) Un prisma cuadrangular donde el lado de la base mide $\frac{5}{3}$ cm y la altura, 4 cm.
d) Una pirámide cuadrangular donde el lado de la base mide 12 cm y la altura, 5 cm.



6. La pirámide de Keops, en Egipto, tiene una base cuadrangular de 230 m de lado y una altura de 147 m. ¿Cuál es su volumen?

a) 1 656 690 m^3 b) 2 592 100 m^3 c) 4 970 070 m^3 d) 7 776 300 m^3

7. Un autobús viaja de Aguascalientes a Zacatecas en 1 h y 28 min, con una velocidad promedio de 75 km/h. ¿Con qué velocidad promedio recorrería la misma distancia en 1 h y 10 min?

a) 57 km/h b) 81.28 km/h c) 93 km/h d) 94.28 km/h

8. ¿Qué tabla presenta una situación de proporcionalidad inversa?

a)

Medida del lado (cm)	Perímetro
1	3
4	12
7	21
11	33

b)

Medida del lado (cm)	Área (cm^2)
2	8
5	25
9	81
10	100

c)

Número de personas	Cantidad con la que cada una cooperará ($)
1	80.00
2	40.00
4	20.00
8	10.00

d)

Número de bolsas	Número de dulces
3	24
6	48
8	64
9	72

9. Se efectuó 100 veces el experimento de sacar una pelota de una caja y volverla a meter para la siguiente extracción. Se obtuvo lo siguiente.

Color de la pelota	Frecuencia
Azul	28
Amarilla	49
Roja	23

Se sabe que en la caja había ocho pelotas. Estima cuántas había de cada color.

a) Tres azules, tres amarillas y dos rojas b) Tres azules, cuatro amarillas y una roja

c) Dos azules, cinco amarillas y una roja d) Dos azules, cuatro amarillas y dos rojas

10. Si se lanza un dado 60 veces, ¿cuántas veces saldrá un número par y cuántas el 5?

a) Aproximadamente, 30 veces un número par y doce veces el 5.

b) Aproximadamente, 30 veces un número par y diez veces el 5.

c) Aproximadamente, dos veces un número par y cinco veces el 5.

d) Aproximadamente, 50 veces un número par y diez veces el 5.

Pirámides antiguas y modernas

La gran pirámide de Guiza, en Egipto, tiene una base cuadrada de 230 m de lado y 147 m de altura. Su volumen es casi diez veces mayor que el de la pirámide de la Luna, en Teotihuacan, y más de 80 veces que el del templo de Kukulkán, en Chichén Itzá.

Las pirámides antiguas han inspirado algunas construcciones modernas, como el Luxor Hotel, en la ciudad de Las Vegas, que se construyó tomando como modelo la pirámide de Guiza (aunque tiene la mitad de su volumen); y el hotel Ryugyong, en Corea del Norte, que con sus 330 m será, por mucho, la pirámide más alta del mundo cuando se termine de construir.

Pirámide de Guiza

Pirámide de la Luna

Templo de Kukulkán

Hotel Ryugyong

Luxor Hotel

Pregunta 1. Completa la tabla.

Pirámide	Área de la base (m^2)	Altura (m)	Volumen (m^3)
Pirámide de Guiza			
Pirámide de la Luna	19 500	42	
Templo de Kukulkán		30	30 250

Pregunta 2. ¿Cuántas veces es mayor el volumen de la pirámide de Guiza que el del Luxor Hotel?

Pregunta 3. Escribe una expresión algebraica que relacione los dos volúmenes anteriores.

Pregunta 4. ¿Cuántas veces es mayor la altura del hotel Ryugyong que la del templo de Kukulkán?

Pregunta 5. Escribe una expresión algebraica que relacione las dos alturas anteriores.

Pregunta 6. Relaciona, mediante líneas, ambas columnas.

Si...	Entonces...
la altura y el área de la base de una pirámide son, respectivamente, el doble y la mitad que las de otra,	una pirámide tiene el cuádruple de volumen que la otra.
dos pirámides tienen bases iguales, pero una tiene el doble de altura,	una pirámide tiene el doble de volumen que la otra.
tanto la altura como el área de la base de una pirámide son el doble que las de otra,	ambas pirámides tienen igual volumen.

Y para terminar...

Estrellas numéricas

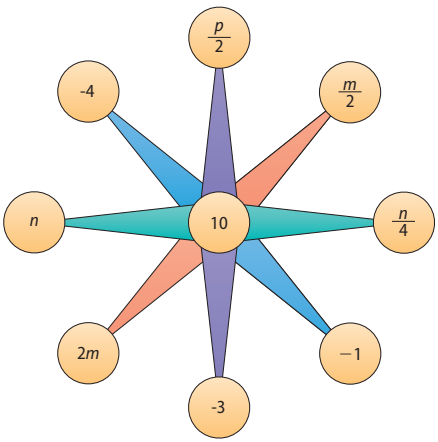
En cada línea de una estrella numérica los números de las puntas suman siempre lo mismo con el del centro. Por ejemplo, en la siguiente estrella los números de la línea azul son –4, 10 y –1; su suma es –4 + 10 + (–1) = 5. Para que la estrella sea numérica la suma en las demás líneas debe dar también 5.

1. Encuentra los valores de *m*, *n* y *p*.

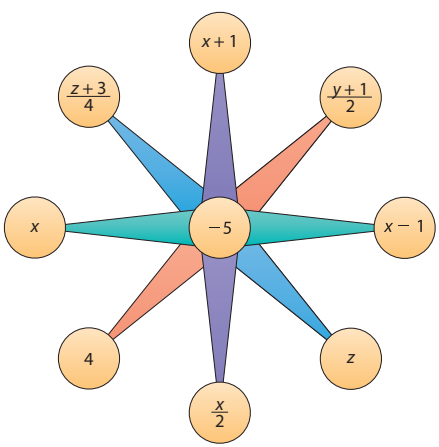
$m =$ -2

$n =$ -4

$p =$ -4



2. Encuentra los valores de *x*, *y* y *z*.



$x =$ 4

$y =$ 5

$z =$ 5

BLOQUE 3

Aprendizajes esperados

- ✓ Resuelve problemas que implican efectuar multiplicaciones o divisiones con expresiones algebraicas.
- ✓ Justifica la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o polígono y utiliza esta propiedad en la resolución de problemas.
- ✓ Resuelve problemas que implican usar la relación entre unidades cúbicas y unidades de capacidad.
- ✓ Lee y comunica información mediante histogramas y gráficas poligonales.

El castillo de los ángulos

Paul Klee es el autor de la obra *Castillo y Sol*. En ella aparecen tres polígonos muy conocidos: cuadrados, rectángulos y triángulos. Combinándolos es posible formar otros, como trapecios, rombos o paralelogramos. Hay muchos otros artistas que, como Klee, han creado obras mediante figuras simples.

1. Los rectángulos de la imagen tienen distintas proporciones, pero sus ángulos tienen algo en común. ¿Qué es?
2. Identifica un rombo formado por dos triángulos equiláteros. ¿Cuánto miden los ángulos del rombo? ¿Y los de cada triángulo?
3. Identifica en la figura un paralelogramo formado por dos triángulos. ¿Cuánto miden los seis ángulos de los triángulos juntos? ¿Y los del paralelogramo?
4. Investiga, con tus compañeros, qué artistas mexicanos utilizan formas geométricas en sus obras. Elijan al que más les guste.

Paul Klee perteneció a la escuela de arte y diseño Bauhaus. Para saber más sobre ella entra en

www.e-sm.com.mx/SCM2A-121

Conocer las características de las formas geométricas tiene aplicaciones prácticas, por ejemplo, puede servirte para comprender expresiones artísticas o ayudarte a decorar tu habitación.

En este bloque aprenderás características importantes de los ángulos de polígonos y deducirás propiedades de algunas figuras sin hacer mediciones.

BLOQUE 3

Secuencia 1 / lección 45

Signos de agrupación

CONTENIDO

Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios

¿Cuál es el resultado de la expresión 2 + 3 × 5? Algunos dirán 25; otros, 17. ¿Por qué? En esta secuencia analizarás qué ocurre al combinar operaciones.

1. Calcula mentalmente el resultado de las siguientes operaciones. R. T.

a) $3 + 4 \times 5 =$ 23

b) $3 \times 4 + 5 =$ 17

c) $4 \times 5 + 3 =$ 23

d) $4 + 5 \times 3 =$ 19

e) $3 + 4 \times 5 - 2 =$ 21

f) $4 \times 5 + 3 - 2 =$ 21

g) $5 - 2 \times 3 + 4 =$ 3

h) $2 \times 3 + 4 - 5 =$ 5

i) $3 + 12 \div 4 =$ 6

j) $12 \div 4 + 3 =$ 6

2. Trabaja en equipo. Al resolver las operaciones anteriores con calculadora científica se obtuvieron estos resultados. Anoten una ✔ frente a los resultados iguales a los suyos.

a) $3 + 4 \times 5 = 23$ R. P.

b) $3 \times 4 + 5 = 17$ _____

c) $4 \times 5 + 3 = 23$ _____

d) $4 + 5 \times 3 = 19$ _____

e) $3 + 4 \times 5 - 2 = 21$ _____

f) $4 \times 5 + 3 - 2 = 21$ _____

g) $5 - 2 \times 3 + 4 = 3$ _____

h) $2 \times 3 + 4 - 5 = 5$ _____

i) $3 + 12 \div 4 = 6$ _____

j) $12 \div 4 + 3 = 6$ _____

- Comparen los resultados de la calculadora científica con los que ustedes obtuvieron. Argumenten cómo opera la calculadora y escriban, en su cuaderno, una conclusión.

técnicas

3. Resuelvan los ejercicios con el procedimiento que usa la calculadora.

a) $8 + 5 \times 10 =$ 58

b) $8 - 5 \times 10 =$ −42

c) $10 + 2.5 \times 4 =$ 20

d) $5 + 3 \times \frac{1}{3} =$ 6

e) $28 \div 14 - 7 =$ −5

f) $-7 + 28 \div 7 =$ −3

g) $35 - 4 \times 3 + 15 \div 3 =$ 28

h) $4 \times 3 \div 6 + 8 =$ 10

- Consigan una calculadora científica y úsenla para verificar sus respuestas. Si hay errores, corrijan lo necesario.

4. Analiza, en equipo, la siguiente información. Vean si coincide con su conclusión de la actividad 2.

Para evitar confusiones, en matemáticas hay un convenio según el cual, cuando se combinan varias operaciones, primero se resuelven las multiplicaciones y divisiones, y después las adiciones y sustracciones. Por ejemplo:

$$-7 + 28 \div 7 = -7 + 4 = -3$$

A esto se le conoce como jerarquía de las operaciones, y las calculadoras científicas la siguen. Cuando haya dos operaciones que tengan la misma jerarquía, se resuelven de izquierda a derecha. Por ejemplo:

$$7 \times 4 \div 2 = 28 \div 2 = 14$$

Primero se hizo la multiplicación y luego la división.

5. Resuelve, con un compañero, las operaciones considerando su jerarquía.

a) $3 + 4 \times 5 =$ 23 b) $3 \times 4 + 5 =$ 17 c) $4 \times 5 + 3 =$ 23

d) $4 + 5 \times 3 =$ 19 e) $5 - 2 \times 3 + 4 =$ 3 f) $2 \times 3 + 4 - 5 =$ 5

- Efectúen, en grupo, las operaciones siguientes. Observen que son las mismas de la actividad anterior, pero con paréntesis. Si su calculadora tiene paréntesis, pueden usarla.

a) $(3 + 4) \times 5 =$ 35 b) $3 \times (4 + 5) =$ 27 c) $4 \times (5 + 3) =$ 32

d) $(4 + 5) \times 3 =$ 27 e) $(5 - 2) \times (3 + 4) =$ 21 f) $2 \times (3 + 4 - 5) =$ 4

- Analicen, con ayuda del profesor, para qué sirven los paréntesis en las operaciones combinadas. Anoten su conclusión.

R. T. Para marcar la jerarquía de las operaciones y separarlas.

6. Coloca los paréntesis que faltan para que el resultado sea correcto.

resolver

Una pista

Lo que va entre paréntesis se resuelve primero.

a) $-1 \times 15 + 4 = -19$ b) $3 - 5 \times 4 + 2 = -19$ c) $4 - 3 \times 5 + 1 = 6$

d) $7 \times 4 - 1 = 21$ e) $2 - 2 \times 2 + 2 = 0$ f) $5 - 6 \times 3 + 1 = -14$

g) $28 - 14 \div 2 + 5 = 2$ h) $3 \times 2 \div 6 - 6 = -5$ i) $5 \times 4 \div 2 + 4 = 14$

7. Calcula el valor de las expresiones suponiendo que $n = 16$.

a) $3n + 5$ 53 b) $3 + 5n$ 83 c) $5(3 + n)$ 95

d) $3(5 + n)$ 63 e) $n(3 + 5)$ 128 f) $3(5 - n)$ −33

- Compara tus respuestas de las actividades 6 y 7 con las de tus compañeros. Verifiquen que en la actividad 6 una de las expresiones necesita paréntesis doble.

BLOQUE 3

Secuencia 1 / lección 46

Diferentes resultados con los mismos números

CONTENIDO

Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios

técnicas

1. Trabaja en equipo. Anoten los signos de operación y los paréntesis que permitan obtener el resultado que se indica.

a) $(3 + 3 + 3) \div 3 = 3$ b) $(3 \times 3) + 3 + 3 = 15$ c) $(3 \div 3) + (3 \div 3) = 2$

d) $(8 + 2) \div (3 + 7) = 1$ e) $(2 + 2 + 2) \div 2 = 3$ f) $(2 + 2) \div (2 + 2) = 1$

g) $1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$ h) $1 - (1 + 1 + 1) = -2$

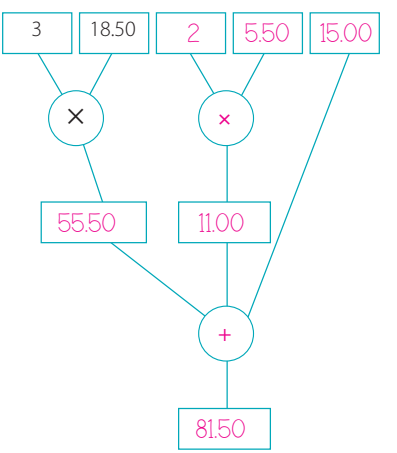
✹ Comparen, con ayuda del profesor, sus resultados con los de sus compañeros. Es posible que hayan anotado signos diferentes y que el resultado se mantenga. Si tienen duda, verifiquen con una calculadora.

2. Lee la situación y haz lo que se pide.

María compró tres cuadernos en $18.50 cada uno, dos lápices en $5.50 por pieza, y una regla de $15.00.

a) Escribe los números y signos que faltan en el esquema, con base en la información del problema.

b) Escribe las operaciones combinadas que expresan lo que hay en el esquema. Verifica que al resolverlas se obtiene el mismo resultado.



(3 × 18.50) + (2 × 5.50) +

15.00 = 81.50

3. Formula y resuelve la ecuación que represente el siguiente problema.

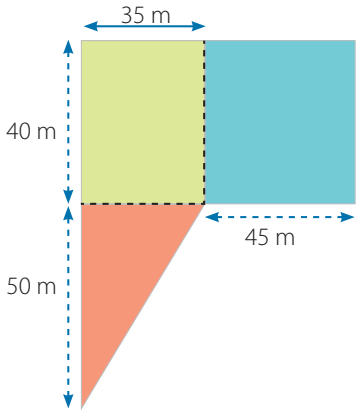
En una construcción hay 376 ladrillos en tres pilas. La segunda tiene 24 ladrillos más que la primera; la tercera, dos veces más que la segunda. Considera *n* como el número de ladrillos ¿Cuántos ladrillos hay en cada pila?

Pila 1	Pila 2	Pila 3
n	*n* + 24	2*n* + 48

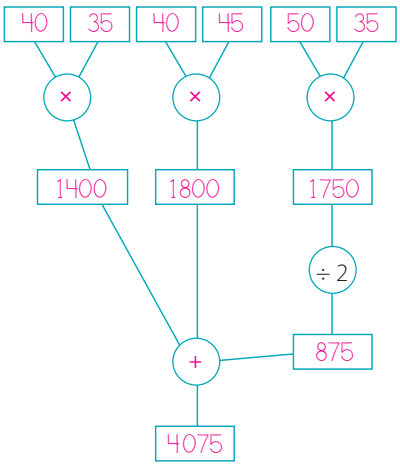
Ecuación: 4*n* + 72 = 376 Solución: *n* = 76

resolver

4. Se dividió la siguiente figura geométrica en tres partes para calcular su área.



a) Completa el esquema que representa la situación.



Convivimos

El razonamiento matemático permite encontrar diversos procedimientos para resolver problemas. En esta lección has estudiado que se puede obtener el mismo resultado usando distintas operaciones. Es importante notar que el trabajo en equipo enriquece la variedad de maneras de resolver un problema.

b) Escribe, en tu cuaderno, las operaciones combinadas que expresan lo que hay en el esquema. Verifica que al resolverlas se obtiene el mismo resultado.

(40)(35) + (40)(45) + ((50)(35) ÷ 2) = 4075

comunicar

5. Trabaja en equipo. Formulen un problema que se resuelva con el cálculo

$$(35 \times 7) + (18 \times 3) + 4 = 303.$$

R. P.

- Revisen, en grupo, algunos problemas de la actividad anterior. Discutan si están bien planteados y corrijan lo necesario.

BLOQUE 3

Secuencia 1 / lección 47

Paréntesis dentro de paréntesis

CONTENIDO

Resolución de cálculos numéricos que implican usar la jerarquía de las operaciones y los paréntesis, si fuera necesario, en problemas y cálculos con números enteros, decimales y fraccionarios

conect@mos

Descarga la actividad de jerarquía de operaciones en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-126

Trabaja con un compañero. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, comparen y validen, en grupo y con ayuda del profesor, sus respuestas.

1. Trabaja con un compañero. Resuelvan las expresiones. Revisen si obtienen el resultado que se indica; si no es así, repitan sus cálculos las veces que sea necesario hasta que lo consigan.

a) $(3^2 + 4^2)^2 = 625$ R. P.

b) $\frac{100}{(4 \times 5)} = 5$

c) $\frac{(5^2 - 7)}{(2^2 - 1)} = 6$

d) $2.1 - (3.5 + 2.1) + (5 + 3.5) = 5$

e) $[20 - (8 - 3)] - (9 - 4) = 10$

f) $3 - 0.5 \times 2 + 4 = 6$

g) $[(3 + 4) \times 5] - 5 + 2 \times 5 = 40$

h) $16 + 8 \div 4 = 18$

- Analicen, en grupo y con ayuda del profesor, el procedimiento que utilizaron en cada caso. En particular, comenten cómo hicieron para eliminar los paréntesis. Después, analicen la siguiente información y vean si coincide con lo que hicieron.

Cuando se necesita agrupar operaciones ya agrupadas con paréntesis redondos, se pueden usar corchetes [ ] y, si es necesario agrupar otras que ya los tienen, se colocan llaves { }. Para eliminar los paréntesis se procede igual, primero los redondos, después los corchetes y al final las llaves.

2. Coloca paréntesis donde sea necesario para obtener los resultados indicados.

a) $3 \times 5 + 3 - 2 \times 7 + 1 = 5$

b) $3 \times (5 + 3) - 2 \times (7 + 1) = 8$

c) $3 \times (5 + 3) - 2 \times 7 + 1 = 11$

d) $3 \times 5 + (3 - 2) \times (7 + 1) = 23$

e) $3 \times (5 + 3) - (2 \times 7 + 1) = 9$

f) $(3 \times 5 + 3 - 2) \times (7 + 1) = 128$

- Verifica, con ayuda del profesor, si colocaron los paréntesis en el lugar adecuado. Discutan si alguna de las operaciones no requiere paréntesis.

técnicas

3. Resuelve, con un compañero, las expresiones.

a) $(5.3 + 3.5 - 4.3) \times 6 =$ 27

b) $(3.2 \times 3) - (1 - 0.2) =$ 8.8

c) $16 - [(3 \times 2) - 0.5] - (0.5 \times 5) =$ 8

d) $48 - [(3.75 + 4) \times 3] - (1.5 \times 1.5) =$ 22.5

e) $[3 - (0.5 \times 2)] \times 4 =$ 8

f) $(3 + 2.1) \times \frac{5}{3} =$ 8.5

g) $5 + [(3 + 7) \times \frac{2}{7}] =$ 7.85714285

h) $\frac{4}{9} \times (3.6 - 0.8) =$ 1.2444

i) $(2.5 \times \frac{5}{3}) + (3.2 \times \frac{3}{5}) =$ 6.086666

j) $30 \div \{(15 - 6) \div [3 + (18 - 3)] \div 5\} =$ 300

- Compara tus resultados con los de tus compañeros. Si hay diferencias, identifiquen dónde estuvo el error y corrijan lo necesario.

resolver

4. Trabaja en equipo. Escriban, en una expresión, la serie de operaciones que dé como resultado la respuesta a las preguntas. Usen paréntesis cuando se requiera.

a) Felipe compró tres películas que duran 60 min cada una y dos que duran 90 min cada una. ¿Cuánto tiempo tendrá que dedicar Felipe para ver las cinco películas?

Expresión: 3(60) + 2(90) = 360 min.

b) Don Luis compró cuatro carretillas. Cada una cuesta *m* pesos, pero de cada una le descontaron *n* pesos. ¿Cuánto gastó?

Expresión: 4(m − n) = 4m − 4n

c) Un tren de pasajeros tiene 20 vagones. En trece vagones cada uno tiene diez compartimentos para cuatro personas; en los siete restantes hay 80 lugares. ¿Cuál es el mayor número de pasajeros que puede llevar el tren?

Expresión: 13(10)(4) + 80 = 600 pasajeros.

conect@mos

Practica la jerarquía de operaciones y el uso de paréntesis en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-127

Revisa los ejemplos y resuelve los ejercicios propuestos. Comenta con un compañero las dificultades que hayas tenido.

5. Hagan lo siguiente.

a) Resuman, en equipo y en su cuaderno, lo que aprendieron sobre jerarquía de operaciones; expliquen en qué orden se resuelven las operaciones y cuál se resuelve primero cuando hay dos o más con la misma jerarquía. Incluyan ejemplos para cada caso.

b) Compartan su trabajo con el resto del grupo. Analicen, entre todos, si el resumen y los ejemplos son suficientemente claros.

BLOQUE 3

Secuencia 2 / lección 48

Distintas formas de multiplicar

CONTENIDO

Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios

¿Cuál es el resultado de $(a + b)^2$? ¿Y de $(a + b)(a - b)$? En esta secuencia reflexionarás sobre temas relacionados con la multiplicación y la división de expresiones algebraicas.

1. Resuelve la operación 25 × 13 como se indica.

Mentalmente

25×13

325

Algoritmo usual

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 13 \\ \hline 75 \\ 25 \\ \hline 325 \end{array}$$

Modelo de áreas

	20	5
10	10 × 20	
3		

2. Trabaja en equipo. Comenten cómo calcularon mentalmente el resultado de 25 × 13 y anoten el mejor procedimiento.

R. P.

3. Una forma para determinar mentalmente el producto de 25 × 13 es la siguiente. Complétenla.

25 × 10 = 250 25 × 3 = 75 25 × 13 = 250 + 75 = 325

4. En el modelo de áreas, la operación 25 × 13 se transformó en (20 + 5) × (10 + 3). Completen lo siguiente.

(20 + 5) × (10 + 3) = 20 × 10 + 20 × 3 + 5 × 10 + 5 × 3

= 200 + 60 + 50 + 15 = 325

técnicas

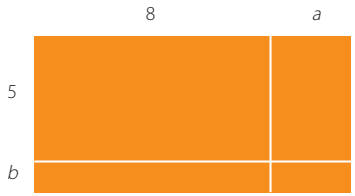
5. Resuelve las multiplicaciones correspondientes.

	20	8
10		
2		

20 × 12 = (20 + 8) × (10 + 2)
(20 × 10) + (20 × 2) + (8 × 10) + (8 × 2) = 200 + 40 + 80 + 16 = 336

	30	4
20		
1		

34 × 21 = (30 + 4) × (20 + 1) = (30 × 20) + (30 × 1) + (4 × 20) + (4 × 1) = 600 + 30 + 80 + 4 = 714



$(8 + a)(5 + b) =$ (8 × 5) + (8b) + (5a) + (ab) = 40 + 8b + 5a + ab

$(m + n)(s + t) =$ ms + mt + ns + nt

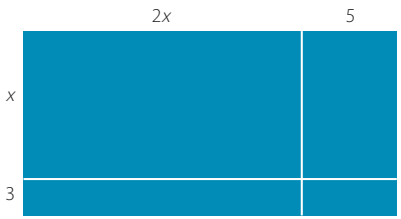
6. Completa, en equipo, las expresiones con base en la figura.

Área de la figura

$A = (2x + 5)($ x + 3 $)$

Área de cada parte de la figura

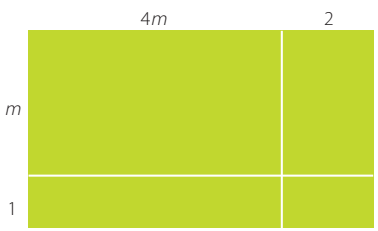
$2x^2$, 6x , 5x , 15

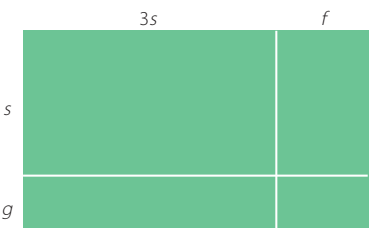


- Comparen, con ayuda del profesor, los resultados con los de sus compañeros. Si hay diferencias, identifiquen los errores y corríjanlos.

7. Anoten y resuelvan las multiplicaciones correspondientes.

resolver





$(4m + 2)($ m + 1 $) =$ $4m^2 + 6m + 2$

$($ 3s + f $)($ s + g $) =$ $3s^2 + 3sg + fs + fg$

8. Lean lo siguiente y, con ayuda de su profesor, propongan y resuelvan otros tres ejemplos donde se multipliquen polinomios.

Observa que, en una multiplicación de dos expresiones algebraicas, como $(2x + 5)(x + 3)$, el resultado se calcula multiplicando cada término del primer factor por cada término del segundo:

$$(2x + 5)(x + 3) = 2x^2 + 6x + 5x + 15 = 2x^2 + 11x + 15$$

BLOQUE 3

Secuencia 2 / lección 49

La medida de un lado I

CONTENIDO

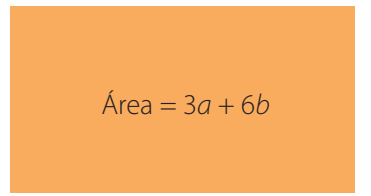
Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios

validar

1. Trabaja en equipo. Con base en la figura, contesten y hagan lo que se indica.

a) ¿Cuánto mide el largo del rectángulo? $a + 2b$

b) Verifiquen que al multiplicar largo por ancho obtengan el área.



2. En la siguiente figura, la parte pequeña es un cuadrado y la grande, un rectángulo cuya área es el doble del primero.

a) ¿Cuánto mide lateralmente el cuadrado? x

b) ¿Y el largo del rectángulo? $2x$

c) ¿Cuánto mide el perímetro del rectángulo? $6x$

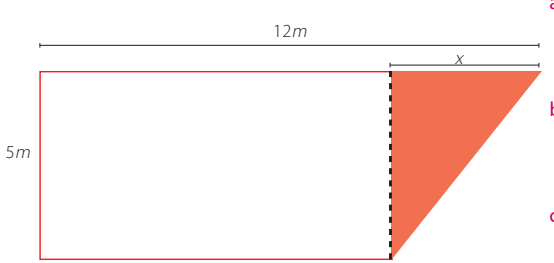
d) ¿Y el de la figura completa? $8x$

e) ¿Cuál es el área total de la figura? $3x^2$

- Revisen, con ayuda del profesor, las respuestas de los problemas 1 y 2, analicen los errores y corrijan lo que sea necesario.

resolver

3. Trabaja en equipo. Calculen lo que se indica a partir de la figura.



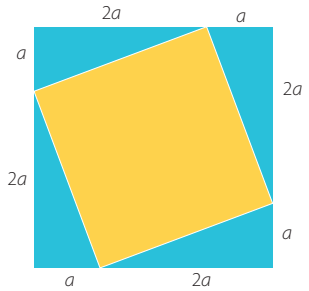
a) Perímetro de la región no sombreada: $34m - 2x$

b) Área de la región no sombreada: $60m^2 - 5mx$

c) Área de la región sombreada: $\frac{5mx}{2}$

d) Área total de la figura: $60m^2 - \frac{5mx}{2}$

4. Contesten con base en la figura.



a) ¿Cuál es el perímetro del cuadrado azul? $12a$

b) ¿Y su área? $9a^2$

c) ¿Cuál es el área del cuadrado amarillo? $5a^2$

d) ¿Qué parte del área del cuadrado grande es la del pequeño? $\frac{5}{9}$

✸ Revisen, en grupo, las respuestas de los problemas 3 y 4, analicen las dificultades que tuvieron y cómo pudieron superarlas.

5. Trabaja en equipo. Completen la tabla considerando los valores de a, b y c que se proporcionan.

técnicas

a	b	c	$a(b+c)$	$ab+ac$	$a(b-c)$	$ab-ac$
-3	-2	-1	9	9	3	3
$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{-1}{16}$	$\frac{-1}{16}$	$\frac{-3}{16}$	$\frac{-3}{16}$
-4	0.2	0.3	-2	-2	0.4	0.4

6. Lean el siguiente texto. Después, hagan lo que indica.

> Calcular el valor numérico de una expresión algebraica es asignar valores a las literales y efectuar los cálculos. Si $a=6$, $b=2$ y $c=4$, el valor numérico de la expresión $a(b-c)$ es -12.

a) ¿En qué columnas de la tabla anterior coinciden los resultados? En la cuarta y quinta; en la sexta y séptima

b) ¿Por qué sucede esto? R. P.

7. Trabaja en equipo. Repondan antes de completar la tabla.

a) ¿En qué columnas los resultados serán los mismos? R. P.

b) Verifiquen su respuesta completando la tabla.

x	y	z	$(y+1)(y-2)$	$(x+y)(x-y)$	$x^2-yx-xz+yz$	$(x-y)(x-z)$	x^2-y^2	y^2-y-2
0	1	2	-2	-1	2	2	-1	-2
$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-5}{4}$	0	1	1	0	$\frac{-5}{4}$
0	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{-20}{9}$	$\frac{-4}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{-4}{9}$	$\frac{-20}{9}$

✸ Revisen, en grupo y con ayuda del profesor, sus respuestas. En particular, expliquen cómo saber qué columnas de la tabla tendrán los mismos resultados sin completarla.

BLOQUE 3

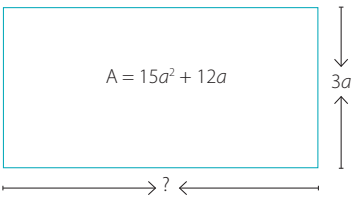
Secuencia 2 / lección 50

La medida de un lado II

CONTENIDO

Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios

1. Con base en la información que hay en el rectángulo, contesta o haz lo que se indica.



comunicar

a) ¿Cuánto mide el largo del rectángulo? $5a + 4$ Explica cómo lo calculaste. R. P.

b) Una manera de calcular la medida que se desconoce, consiste en dividir el área entre la medida conocida. Completa el cálculo.

$$\frac{15a^2 + 12a}{3a} = \frac{15a^2}{3a} + \frac{12a}{3a} = \frac{15a}{3} + \frac{12}{3} = 5a + 4$$

c) Verifica que al multiplicar el largo por el ancho obtengas el área, si no es así, trata de localizar el error.

d) La división que completaste tiene como dividendo un polinomio, y como divisor un monomio. En equipos, expliquen cómo se resuelve. R. P.

conect@mos

Practica la multiplicación de expresiones algebraicas en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-132

Revisa los ejemplos y resuelve los ejercicios propuestos. Comenta con un compañero las dificultades que hayas tenido.

2. Resuelve las divisiones. Detalla el procedimiento que efectúes.

a) $\frac{6x^3 - 3x}{3x} = \frac{6x^3}{3x} - \frac{3x}{3x} = 2x^2 - 1$

b) $\frac{10b^4 - 5b^2 + b}{5b} = \frac{10b^4}{5b} - \frac{5b^2}{5b} + \frac{b}{5b} = 2b^3 - b + \frac{1}{5}$

c) $\frac{12y^5 + 8y^3 - 4y}{2y^2} = \frac{12y^5}{2y^2} + \frac{8y^3}{2y^2} - \frac{4y}{2y^2} = 6y^3 + 4y - 2y^{-1}$

d) $\frac{3x^3 + 2x^2 - x}{2x} = \frac{3x^3}{2x} + \frac{2x^2}{2x} - \frac{x}{2x} = \frac{3}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$

e) $\frac{8x^3y^2 + 4x^2y^3 + 2xy}{2xy} = \frac{8x^3y^2}{2xy} + \frac{4x^2y^3}{2xy} + \frac{2xy}{2xy} = 4x^2y + 2xy^2 + 1$

- Con tus compañeros, y con ayuda del profesor, revisen los resultados de las divisiones, analicen los errores y corrijan lo necesario.

3. Para cada una de las divisiones anteriores, verifica que al multiplicar el divisor por el cociente, obtienes el dividendo.

	Divisor		por cociente		igual a	dividendo
a)	$3x$		$2x^2 - 1$		=	$6x^3 - 3x$
b)	$5b$		$2b^3 - b + \frac{1}{5}$		=	$10b^4 - 5b^2 + b$
c)	$2y^2$		$6y^3 + 4y - 2y^1$		=	$12y^5 + 8y^3 - 4y$
d)	$2x$		$\frac{3}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$		=	$3x^3 + 2x^2 - x$
e)	$2xy$		$4x^2y + 2xy^2 + 1$		=	$8x^3y^2 + 4x^2y^3 + 2xy$

4. En equipo, identifiquen en la última tabla de la lección anterior la expresión $(y + 1)(y - 2)$ y la expresión $y^2 - y - 2$. Expliquen en su cuaderno por qué son equivalentes. R. P.

5. La expresión $(x - 2)(x + 3)$ es similar a la de la actividad anterior: es un producto de dos binomios que tienen un término común.

a) ¿Cuál es el término común? x

b) ¿Cuáles son los términos no comunes? -2 y 3

c) ¿Cuál es el producto simplificado de los binomios? $x^2 + x - 6$

d) Con sus compañeros, y con ayuda de su profesor, busquen una regla que permita encontrar el producto simplificado de dos binomios que tienen un término común.

Escriban la regla que encontraron. R. T. El cuadrado del término común; más el producto del común por la suma de los no comunes; más el producto de los no comunes.

e) Pongan a prueba la regla que formularon, con los siguientes productos.

- $(a - 3)(a + 2) = a^2 - a - 6$
- $(b + 5)(b - 4) = b^2 + b - 20$
- $(x + 5)(x + 7) = x^2 + 12x + 35$
- $(n - 4)(n + 1) = n^2 - 3n - 4$

técnicas

6. Expresen, como producto de dos binomios con un término común, los siguientes polinomios.

a) $x^2 + 3x - 10 =$ $(x - 2)(x + 5)$
b) $a^2 + 6a - 7 =$ $(a - 1)(a + 7)$
c) $s^2 - 2s - 24 =$ $(s - 6)(s + 4)$
d) $b^2 - 10b + 16 =$ $(n - 8)(n - 2)$

* Con tus compañeros y con ayuda de su profesor, revisen sus resultados. Si hay respuestas diferentes, analicen los posibles errores y corrijan lo necesario.

BLOQUE 3

Secuencia 2 / lección 51

Multiplicaciones especiales

CONTENIDO

Resolución de problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios

1. Calcula el valor numérico de las expresiones con los valores x o y que se indican.

		A	B	C	D	E	F
x	y	x^2	y^2	$2xy$	$x+y$	$x^2+2xy+y^2$	$(x+y)^2$
2	3	4	9	12	5	25	25
5	1	25	1	10	6	36	36
4	10	16	100	80	14	196	196
$\frac{1}{2}$	2	0.25	4	2	2.5	6.25	6.25
–1	–2	1	4	4	–3	9	9
2	–3	4	9	–12	–1	1	1
–2	3	4	9	–12	1	1	1

Convivimos

En esta secuencia has estudiado la notación y el vocabulario para operar con expresiones algebraicas. Elabora un resumen en tu cuaderno de los procedimientos que hayas seguido.

- Contesten, en grupo, lo siguiente.

a) Revisen los resultados de la tabla para ver si coinciden, si no es así localicen los errores y corrijan.

b) Hay dos columnas de la tabla que deben tener los mismos resultados, digan cuáles son y a qué se debe que los resultados sean iguales. A continuación, lean y comenten la siguiente información.

Las expresiones $(x+y)^2$ y $x^2+2xy+y^2$ son **equivalentes**.
La expresión $(x+y)^2$ es un **binomio al cuadrado**.
Puede decirse que el desarrollo de un binomio al cuadrado es el cuadrado de su primer término más el producto de sus términos multiplicados por dos, más el cuadrado del segundo término.

técnicas

2. Expresa en forma multiplicativa y desarrolla los binomios al cuadrado.

a) $(x+2y)^2 = (x+2y)(x+2y) = x^2+2xy+2xy+4y^2 = x^2+4xy+4y^2$

b) $(2x+3y)^2 =$ $(2x+3y)(2x+3y) = 4x^2+6xy+6xy+9y^2 = 4x^2+12xy+9y^2$

c) $(a+b)^2 =$ $(a+b)(a+b) = a^2+ab+ab+b^2 = a^2+2ab+b^2$

d) $(2m+5)^2 =$ $(2m+5)(2m+5) = 4m^2+10m+10m+25 = 4m^2+20m+25$

e) $(1.5a+b)^2 =$ $(1.5a+b)(1.5a+b) = 2.25a^2+1.5ab+1.5ab+b^2 = 2.25a^2+3ab+b^2$

f) $(2m+3.5n)^2 =$ $(2m+3.5n)(2m+3.5n) = 4m^2+7mn+7mn+12.25n^2 = 4m^2+14mn+12.25n^2$

- Verifica, en grupo, que siempre que se eleva un binomio al cuadrado, el resultado, tras simplificar sus términos semejantes, es un trinomio con las siguientes características.

  a) El primer y tercer término son los términos del binomio elevados al cuadrado.

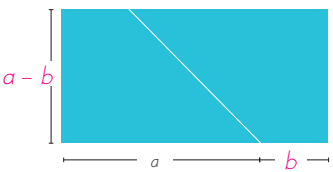
  b) El segundo término es el doble producto de los términos del binomio.

3. Trabaja en equipo. La figura 1 es un cuadrado dividido en tres partes: dos trapecios iguales y un cuadrado; la 2, un rectángulo que se formó con los trapecios de la 1. Hagan, con base en esto, lo que se indica.

resolver

Figura 1

Figura 2



a) Anoten las medidas que faltan en el rectángulo.

b) ¿Qué expresión permite calcular el área más oscura de la figura 1? $a^2 - b^2$

c) ¿Cuál es el área de la figura 2? $(a - b)(a + b)$

d) Expliquen por qué $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ R. P.

comunicar

e) Lean lo siguiente.

Los binomios de la forma $(a + b)$ y $(a - b)$ se llaman **binomios conjugados**. El producto de dos binomios conjugados es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo.

4. Trabaja en equipo. Encuentren una expresión equivalente en cada caso.

a) $(x + y)(x + y) =$ R. T. $(x + y)^2$

b) $(3a - b)(3a + b) =$ R. T. $9a^2 - b^2$

c) $m^2 - n^2 =$ R. T. $(m + n)(m - n)$

d) $4a^2 - 1 =$ R. T. $(2a - 1)(2a + 1)$

e) $25t^2 + 100st + 100s^2 =$ R. T. $(5t + 10s)^2$

- Compara tus respuestas con las de algún compañero. Si tienen dudas, revisen la información en los dos recuadros de esta lección.

conect@mos

Consolida lo que sabes de multiplicación de expresiones algebraicas en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-135a

www.e-sm.com.mx/SCM2A-135b

Contesta las preguntas y haz las actividades que se proponen. Comenta con un compañero qué dificultades tuviste.

BLOQUE 3

Secuencia 3 / lección 52

Desde un vértice

CONTENIDO

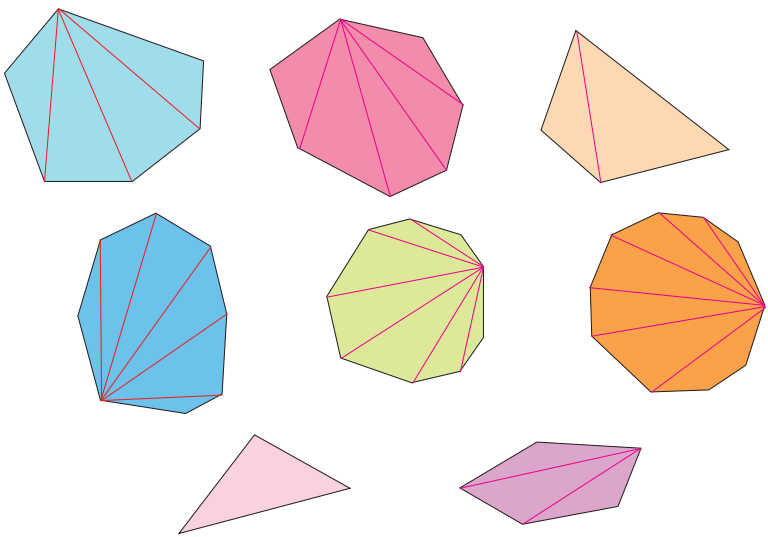
Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono

¿Cuánto suman los ángulos interiores de un polígono de trece lados? ¿Y de uno de 20? ¿Cuánto mide un ángulo interior de un decágono regular? En esta secuencia aprenderás a calcular la suma de los ángulos interiores de un polígono y la medida de un ángulo interior de un polígono regular.

Ya sabemos...

Las diagonales son segmentos que van de un vértice a otro no consecutivo.

1. En el siguiente hexágono se eligió un vértice, desde donde se marcaron con rojo sus diagonales. Haz lo mismo con los otros polígonos.



2. Completa la tabla considerando los polígonos anteriores.

Polígono	Número de lados	Diagonales desde un vértice	Triángulos en que se dividió
Triángulo	3	0	1
Cuadrilátero	4	1	2
Pentágono	5	2	3
Hexágono	6	3	4
Heptágono	7	4	5
Octágono	8	5	6
Nonágono	9	6	7
Decágono	10	7	8

3. Analiza los datos de la tabla anterior y descubre la relación entre el número de lados del polígono y el número de triángulos que se forman al trazar sus diagonales desde un vértice. Usa esa relación para completar esta otra tabla.

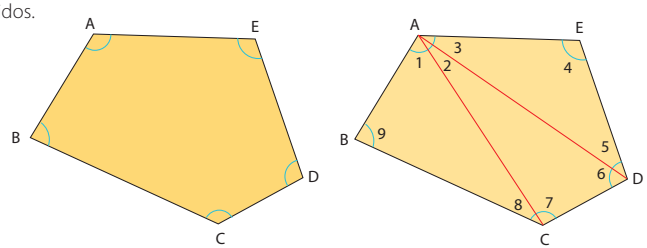
Número de lados	Diagonales desde un vértice	Triángulos en que se dividió
15	12	13
20	17	18
100	97	98
11	8	9
37	34	35
n	$n - 3$	$n - 2$

4. Llama n al número de lados del polígono, d al número de diagonales desde un vértice y t al número de triángulos. Escribe expresiones que relacionen d con n y t con n.

$d =$ $n - 3$ $t =$ $n - 2$

✸ Compara los resultados con los de tus compañeros. Usen los datos de las tablas para comprobar si las expresiones se cumplen en todos los casos.

5. Los ángulos interiores de este polígono están marcados con un arco azul: ∠ **A**, ∠ **B**, ∠ **C**, ∠ **D** y ∠ **E**.
Si dividimos el polígono en triángulos, como en la actividad 1, algunos ángulos quedan divididos.



Ya sabemos...
Las medidas de los ángulos interiores de un triángulo suman 180°.

a) ¿En cuántos triángulos se dividió el pentágono? 3

b) Observa que los ángulos de los triángulos, reunidos, forman los ángulos del pentágono. A partir de esto encuentra cómo calcular la suma de las medidas de los ángulos del pentágono sin medirlos. Anota tus conclusiones. R. P.

comunicar

c) Verifica tu resultado midiendo y sumando las medidas de los ángulos del pentágono.

validar

✸ Compara tus respuestas de las actividades 4 y 5 con las de tus compañeros. Juntos, redacten un método para calcular la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono cualquiera y escríbanlo en el cuaderno. Después, lean lo siguiente.

Si desde el vértice de un polígono de n lados se trazan todas las diagonales, entonces…
- se pueden trazar $n - 3$ diagonales,
- se forman $n - 2$ triángulos.

Esto permite determinar que la suma de las medidas de los ángulos interiores del polígono es $180° (n - 2)$.

BLOQUE 3

Secuencia 3 / lección 53

Calcular sin medir

CONTENIDO

Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono

1. Completa la tabla.

Polígono	Número de lados	Triángulos en que se dividió	Suma de las medidas de los ángulos interiores del polígono
Triángulo	3	1	180°
Cuadrilátero	4	2	360°
Pentágono	5	3	540
Hexágono	6	4	720°
Heptágono	7	5	900°
Octágono	8	6	1080°
Nonágono	9	7	1260°
Decágono	10	8	1440°

- Compara tus respuestas con las de un compañero. Si algunas no coinciden, analicen por qué y corrijan lo necesario.

resolver

conect@mos

Descarga la actividad de ángulos interiores de polígonos en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-138

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

2. Responde las preguntas.

a) ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos interiores de un polígono de quince lados?

2340° ¿Y de 20? 3240°

b) La suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono es 1 800°. ¿Cuántos lados tiene? 12 lados.

c) ¿Puede existir un hexágono cuyos ángulos midan, respectivamente, 100°, 80°, 150°, 120° y 90°? No ¿Por qué? Porque la suma de todos sus ángulos debe sumar 720°

d) Si tu respuesta es *Sí*, traza, en tu cuaderno, un hexágono con esas medidas.

e) Los ángulos de un pentágono miden x, $2x$, $3x$, $4x$ y $5x$. ¿Cuántos grados mide cada uno? Plantea y resuelve la ecuación en el siguiente recuadro.

R. P.

$x + 2x + 3x + 4x + 5x = 540$

$x = 36$

Miden 36°, 72°, 108°, 144° y 180°

3. Completa la tabla.

Polígono regular	Número de lados	Triángulos en que es posible dividirlo	Suma de las medidas de los ángulos interiores	Medida de cada uno de sus ángulos interiores
Triángulo equilátero	3	1	180^0	60^0
Cuadrado	4	2	360^0	90^0
Pentágono regular	5	3	540^0	108^0
Hexágono regular	6	4	720^0	120^0
Heptágono regular	7	5	900^0	128.57^0
Octágono regular	8	6	1080^0	135^0
Nonágono regular	9	7	1260^0	140^0
Decágono regular	10	8	1440^0	144^0

Ya sabemos...

Todos los ángulos interiores de un polígono regular son iguales.

a) ¿Qué relación hay entre los números de las columnas verde y azul?

La diferencia entre ellos siempre es 2.

b) ¿En cuántos triángulos puede dividirse un polígono de *n* lados?

En $n - 2$

c) Explica, en tu cuaderno, cómo calcularías la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono a partir del número de lados del mismo.

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Construyan, entre todos y con ayuda del profesor, una fórmula para calcular cuánto suman las medidas de los ángulos interiores de un polígono de *n* lados.

conect@mos

Aprende más sobre los ángulos de un polígono en...

www.e-sm.com.mx/SCM2A-139

Lee la información que se presenta y haz las actividades propuestas. Si tienes dudas, revisa los conceptos y las técnicas de esta secuencia.

4. Resuelve.

a) ¿Cuánto mide el ángulo interior de un polígono regular de 20 lados? 162^0

b) ¿Existe un polígono regular cuyo ángulo interior mida 180°? No.

Argumenta tu respuesta. Porque la ecuación $\frac{180^0(n-2)}{n} = 180^0$ no tiene solución.

- Inventa, con el resto del grupo, una fórmula para calcular la medida del ángulo interior de un polígono regular de *n* lados. Verifiquen, con las dos fórmulas que construyeron en esta lección, sus respuestas de las actividades 2 y 4.

En la siguiente lección, necesitarás cartoncillo, papel calca, regla y tijeras.

BLOQUE 3

Secuencia 4 / lección 54

Mosaicos

CONTENIDO

Análisis y explicitación de las características de los polígonos que permiten cubrir el plano

¿Has observado que los mosaicos, como los que se ponen en pisos y paredes, cubren el plano donde se encuentran sin dejar huecos ni sobreponerse? ¿Con cualquier figura se puede hacer esto? En esta secuencia responderás preguntas como esta.

resolver

1. Trabajen en equipo y resuelvan la siguiente situación. En una fábrica se producirán mosaicos con figuras geométricas como las que se ilustran. Usando solo un tipo de figura, ¿con cuáles es posible cubrir una pared o un piso sin sobreponerlos ni dejar huecos? Márquenlos con un ✗.

- Comparen las respuestas con las de otros equipos. Calquen y recorten en cartoncillo diez polígonos iguales a los anteriores. Comprueben si es posible cubrir una porción del plano con cada figura.

2. Completen la tabla.

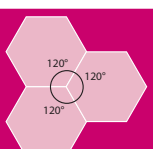
Polígono	Medida del ángulo interior	¿La medida del ángulo interior divide exactamente a 360°?	¿Puede cubrir el plano?
Triángulo equilátero	60^0	sí	sí
Cuadrado	90^0	sí	sí
Pentágono regular	108^0	no	no
Hexágono regular	120^0	sí	sí
Octágono regular	135^0	no	no

a) Anota los polígonos regulares cuyo ángulo interior sea un divisor de 360. Triángulo, cuadrado y hexágono

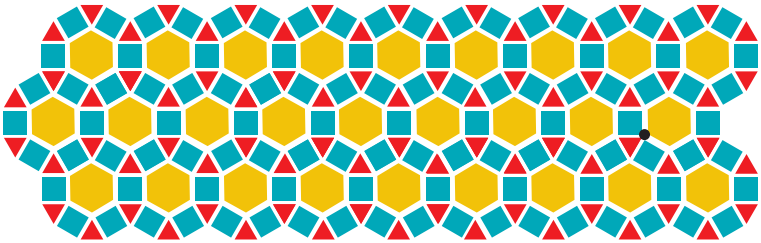
b) Observa que los polígonos anteriores son los que cumplen las condiciones del ejercicio 1. ¿Por qué sucede esto? R. P.

- Comenta la respuesta con tus compañeros. Juntos, ejemplifíquenlo con un triángulo equilátero y un cuadrado.

Para cubrir el plano con polígonos regulares iguales es necesario colocar alrededor de un vértice varios de estos sin sobreponerlos ni dejar huecos. El ángulo total que formen debe medir 360°. Por ejemplo, los hexágonos encajan perfectamente porque sus ángulos interiores miden 120°; si colocamos tres, se completan 360°.



3. Observa el siguiente diseño. Haz lo que se pide.



a) ¿Qué polígonos regulares lo forman? Hexágonos regulares, triángulos equiláteros y cuadrados.

b) Identifica el punto negro. Menciona cuántas y cuáles figuras llegan a él. Cuatro figuras: dos cuadrados, un triángulo y un hexágono.

c) Completa la suma de las medidas de los ángulos que concurren en el punto negro.

$90^0 + 90^0 + 120^0 + 60^0 = 360^0$

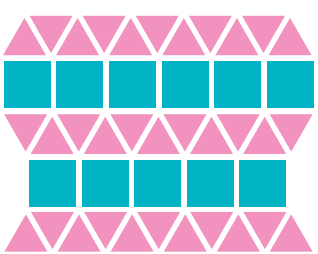
4. El plano no se puede cubrir solo con octágonos regulares. comunicar

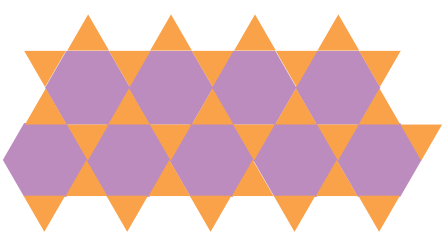
a) ¿Por qué? R. T. Cada ángulo interior mide 135^0, que no divide exactamente a 360^0.

b) Si quisieras cubrir el plano con octágonos regulares y otro polígono regular, ¿cuál escogerías? Cuadrado.

¿Por qué? R. T. Al juntar dos octágonos se forma un ángulo de 270^0; con el cuadrado se completan 360^0.

5. Los polígonos regulares se combinan de varias maneras para cubrir el plano. Observa estos diseños. Traza uno diferente en cartulina y coloréalo.

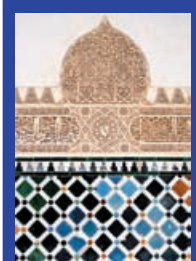




- Organicen, en grupo y con ayuda del profesor, una exposición con los diseños que elaboraron. Decidan qué diseño es el más original.

En contexto

Cubrir el plano con figuras geométricas que siguen una regla o patrón no solo se usa para recubrir superficies, también se aplica en el arte.



conect@mos

Conoce más sobre los recubrimientos del plano en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-141

Revisa la información en la sección "Introducción". Elabora, en tu cuaderno, una lista de las figuras que conoces que permiten recubrir el plano.

BLOQUE 3

Secuencia 4 / lección 55

Adornando el plano

CONTENIDO

Análisis y explicitación de las características de los polígonos que permiten cubrir el plano

En contexto

M. C. Escher (1898-1972), artista gráfico holandés, usó ampliamente la geometría en su obra, en particular para la creación de teselados o mosaicos.

1. Los siguientes diseños se encuentran en un palacio español llamado La Alhambra.

¿Qué diferencias hay entre estos diseños y los de la lección anterior? _____

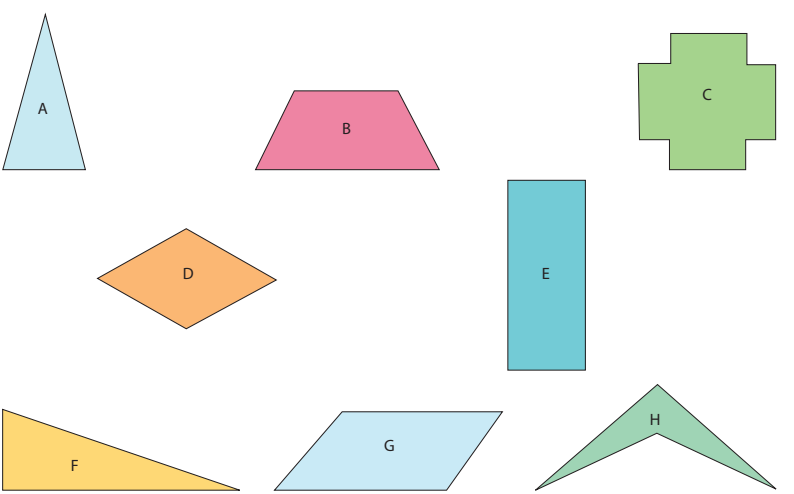
R. T. Se utilizan figuras curvas.

resolver

2. Trabaja en equipo. ¿Qué polígonos irregulares, de los siguientes, cubren un plano sin dejar huecos y sin encimarse, con un solo tipo de figura? A, B, D, E, F, G, H.

Convivimos

Conocer formas de resolver problemas distintas a la que tú usaste enriquece tu comprensión del problema y también de las nociones matemáticas. Por ello, se te recomienda con frecuencia comparar tu resolución con las de tus compañeros.



Cuando no se pongan de acuerdo sobre si una figura puede cubrir un plano, intenten formar el mosaico.

3. Trabaja en equipo. Comenten si están de acuerdo con lo siguiente.

Con ejemplares iguales de cualquier cuadrilátero y de cualquier triángulo es posible cubrir el plano sin dejar huecos ni encimarse.

¿Están de acuerdo? R. P. Argumenten su respuesta. _____

_____

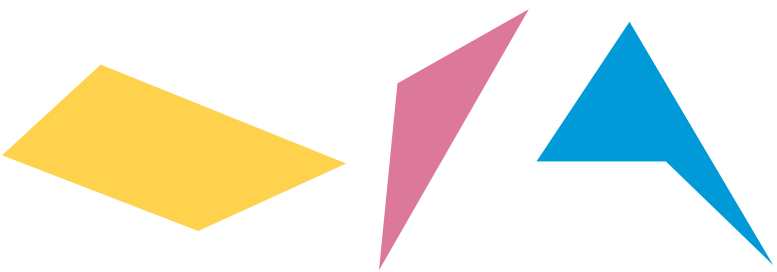
_____

validar

Una pista

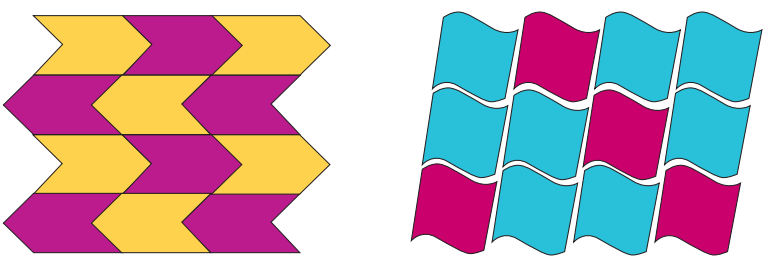
Recuerda cuánto suman las medidas de los ángulos interiores de un cuadrilátero y de un triángulo, y relaciónalo con la información del recuadro de la página anterior.

4. Tracen las siguientes figuras en un cartoncillo, y úsenlas como moldes para formar mosaicos. Empleen un solo tipo de figura para cada uno.



- Comenten con sus compañeros las respuestas de las actividades 2, 3 y 4, y escriban sus conclusiones en el cuaderno.

5. Observa este mosaico formado por figuras irregulares.



a) Inventa otras figuras irregulares que cubran el plano usando un tipo de figura.
b) Inventa otras figuras irregulares que cubran el plano con diferentes tipos de figuras.
c) De los mosaicos que construiste en los incisos anteriores, elige el que más te guste y reprodúcelo en un cuarto de cartulina.
d) En grupo, organicen una exposición para exhibir sus mosaicos.

conect@mos

Integra lo que sabes sobre recubrimientos del plano en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-143a

www.e-sm.com.mx/SCM2A-143b

Contesta las preguntas y haz las actividades propuestas. Si tienes dudas, revisa los conceptos de esta secuencia.

En la siguiente lección necesitarás cartulina, pegamento, tijeras y un juego de geometría para construir un cubo de 10 cm por lado. Consigue un recipiente de un litro de capacidad.

BLOQUE 3

Secuencia 5 / lección 56

Cajas y recipientes

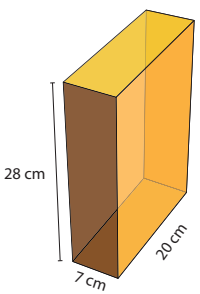
CONTENIDO

Relación entre el decímetro cúbico y el litro. Deducción de otras equivalencias entre unidades de volumen y capacidad para líquidos y otros materiales. Equivalencia entre unidades del Sistema Internacional de Medidas y algunas unidades socialmente conocidas, como barril, quilates, quintales, etcétera

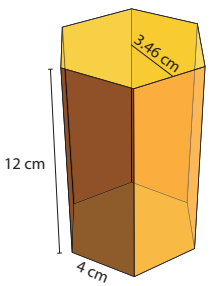
¿Cómo se puede saber cuánta agua cabe en una cisterna? ¿Qué se necesita medir? Se sabe que en 2006, México producía 3.71 millones de barriles de petróleo por día. ¿A cuánto equivale en litros? Al terminar esta secuencia podrás responder preguntas como las anteriores.

resolver

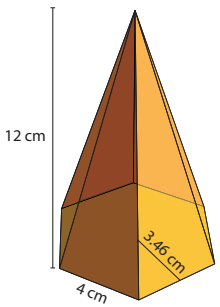
1. Calcula el volumen de cada cuerpo.



V = 3 920 cm³



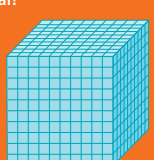
V = 498.24 cm³



V = 166.08 cm³

Una pista

Imagina el cubo de 1 dm por lado. ¿Cuántos cubos de 1 cm por lado le caben a lo ancho, a lo largo y a lo alto? ¿Cuántos le caben en total?



2. Contesta lo que se indica. En caso de ser necesario, usa calculadora.

a) Un cubo de 1 dm por lado tiene un volumen de 1 dm³. ¿A cuántos centímetros cúbicos equivale 1 dm³? 1000 cm³

b) Un cubo que mide 1 m por lado tiene un volumen de 1 m³. ¿A cuántos decímetros cúbicos equivale 1 m³? 1000 dm³. ¿Y a cuántos centímetros cúbicos? 1000 000 cm³

c) Un refrigerador con forma de prisma cuadrangular mide 0.80 m × 0.80 m × 1.75 m. ¿Cuál es su volumen en metros cúbicos? 1.12 m³ ¿Y en centímetros cúbicos? 1120 000 cm³

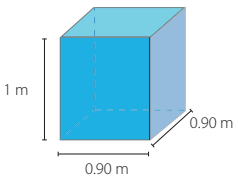
d) ¿Cuánto mide la arista de un cubo que tiene 512 cm³ de volumen? 8 cm

✸ Compara los resultados con los de tus compañeros; si son diferentes, analícenlos y discútanlos para llegar a una conclusión.

3. Construye con cartulina un cubo de 1 dm por lado (10 cm). Deja sin pegar una de las caras para que puedas usarlo como caja. Consigue un recipiente con 1 ℓ de capacidad. Llena el recipiente con semillas, luego vacíalas en el cubo. ¿La capacidad de una caja de 1 dm³ es mayor, menor o igual a 1 ℓ? Es igual a 1 ℓ.

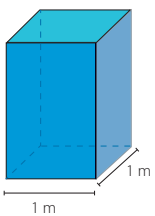
4. Indica con una ✔ en qué rango estimas que se encuentra el resultado de cada problema. Después haz los cálculos en tu cuaderno y verifica tu estimación.

a) ¿Cuánta agua le cabe a este depósito?



Menos de 500 ℓ	
Entre 500 y 1 000 ℓ	✔
Más de 1 000 ℓ	
Resultado	810 ℓ

b) Se desea que una cisterna tenga una capacidad de 1 500 ℓ de agua. ¿Cuál debe ser su profundidad si tendrá forma de prisma cuadrangular con base de 1 m^2?



Menos de 1 m	
Entre 1 m y 2 m	✔
Más de 2 m	
Resultado	1.5 m

- Compara tus respuestas con tus compañeros. Expliquen cómo hicieron sus estimaciones y discutan si algún método les parece más eficaz.

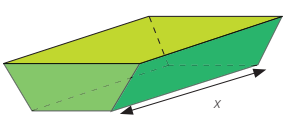
5. Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno.

resolver

a) El encargado de una tienda de peces menciona que por cada pez de 3 cm se requieren 20 ℓ de agua en la pecera. Pedro compró una pecera de 80 cm × 60 cm × 30 cm. ¿Cuántos peces de 3 cm debe haber como máximo en ella?

Resultado 7

b) Un fabricante desea hacer un molde de 10 ℓ de capacidad con la siguiente forma. Si la base mayor del trapecio mide 30 cm; la base menor, 20 cm; y la altura, 10 cm; ¿cuánto mide el lado marcado con *x*?



Resultado 40 cm

- Compara tus resultados y procedimientos con los de tus compañeros. Si hay diferencias, averigüen a qué se debe y corrijan si es necesario.

conect@mos

Aprende más sobre volumen y capacidad en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-145a

www.e-sm.com.mx/SCM2A-145b

Lee la información presentada y contesta las preguntas. Comenta con un compañero qué dificultades encontraron.

Convivimos

Cuando no hayas entendido algo no dudes en preguntar a otros. Comenta a tu profesor o a tus compañeros aquello que se te está dificultando. Esto te permitirá avanzar con más confianza en el estudio de las matemáticas.

BLOQUE 3

Secuencia 5 / lección 57

Noticias sobre medida

CONTENIDO

Relación entre el decímetro cúbico y el litro. Deducción de otras equivalencias entre unidades de volumen y capacidad para líquidos y otros materiales. Equivalencia entre unidades del Sistema Internacional de Medidas y algunas unidades socialmente conocidas, como barril, quilates, quintales, etcétera

1. Lee la noticia. Fue publicada el 8 de mayo de 2010, y se refiere a un derrame de petróleo en el Golfo de México.

Ian MacDonald, un oceanógrafo biológico de la Universidad Estatal de Florida, dijo que las estimaciones oficiales de que 5 000 barriles (795 000 litros) se habrían vertido en el Golfo cada día desde que la plataforma de perforación de Deepwater Horizon explotó hace dos semanas son demasiado conservadoras.
La **tasa real de flujo desde el pozo submarino**, basándose en imágenes aéreas de la mancha de petróleo y estimaciones sobre su espesor, probablemente sea más cercana a 25 000 barriles (un millón de galones, 4 millones de litros) al día, dijo MacDonald en una entrevista.[1]

resolver

a) Según el primer párrafo, ¿a cuántos litros equivale un barril de petróleo? 159 ℓ

b) ¿Y de acuerdo con el segundo? 160 ℓ

c) Completa la tabla con base en las equivalencias que se muestran.

1 barril	42 galones
1 galón	3.7854 litros

Barriles	Galones	Litros
1	42	158.9868
5 000	210 000	794 934
25 000	1 050 000	3 974 670

conect@mos

Descarga la actividad de volumen y capacidad en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-146

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, acuerden grupalmente definiciones para *decímetro cúbico* y *litro*.

✸ Compara, en grupo, tus datos con los de la noticia. Comenten por qué las cantidades no coinciden.

2. La siguiente noticia fue publicada el 26 de febrero de 2010.
Contesta las preguntas considerando que un quilate equivale a 200 mg. Si lo deseas, usa tu calculadora.

LONDRES (AP)– La firma Petra Diamonds Ltd. dijo el viernes que vendió un diamante de 507 quilates por 35.3 millones de dólares, un nuevo récord de precio para un diamante en bruto. La piedra, del tamaño de un huevo y con un peso apenas superior a los 100 gramos (3.53 onzas), está considerada entre los 20 principales diamantes en bruto del mundo de alta calidad. Fue descubierto en septiembre en la mina Cullinan, de Sudáfrica.[2]

[1] Recuperado de http://www.cnnexpansion.com/economia/2010/05/08/golfo-derrame-petroleo-cnnexpansion

[2] Recuperado de http://www.datossobreeconomia.com/2010/02/venden-diamante-de-507-quilates-por-mas.html

a) ¿Cuánto pesa en miligramos el diamante? 101400 mg

b) ¿Y en gramos? 101.4 g

c) Considera el dato del peso del diamante en onzas según la noticia. ¿Cuál es la equivalencia entre onzas y gramos? 1 oz equivale a 28.7252 g

3. De acuerdo con la siguiente noticia, completa la tabla. Un quintal equivale a 100 kg.

Produjo Chiapas 2.3 millones de quintales de café orgánico este año

El director de la Comisión Estatal para el Desarrollo y Fomento del Café de Chiapas (Comcafe), Horacio Domínguez Castellanos, dio a conocer que la producción de café orgánico certificado en Chiapas alcanzó el primer lugar mundial. Señaló que la entidad tiene un incremento global en la producción de cerca de 400 mil quintales en relación con el ciclo anterior, y con ello llegó a los 2.3 millones de quintales en 2011, la mayor cifra en el país.[3]

	Millones de quintales	Quintales	Kilogramos	Toneladas
Producción en 2010	1.9	1900000	190000000	190000
Producción en 2011	2.3	2300000	230000000	230000

4. Lee la siguiente noticia, fue publicada el 4 de julio de 2011.
Verifica que los datos de la nota sean correctos; considera que una milla equivale a 1.609 km, y un pie a 30.48 cm. Si son incorrectos, averigua por qué y escríbelo en tu cuaderno.

Sobrevivientes del naufragio en México nadaron millas para salvarse

El accidente ocurrió durante el feriado en Estados Unidos por la celebración de su independencia.
Los 27 turistas y los 16 tripulantes que realizaban una travesía de siete días de pesca fueron arrojados al Golfo de California cuando una tormenta súbita volcó la barca a unos 100 kilómetros (60 millas) al sur del puerto de San Felipe.
La embarcación de 35 metros (115 pies) de largo se hundió en ese golfo también llamado Mar de Cortés.[4]

- Compara las respuestas de los problemas 2, 3 y 4 con las de tus compañeros. Establezcan un procedimiento general para hacer conversiones de una unidad de medida a otra. Prueben su procedimiento con algunos de los ejercicios de esta lección.

En contexto

La palabra quilate tiene dos significados. Uno se refiere a una unidad de peso equivalente a 200 mg; el otro indica la pureza de los metales. En el caso del oro, cada quilate equivale a $\frac{1}{24}$ parte de oro puro; el oro de 14 quilates, por ejemplo, tiene $\frac{14}{24}$ partes de oro puro.

conect@mos

Encuentra un convertidor de unidades en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-147

Usa la herramienta para verificar tus respuestas de esta secuencia. Comenta con un compañero qué conversiones les parecieron más difíciles y por qué.

[3] Recuperado de http://mx.globedia.com/produjo-chiapas-quintales-cafe-organico-ano

[4] Recuperado de http://noticias.terra.com/noticias/sobrevivientes_del_naufragio_en_mexico_nadaron_millas_para_salvarse/act2909472

BLOQUE 3

Secuencia 6 / lección 58

Reglas de correspondencia I

CONTENIDO

Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación

Cuando las cantidades de dos conjuntos están relacionadas, por ejemplo, la duración de una llamada telefónica y el costo, la relación se puede expresar algunas veces mediante una regla de correspondencia. Dicha regla permite calcular valores y saber de qué tipo de relación se trata, por ejemplo, si es de proporcionalidad o no.

1. La tabla 1 muestra las edades de dos personas a lo largo de varios años.

a) Completa la tabla.

b) Indica con una ✔ qué afirmaciones, de las siguientes, se cumplen siempre, es decir, son verdaderas sin importar la edad de José.

- ☐ La edad de Ana es igual a la edad de José multiplicada por 2.
- ☑ La edad de Ana es igual a la de José más 6.
- ☐ La edad de José es igual a la de Ana más 6.

Tabla 1

Edades	
José (j)	Ana (a)
6	12
7	13
14	20
36	42

En la tabla 1, todos los valores de la segunda columna se pueden obtener sumando 6 a los de la primera. Esto se puede expresar con la siguiente **regla de correspondencia: "La edad de Ana es igual a la edad de José más 6"**, o bien, si se usan letras, **"$A = J + 6$"**.

resolver

2. Cada tabla muestra una relación entre dos conjuntos de cantidades.

a) Completa las tablas.

b) Subraya la regla de correspondencia correcta para cada caso.

Tabla 2

El círculo	
Diámetro d (cm)	Circunferencia c (cm)
2	6.28
3	9.42
5	15.70
10	31.40
36	113.04

$c = 3.14d$

$c = 4.28 + d$

$c = 3d + 0.28$

Tabla 3

Parque de diversiones, plan A: $10.00 la entrada más $3.00 por juego	
Juegos visitados (n)	Costo total (c)
2	$16.00
5	$25.00
7	$31.00
10	$40.00

$c = 5n$

$c = n + 20$

$c = 3n + 10$

Tabla 4

Parque de diversiones, plan B: $25.00 la entrada. Con número ilimitado de juegos	
Juegos visitados (n)	Costo total (c)
2	$25.00
5	$25.00
7	$25.00
10	$25.00

$c = 23 + n$

$c = 5n$

$c = 25$

Tabla 5

Parque de diversiones, plan C: entrada gratuita. $5.00 por juego	
Juegos visitados (*n*)	Costo total (*c*)
2	$10.00
5	$25.00
7	$35.00
10	$50.00

$c = n + 8$
$c = 5n$
$c = 5$

Tabla 6

Préstamo bancario	
Cantidad prestada (*c*)	Interés anual (*i*)
$2 500.00	$500.00
$3 880.00	$776.00
$24 624.00	$4 924.80
$36 240.00	$7 248.00

$i = 0.2c$
$i = c - 2\,000$
$i = 500$

Tabla 7

Un vehículo recorre 200 km	
Velocidad (*v*)	Tiempo (*t*)
100 km/h	2 h
50 km/h	4 h
25 km/h	8 h
10 km/h	20 h

$t = v \div 50$
$t = 200 \div v$
$t = v$

Tabla 8

Tarifa bimestral por el consumo doméstico de agua en la zona B	
Metros cúbicos de agua adicionales a la cuota asignada (*m*)	Costo (*c*)
0	$56.13
1	$59.45
2	$62.77
3	$66.09

$c = 56.13 + m$
$c = 56.13 + 3.32m$
$c = 56.13$

- Efectúa, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Comparen sus resultados. Si dudan de alguna regla, sustituyan las letras por los valores de la tabla y verifiquen que obtengan igualdades.
b) Identifiquen en qué tabla las cantidades de un conjunto no dependen de las del otro.
c) Comparen cómo encontraron la regla de correspondencia en cada tabla y discutan qué método les pareció más efectivo.

3. Completen las tablas.

Tabla 9

$y = 5x + 1$	
x	y
1	6
5	26
10	51

Tabla 10

$y = 5x$	
x	y
1	5
5	25
10	50

Tabla 11

$y = \frac{5}{x}$	
x	y
1	5
5	1
10	$\frac{1}{2}$

- Discute con tus compañeros si las relaciones de las tablas 9, 10 y 11 son similares a las de la actividad 2. Comenten también si las literales usadas en esta actividad (x,y) podrían haberse utilizado para las demás relaciones.

conect@mos

Practica con la expresión algebraica de una relación de proporcionalidad en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-149

Haz la actividad y responde las preguntas. Comenta con un compañero qué dificultades encontraron.

BLOQUE 3

Secuencia 6 / lección 59

Reglas de correspondencia II

CONTENIDO

Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad $y = kx$, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación

validar

Ya sabemos...

Si la cantidad de un conjunto aumenta dos veces, tres veces o *n* veces, y la correspondiente de otro conjunto aumenta de igual manera, se dice que las cantidades de ambos conjuntos son directamente proporcionales.

1. En la lección anterior trabajaste con relaciones entre cantidades de dos conjuntos. Indica, en la segunda columna de la siguiente tabla, qué relaciones son de proporcionalidad y cuáles no. En la tercera, justifica tu respuesta.

Tabla	¿La relación es de proporcionalidad?	Porque…
1	No	R. P.
2	Sí	
3	No	
4	No	
5	Sí	
6	Sí	
7	No	
8	No	
9	No	
10	Sí	
11	No	

✸ Lleva a cabo, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Comparen sus respuestas y comenten cómo determinaron qué relaciones son de proporcionalidad.
b) Analicen en qué son semejantes las reglas de correspondencia de las relaciones que son de proporcionalidad. Anoten, en su cuaderno, sus conclusiones.

2. A continuación se presentan reglas de correspondencia de varias relaciones.

a) Anota una ✓ si la relación es de proporcionalidad y un ✗ si no.

$y = 2x$ ✓	$a = \frac{3}{4}b$ ✓	$n = 0.1m$ ✓	$d = 2t + 1$ ✗
$u = 0.5v$ ✓	$z = 100w + 15$ ✗	$h = .14g$ ✓	$p = 33d - 100$ ✗

b) Selecciona una de las relaciones que marcaste con ✓ y una de las que tienen ✗, y haz, en tu cuaderno, las tablas correspondientes para verificar tus respuestas.

3. Reúnete con un compañero, completen la tabla.

Regla de correspondencia	*x* representa	*y* representa	Descripción de la relación
$y = 8x$	número de artículos	precio que se paga	Cada artículo cuesta $8.00; por tanto, por *x* artículos se pagan 8*x* pesos.
$y = 12x$	litros de gasolina	distancia que se recorre	Cada litro de gasolina alcanza para recorrer 12 km; por tanto, con *x* litros se recorren 12*x* kilómetros.
$y = 0.12x$	gramos de requesón	gramos de proteína	Cada 100 g de requesón contienen 12 g de proteína; por tanto, en *x* gramos de requesón hay 0.12*x* gramos de proteína.
$y = 2.54x$	distancia en pulgadas	distancia en centímetros	R. T. Una pulgada equivale a 2.54 cm; por tanto, *x* pulgadas corresponden a 2.54*x* centímetros.
$y = 8x$	duración del baño (minutos)	consumo de agua (litros)	En un baño de 5 minutos se usan 40 ℓ de agua; por tanto, para un baño de *x* minutos se requieren 8*x* litros de agua.
$y = 28x$	costales de cemento	agua necesaria (litros)	Por medio costal de cemento hay que agregar 14 ℓ de agua a la mezcla; por tanto, si se usan *x* costales se requieren 28 *x* litros.

conect@mos

Descarga la actividad de expresiones de la forma $y = kx$ en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-151

Trabaja con un compañero. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, comparen las fórmulas que inventaron en la pregunta 3 con las de otras parejas; si hay fórmulas distintas que arrojen los mismos resultados, expliquen por qué.

- Comenten, en grupo y con ayuda del profesor, cómo encontraron la expresión algebraica que relaciona la duración del baño con la cantidad de agua utilizada. Después analicen si la siguiente información concuerda con lo que determinaron en las actividades 1 y 2.

Cuando una relación entre dos conjuntos de cantidades es de proporcionalidad, hay un número (constante de proporcionalidad) que, multiplicado por cualquier valor del primer conjunto, da el valor correspondiente del segundo conjunto. La regla de correspondencia de una relación de proporcionalidad suele escribirse en la forma $y = kx$; las literales *x*, *y* representan cantidades de los dos conjuntos y *k* es la constante de proporcionalidad. Por ejemplo, $y = 3.14x$; $y = 0.2x$; $y = 5x$.

BLOQUE 3

Secuencia 7 / lección 60

Agrupando datos I

CONTENIDO

Búsqueda, organización y presentación de información en histogramas o en gráficas poligonales (de series de tiempo o de frecuencia) según el caso y análisis de la información que proporcionan

Has estudiado diferentes gráficas de datos estadísticos, como las de barras y las circulares. En esta secuencia conocerás los polígonos de frecuencias y los histogramas, y seguirás desarrollando tu habilidad para construir e interpretar gráficas.

Una pista

Si una estatura es un poco mayor que el límite superior de un intervalo, pero un poco menor que el límite inferior del siguiente, ubícala en el intervalo del que esté más cerca. Si está a la mitad, ponla en el intervalo más alto.

1. Trabaja en grupo. Midan sus estaturas y completen la tabla. Si es necesario, agreguen intervalos.

Intervalo de estatura (m)	Frecuencia
De 1.30 a 1.39	R. P.
De 1.40 a 1.49	
De 1.50 a 1.59	
De 1.60 a 1.69	

Observa que los datos se han agrupado: en lugar de escribir las estaturas una a una (1.30, 1.31, 1.32, 1.33, etc.) se han definido **intervalos**. La tabla muestra cuatro; en el primero, 1.30 es el **límite inferior** y 1.39, el **límite superior**.

2. Contesta las preguntas con base en la tabla del ejercicio 1.

a) ¿Cuál es el límite inferior del tercer intervalo? 1.50 ¿Y el superior? 1.59

b) Si alguien mide 1.60 m, ¿en qué intervalo queda? En el 4°

c) Calcula la sustracción: límite inferior del segundo intervalo menos límite inferior del primer intervalo. 1.40 − 1.30 = 0.10

A la diferencia que acabas de calcular se le llama **amplitud de intervalo**.
La amplitud de intervalo es la diferencia entre dos límites inferiores consecutivos.

d) ¿Los cuatro intervalos de la tabla tienen la misma amplitud? Sí.

3. Trabaja en grupo. Midan la longitud de un zapato de cada compañero, y registren los datos en una tabla. Si es necesario agreguen intervalos.
Después, respondan las preguntas.

Intervalo de la medida del zapato (cm)	Frecuencia
De 20.6 a 22.5	R. P.
De 22.6 a 24.5	
De 24.6 a 26.5	
De 26.6 a 28.5	
De 28.6 a 30.5	

a) ¿Cuántos intervalos tiene la tabla? Cinco.

b) ¿Cuál es el límite inferior del cuarto intervalo? 26.6

c) ¿Cuál es el límite superior del segundo? 24.5

d) ¿Cuál es la amplitud de los intervalos? 2.0

e) ¿A quién podría servirle esta información? A una zapatería o a una fábrica de zapatos.

4. Trabaja con un compañero. De acuerdo con la información de la tabla, contesten las preguntas. Si consideran que una pregunta no se puede responder expliquen por qué y márquenla con un ✗.

validar

Intervalo de estatura (cm)	Frecuencia
De 130 a 139	3
De 140 a 149	9
De 150 a 159	8
De 160 a 169	5
De 170 a 179	1

a) ¿Cuánto mide el alumno más alto? ✗

b) ¿Y el más bajo? ✗

c) ¿En qué intervalo están las estaturas mayores? 170 a 179

d) ¿En cuál cae la mayoría de las estaturas? 140 a 149

e) ¿Cuántos alumnos miden 1.65 cm de estatura? ✗

5. ¿Cómo harían una gráfica que relacione los intervalos con sus frecuencias? Hagan una propuesta en su cuaderno.

comunicar

✸ Lleven a cabo, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Revisen sus respuestas de las actividades 3 y 4. Observen que, en ambos casos, no es posible conocer el dato más grande ni el más pequeño.

b) Comenten sus propuestas para graficar la tabla.

BLOQUE 3

Secuencia 7 / lección 61

Agrupando datos II

CONTENIDO

Búsqueda, organización y presentación de información en histogramas o en gráficas poligonales (de series de tiempo o de frecuencia) según el caso y análisis de la información que proporcionan

1. En la lección anterior trabajaste con los datos siguientes.

Intervalo de estatura (cm)	Frecuencia
De 130 a 139	3
De 140 a 149	9
De 150 a 159	8
De 160 a 169	5
De 170 a 179	1

a) Lee la información.

El punto medio de cada intervalo se calcula sumando los límites superior e inferior y dividiendo el resultado entre dos.

técnicas

b) Completa la tabla.

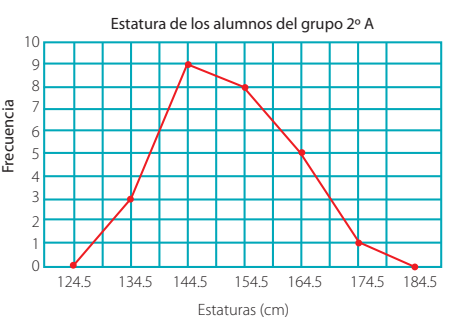
Intervalo de estatura (cm)	Punto medio	Frecuencia
De 130 a 139	134.5	3
De 140 a 149	144.5	9
De 150 a 159	154.5	8
De 160 a 169	164.5	5
De 170 a 179	174.5	1

Reflexionamos

En la lección anterior aprendiste que la amplitud de intervalo se calcula obteniendo la diferencia entre los límites inferiores de dos intervalos consecutivos. Si no conocieras los límites de los intervalos pero sí los puntos medios, ¿podrías calcular la amplitud del intervalo? ¿Cómo? Verifica tu hipótesis con los puntos medios que calculaste en la tabla.

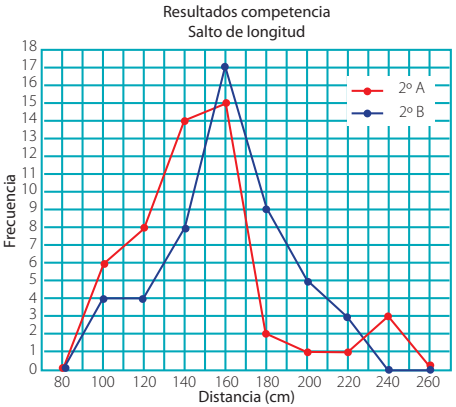
validar

c) Con los puntos medios y las frecuencias se hizo la siguiente gráfica. Verifica que los puntos medios (que están en el eje de las abscisas) coincidan con los que calculaste.



2. Elabora, en tu cuaderno, un polígono de frecuencias con los datos de las tablas de estaturas y longitud de un pie, del inicio de la lección anterior.

3. Hubo una competencia de salto de longitud entre los alumnos de 2º A y 2º B de una escuela. Los resultados se muestran en la gráfica de la derecha.


Resultados competencia
Salto de longitud
Frecuencia
Distancia (cm)
2º A
2º B
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
80 100 120 140 160 180 200 220 240 260

Los datos se trabajaron agrupados y, por tanto, los números 100, 120, 140, etc., son los puntos medios de los intervalos.

a) ¿Cuál es la amplitud de los intervalos? 20

b) ¿Cuántos alumnos de 2º A participaron? 50 ¿Y de 2º B? 50

c) ¿Cuántos alumnos de 2º B lograron un salto entre 190 cm y 210 cm? 5

d) ¿Qué grupo logró el salto de mayor longitud? 2º A

e) ¿Cuántos alumnos lo lograron? 3

f) ¿Qué grupo tuvo un mejor desempeño? 2º B ¿Por qué? R. P.

conect@mos

Descarga la actividad de gráficas poligonales en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-155

Haz la actividad y contesta las preguntas. Al finalizar, redacten grupalmente las instrucciones para construir gráficas poligonales con la hoja de cálculo.

Una gráfica como la anterior se llama **polígono de frecuencias**.

- Se elabora con dos ejes perpendiculares: en el de las abscisas (horizontal) se ponen los puntos medios de los intervalos y en el de las ordenadas (vertical), las frecuencias.
- Se localizan los puntos que tienen como coordenadas el punto medio de cada intervalo (abscisa) y su frecuencia respectiva (ordenada).
- Se agregan dos coordenadas formadas por un punto medio anterior al primero y con frecuencia 0; y otro posterior al último con frecuencia 0. En el ejemplo de las estaturas fueron (124.5,0) y (184.5,0).
- Se unen los puntos con segmentos.

✸ Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Organicen una competencia de salto de longitud.

a) Registren los resultados y agrúpenlos en una tabla. Determinen sus intervalos y su amplitud; no olviden calcular los puntos medios.

b) Tracen el polígono de frecuencias.

c) Si hubieran competido contra los grupos del ejercicio 3, ¿quién habría ganado?

BLOQUE 3

Secuencia 7 / lección 62

Otra manera de graficar datos agrupados

CONTENIDO

Búsqueda, organización y presentación de información en histogramas o en gráficas poligonales (de series de tiempo o de frecuencia) según el caso y análisis de la información que proporcionan

1. Una vez más trabajarás con los datos de esta tabla.

Intervalo de estatura (cm)	Frecuencia
De 130 a 139	3
De 140 a 149	9
De 150 a 159	8
De 160 a 169	5
De 170 a 179	1

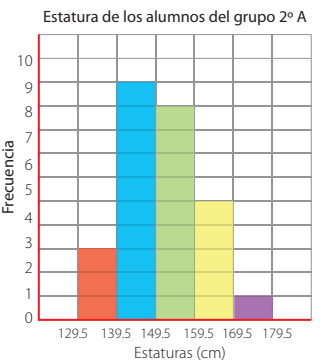
conect@mos

Observa ejemplos de polígonos de frecuencias en…

http://www.e-sm.com.mx/SCM2A-156

Lee la información y pulsa el botón EJEMPLO para construir polígonos de frecuencia. Explica, en tu cuaderno, cómo se construyen este tipo de gráficas.

A continuación hay un polígono de frecuencias y un histograma. Ambas gráficas representan los mismos datos. Con base en ellas, responde las preguntas.



comunicar

a) ¿En qué se parecen? R. P.

b) ¿En qué son diferentes? R. P.

c) ¿Qué dato se anota en el eje horizontal del polígono de frecuencias? El punto medio de cada intervalo.

d) ¿Y en el del histograma? Los extremos de los intervalos.

Una pista

Relaciona estos datos con los límites de los intervalos de la tabla.

- Compara las respuestas con las de tus compañeros. Establezcan semejanzas y diferencias entre histogramas y polígonos de frecuencias; incluyan las ventajas y desventajas entre usar una u otra gráfica. Después, lean lo siguiente.

Un histograma es muy parecido a una gráfica de barras pero, a diferencia de esta, no se debe dejar espacio entre las barras. Observa que…

- en el eje vertical se anotan las frecuencias,
- en el eje horizontal se anotan las fronteras de intervalo, que son los puntos medios entre los límites superiores de un intervalo y los inferiores del siguiente. Ejemplo, para la tercera frontera es

$$\frac{149 + 150}{2} = 149.5$$

- se dibujan barras cuya base es la distancia entre dos fronteras y su altura, la frecuencia.

2. La siguiente tabla corresponde al tiempo, en minutos, que le tomó a unas personas correr 1 km. Elabora en tu cuaderno un polígono de frecuencias y un histograma con esos datos.

Tiempo (minutos)	Frecuencia
De 1 a 3	0
De 4 a 6	3
De 7 a 9	6
De 10 a 12	6
De 13 a 15	10

conect@mos

Aprende más sobre histogramas en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-157

Lee la información y contesta las preguntas. Explica, en tu cuaderno, cómo se construye un histograma.

- Trabaja en grupo. Registren el tiempo que cada uno tarda en correr 1 km (puede ser en la escuela o en casa, como tarea). Decidan cómo agrupar los datos y elaboren un histograma. Sobre este, tracen el polígono de frecuencias correspondiente.

3. Lleva a cabo, en equipo, lo siguiente.

a) Elijan un tema para investigar.
b) Diseñen un cuestionario de opción múltiple (máximo de cinco preguntas).
c) Revisen, con el profesor, que las preguntas sean claras y precisas.
d) Determinen a cuántas personas aplicarán el cuestionario.
e) Aplíquenlo.
f) Organicen la información y decidan cómo presentarla. Incluyan tablas y gráficas.
g) Inventen tres preguntas que puedan responderse a partir de los datos de su gráfica.

Reflexionamos

¿Qué información puedes obtener del histograma? ¿Puedes saber cuánto tiempo tardó cada persona?, ¿cuál fue el menor tiempo?, ¿cuál fue el mayor?, ¿cuántos tardaron entre siete y nueve minutos?

- Presenten la investigación al grupo. Expliquen por qué eligieron cierto tipo de gráfica para presentar su información (barras, histograma, circular, polígono de frecuencias). Pidan a sus compañeros que respondan las preguntas que inventaron en el inciso 3 g).

Las gráficas son representaciones visuales de información. Saber interpretarlas es una habilidad necesaria debido a la gran cantidad de datos que se presentan de esta manera en periódicos, revistas, programas de televisión, páginas de Internet, etc. Esto implica no sólo leer sus datos, sino inferir la información que no se dé directamente. También es fundamental preguntarse si la manera en que se recopilaron los datos es confiable.

BLOQUE 3

Secuencia 8 / lección 63

La media aritmética

CONTENIDO

Análisis de propiedades de la media y mediana

Se encuestó a 50 familias para determinar cuántos hijos suele haber por casa. Al promediar los resultados se encontró que hay 2.73 por familia. ¿Es posible este resultado? ¿Cómo se puede interpretar? En esta secuencia profundizarás tus conocimientos sobre promedios y cómo interpretarlos.

1. Carlos tiene diez paletas; Daniel, ocho; y Layla, seis. Éric no tiene paletas. Los cuatro han decidido juntar sus paletas y repartirlas equitativamente.

a) ¿Cuántas le corresponden a cada uno? 6

b) ¿Cómo lo averiguaste? R. T. Se suma el número de paletas y se divide entre 4.

2. La producción de Beatriz en el taller de collares varió mucho: el lunes hizo seis; el martes, ocho; el miércoles, diez; el jueves, seis; y el viernes, ninguno.

a) ¿Cuál es su media diaria de producción? 6

b) ¿Cómo la calculaste? R. T. Se suma el número de collares y se divide entre 5.

Convivimos

Es importante memorizar algunas técnicas matemáticas, pues ahorra tiempo y esfuerzo al enfrentarte a problemas donde se utilizan. Sin embargo, a veces la memoria falla. Por esta razón es bueno comprender cada paso de una técnica. Esto te permitirá reconstruirla en caso necesario.

✸ Compara las respuestas de los problemas 1 y 2 con las de tus compañeros. Comenten en qué se parecen y en qué son diferentes los problemas de las actividades 1 y 2.

3. El peso total de cinco personas en un elevador es 300 kg.

a) Si todas las personas pesaran lo mismo, ¿cuál sería el peso de cada una? Es decir, ¿cuál es la media aritmética de los pesos de las personas? 60 kg

b) Naturalmente, las personas no pesan lo mismo. Escribe tres posibles combinaciones para el peso de cada una. Recuerda que la suma de los pesos de las personas debe dar siempre 300 kg.

R. T.

Persona 1		Persona 2		Persona 3		Persona 4		Persona 5		Peso total
57 kg	+	65 kg	+	58 kg	+	52 kg	+	68 kg	=	300 kg
61 kg	+	75 kg	+	50 kg	+	53 kg	+	61 kg	=	300 kg
57 kg	+	51 kg	+	69 kg	+	63 kg	+	60 kg	=	300 kg

4. La media del peso de seis personas en un elevador es 70 kg.

comunicar

a) ¿Cuánto pesan las seis personas juntas? 420 kg

b) Si una de las personas pesa 75 kg, ¿es posible calcular algún otro peso? Justifica tu respuesta. R. T. No es posible, ese dato únicamente nos dice que las demás personas juntas pesan 345 kg.

c) ¿Es posible que la persona de 75 kg sea la menos pesada? Justifica tu respuesta.

R. T. No. Si cada una de las seis personas pesara más de 75 kg, el promedio sería mayor a 70 kg.

Ya sabemos...

Por costumbre, se le dice peso a lo que realmente es la "masa" de una persona (la cantidad de materia se mide en kilogramos).

El kilogramo es la única unidad básica del Sistema Internacional de Unidades que emplea un prefijo (kilo).

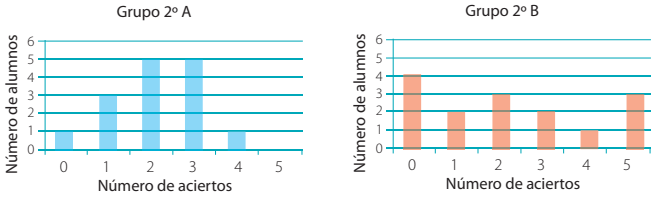
- A partir de las actividades 3 y 4, comenta con tus compañeros qué datos de un conjunto pueden obtenerse a partir del promedio y cuáles no.

5. Se investigarán las características y los gustos de un grupo de alumnos. Anota Sí o No en las características que será posible calcular la media aritmética. En las que no se pueda, explica por qué en tu cuaderno.

Característica a investigar	¿Es posible calcular la media de los datos que se obtengan?
Edad	Sí
Sexo	No
Número de hermanos	Sí
Materia preferida	No
Tipo de música preferida	No

6. En un concurso de aritmética se les aplicó a dos grupos cinco problemas. Los resultados están en las gráficas de barras. ¿A qué grupo le darías el premio? ¿Por qué? Contesta en tu cuaderno. R. P.

validar



- Compara los resultados con los de tus compañeros. Juntos, escriban en el cuaderno ejemplos de datos de los que es posible obtener la media aritmética, y ejemplos de los que no.

BLOQUE 3

Secuencia 8 / lección 64

¿La media es de 2.73 niños en edad escolar?

CONTENIDO Análisis de propiedades de la media y mediana

1. Don Luis, antes de inaugurar la primera tienda de abarrotes que habrá en una unidad habitacional de 500 familias, contrató a varias personas para que hicieran una encuesta sobre el consumo semanal de las familias. Los encuestadores le entregaron los datos ya procesados. En la tabla se muestran tres.

Consumo medio semanal	
Leche	4.2 litros por familia
Huevo	16.8 piezas por familia
Cereal	0.70 cajas por familia

a) ¿Para qué piensas que le pueden servir estos datos a don Luis? R. P.

b) Anota la cantidad que debe comprar don Luis semanalmente para satisfacer las necesidades de las familias.

Compra de la semana	
Leche	2100 litros
Huevo	8400 piezas
Cereal	350 cajas

2. En un periódico aparece la siguiente información.

La media del número de niños en edad escolar en la ciudad es de 2.73 niños por familia.

Una pista

Por ejemplo, en esa ciudad puede haber 3 000 familias y 8 190 niños en edad escolar.

a) Propón tres posibles opciones de cantidades de niños y de familias que correspondan a esa media. Considera cantidades de entre 1 000 y 10 000 familias, y anótalas en la tabla.

	Primera opción	Segunda opción	Tercera opción
Número de familias	1000	3100	3663
Número de niños en edad escolar	2730	8463	10000

comunicar

b) Explica por qué, al calcular una media, pueden obtenerse cantidades aparentemente absurdas, como "2.73 niños". R. P.

- Compara tus resultados con los de tus compañeros. Lean y comenten, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

En muchas situaciones, el valor de la media no tiene un significado literal; por ejemplo, la media de 2.73 niños por familia no significa, naturalmente, que haya familias con fracciones de niño. Significa que, por ejemplo, por cada 100 familias hay, en promedio, 273 niños en edad escolar; o bien, 2 730 niños por cada 1 000 familias, etcétera.

3. Nueve personas pesaron el mismo objeto y registraron, en gramos, los siguientes resultados.

8.1 8.1 8.2 8.3 8.4 8.5 8.6 8.7 28.9

a) ¿Qué medida te parece más próxima al peso del objeto? R. P.

b) ¿Por qué? R. P.

c) ¿Cuál es la media aritmética? 10.644

d) Observa que el último dato es muy diferente a los demás. ¿Cuál es la media aritmética si se omite? 8.3625

e) ¿Cuál de los dos valores de media aritmética consideras que representa mejor el peso del objeto? R. P.

4. Las calificaciones de un alumno en cuatro exámenes fueron 0, 0, 6 y 10.

a) ¿Cuál es su media? 4

b) Si se quitaran los ceros, ¿cuál sería la media de las otras dos calificaciones? 8

c) ¿El valor del inciso b) es representativo del desempeño del alumno? No

d) ¿Por qué? R. T. Ese promedio sólo considera sus mejores calificaciones.

conect@mos

Integra tus conocimientos sobre la media aritmética en...

www.e-sm.com.mx/SCM2A-161

Sigue las instrucciones en pantalla y contesta las preguntas. Si tienes dudas, revisa los conceptos de esta secuencia.

5. Anota falso (F) o verdadero (V). Cuando sea falso, anota un ejemplo.

validar

	¿F o V?	Ejemplo
La media aritmética siempre es un valor comprendido entre el menor y el mayor de los datos.	V	R. P.
La media siempre es igual a alguno de los datos.	F	
La media se ve afectada por los valores extremos de los datos.	V	
La media es, en algunas ocasiones, un valor que no puede tomarse de manera literal, pues no tendría sentido.	V	
Al calcular la media de una lista de datos en la que algunos valores son nulos, no es necesario considerar estos.	F	

- Compara y comenta tus resultados con los de tus compañeros. A partir de ellos, escriban en sus cuadernos una lista de las propiedades de la media aritmética.

BLOQUE 3

Secuencia 8 / lección 65

El valor de en medio

CONTENIDO

Análisis de propiedades de la media y mediana

En contexto

Un analgésico es un medicamento que sirve para reducir o mitigar el dolor. Un antibiótico sirve para tratar las infecciones.

Ya sabemos...

La mediana es el valor del centro del conjunto de datos cuando están ordenados.

1. En un laboratorio médico se suministró un analgésico para el dolor de cabeza a once personas para registrar el tiempo que tardaba en hacer efecto. Los resultados, en minutos, fueron 9, 9, 10, 10, 10, 11, 12, 13, 13, 14 y 48.

   a) ¿Qué medida representa mejor estos datos: la media aritmética o la mediana? La mediana

   b) ¿Por qué? La media es afectada por el valor 48

2. Un grupo de quince alumnos resolvió 20 problemas aritméticos. El número de aciertos fue 0, 8, 9, 10, 12, 12, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 15, 15 y 16.

   a) ¿Elegirías la media aritmética o la mediana para determinar una cantidad de aciertos representativa del grupo? R. P. media = 12 mediana = 14

   b) ¿Por qué? R. P.

- Comenta las respuestas con tus compañeros. Traten de llegar a un acuerdo sobre cuál es la medida de tendencia central que representa mejor los datos; argumenten sus respuestas.

Cuando se tiene un conjunto de datos con un valor muy distante a los demás (como el caso del 48 en el ejemplo 1, y el 0, en el 2) la media aritmética se ve afectada. Por ello muchas veces no es una buena representante de un conjunto de datos. En estos casos la mediana representa mejor el conjunto.

3. Se investigará lo siguiente entre un grupo de personas. Anota ✔ en los datos de los que se podrá calcular la mediana. En los que no, explica en tu cuaderno por qué.

Dato	¿Es posible calcular la mediana?
Si fuman o no	
La inicial de su nombre	
Partido político favorito	
Tiempo que ven televisión en un día	✔
Número de hijos	✔

4. Se preguntó a 30 estudiantes el tiempo que pasan frente a la computadora en un día. El menor tiempo reportado fue de 0 h y el mayor, de 3.5 h.

   a) ¿Es posible que la mediana de los datos sea 4 h? No. Explica por qué. R. T. Porque está fuera del intervalo [0,3.5]

5. Se preguntó a un grupo de 100 personas el número de focos de sus casas. Responde en tu cuaderno.

a) ¿Es posible que la mediana de los datos recopilados sea 5.5 focos? Sí

b) Explica por qué sí o por qué no es posible ese resultado.

6. Anota falso (F) o verdadero (V). Cuando sea falso, escribe en tu cuaderno un ejemplo que lo demuestre. validar

	¿F o V?
La mediana siempre es un valor que está comprendido entre el dato menor y el mayor.	V
La mediana cambia mucho cuando un dato es muy diferente a los demás.	F
La mediana siempre es igual a uno de los datos del conjunto.	F
La mediana puede ser un valor que en la realidad no tiene sentido.	V
Es posible calcular la mediana de cualquier conjunto de datos.	F
Siempre hay tantos datos menores que la mediana como datos mayores que ella.	V

Ya sabemos...

Si el número de datos es par, la mediana se obtiene sumando y dividiendo entre dos los dos números centrales.

7. Anota un posible título para la tabla y las columnas. Calcula la mediana de los datos y explica cómo interpretarla. comunicar

R. P.	
0	3
1	3
2	5
3	1
4	0
5	0

Mediana: R. P.

Interpretación: _____

* Compara las respuestas con las de tus compañeros.

A partir de los resultados del ejercicio 6, escriban una lista de las propiedades de la mediana. Compárenla con la hecha sobre propiedades de la media aritmética, y elaboren una tabla con las semejanzas y diferencias entre ambas.

8. Trabaja en equipo. Organicen una investigación sencilla donde sea posible calcular alguna medida de tendencia central (media, mediana o moda) mediante una encuesta.

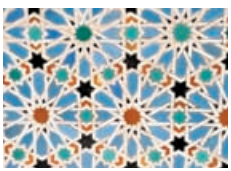
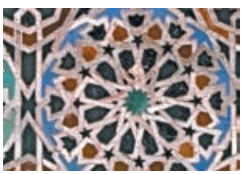
a) Determinen qué investigar y formulen una pregunta adecuada.

b) Pregunten a 30 personas.

c) Presenten sus resultados en tablas o gráficas e indiquen la medida de tendencia central que eligieron para representarlos. Indiquen cómo se interpreta y por qué la escogieron.

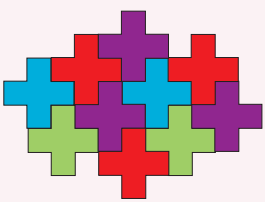
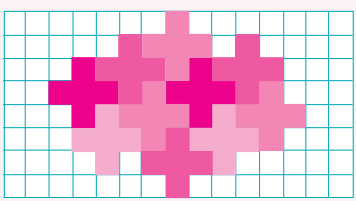
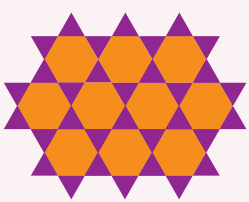
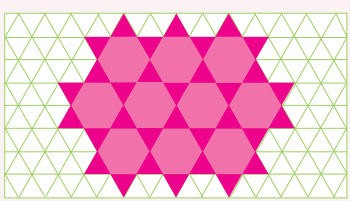
Los mosaicos

Probablemente has observado, en tu casa o en la calle, losetas o mosaicos formados por figuras geométricas. Además de ser bellos y simétricos, embonan muy bien.

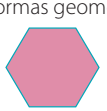



Estos diseños se llaman teselados. Son figuras geométricas que por sí mismas o en combinación cubren una superficie plana sin dejar huecos ni superponerse.

Reproduce en el recuadro de la derecha los siguientes teselados.

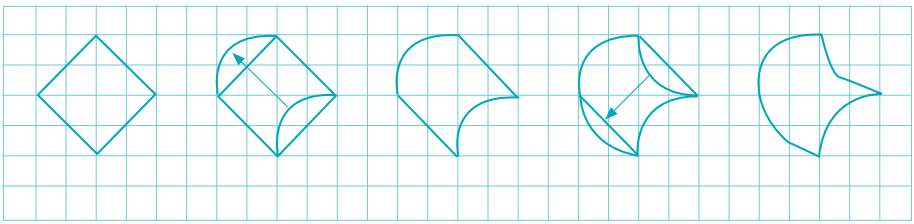





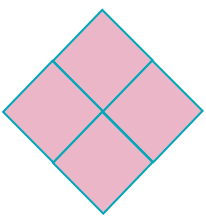
Un fabricante de mosaicos hace diseños basándose en tres formas geométricas.

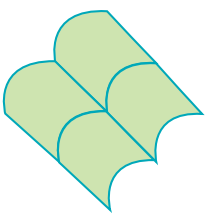


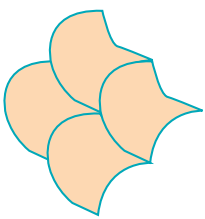
¿Qué forma debe escoger si el cliente quiere solo un tipo de figura? Justifica tu respuesta. Hexágono regular porque no deja huecos.

Un teselado puede obtenerse al hacer variaciones sobre un diseño básico simple, como se aprecia en el ejemplo.









Diseña un teselado.

R. P.

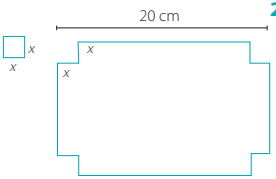
Las civilizaciones antiguas utilizaban, cerca del año 400 a. n. e., mosaicos para la construcción de sus casas y sus templos. La palabra teselado proviene de *tessellae*, que era el nombre que los romanos daban a los pequeños azulejos del pavimento.

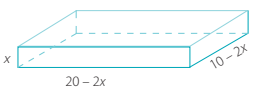
Selecciona la opción correcta. Al finalizar la evaluación, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

1. Marco ahorró $500.00 en enero y $300.00 en febrero; en marzo duplicó sus ahorros y en abril ahorró $1 000.00 ¿Qué expresión representa el ahorro de Marco?

a) $500 + 300(2) + 1\,000$
b) $500 + 300 + 600 + 1\,000$
c) $(1\,000 + 300 + 500)2$
d) $1\,000 + 2(300 + 500)$

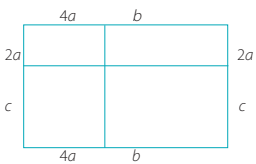
2. De un cartón de 10 × 20 cm se cortaron cuatro cuadrados de x cm por lado en las esquinas. Después se dobló el cartón para formar una caja sin tapa. ¿Cuál es el volumen de esta?





a) $x^3 + 20x^2 + 200x$
b) $4x^3 - 60x^2 + 200x$
c) $x^3 + 20x^2 + 200$
d) $4x^3 + 20x^2 + 200x$

3. ¿Cuál es el área de la figura?



a) $12a^2 + 2b^2 + 2c^2$
b) $8a^2 + 4ac + 2ab + bc$
c) $6a^2 + 5ac + 3ab + 2bc$
d) $12a^2 + 10ac + 10ab + bc$

4. Los ángulos internos de un polígono suman 3 600°. ¿Cuántos lados tiene?

a) 10
b) 12
c) 20
d) 22

5. Una tienda vende azulejos para baño con formas de polígonos regulares. ¿Cuáles sirven para cubrir paredes planas sin encimarse ni dejar huecos?

a) Todos.
b) Todos menos el hexágono.
c) Todos menos el pentágono.
d) Solo el cuadrado.

6. ¿Cuánta agua le cabe a una pileta de 1.5 m de ancho, 2 m de largo y 0.5 m de fondo?

a) 15 000 ℓ
b) 1 500 ℓ
c) 150 ℓ
d) 15 ℓ

7. Un envase cúbico cuya arista mide 10 cm tiene 1 ℓ de capacidad. ¿Cuál es la capacidad de un envase con la misma forma pero cuya arista mide 1 m?

a) 1 000 ℓ
b) 10 ℓ
c) 0.1 ℓ
d) 0.001 ℓ

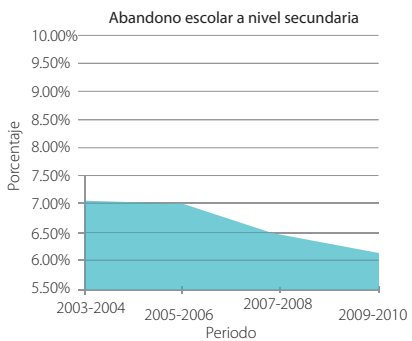
8. Las monedas denominadas "plata de ley 0.999" son hechas con una aleación de plata (Ag) y cobre (Cu). En la tabla se observa la cantidad de cada metal en tres monedas de diferente tamaño.

	Diámetro	Cobre (Cu)	Plata (Ag)
Moneda 1	110 mm	50 g	950 g
Moneda 2	65 mm	7.1 g	134.9 g
Moneda 3	48 mm	2.8 g	53.2 g

¿Qué expresión relaciona las cantidades de plata con las de cobre?

a) $Ag = 19Cu$ b) $Ag = \frac{1}{19}Cu$ c) $Ag = Cu + 900$ d) $Ag = Cu - 900$

9. La gráfica muestra el porcentaje de alumnos en una comunidad que abandonó la escuela secundaria antes de terminar sus estudios. ¿Qué lectura de la gráfica es incorrecta?



a) El abandono escolar ha disminuido en los últimos años.

b) El mayor porcentaje de abandono se alcanzó entre 2003 y 2004.

c) En el periodo 2005-2006 abandonaron más de 700 alumnos.

d) En el periodo 2009-2010 abandonó menos de la décima parte.

10. En una empresa pequeña hay un gerente, tres vendedores, dos repartidores y un asistente con los siguientes salarios.

Puesto	Gerente	Vendedor	Repartidor	Asistente
Salario mensual	$19 000.00	$5 000.00	$4 000.00	$3 500.00

¿Qué medida de tendencia central representa mejor el salario de los trabajadores, y cuál es su valor?

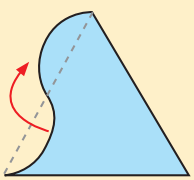
a) La media, que es $7 875.00
b) La media, que es $6 500.00
c) La mediana, que es $5 000.00
d) La mediana, que es $4 500.00

Diseño de teselados

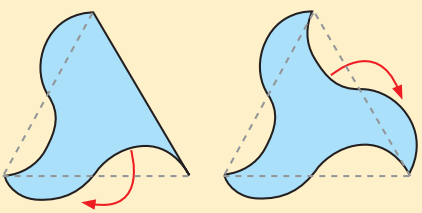
Un teselado es una agrupación de figuras que cubre totalmente una superficie sin que unas piezas se encimen en otras. Las figuras que lo forman se llaman teselas.
A partir de teselas sencillas (cuadradas, triangulares, rectangulares, etcétera) podemos construir otras más complejas.

Por ejemplo, a partir de un triángulo equilátero…

recortamos un trozo en la mitad de un lado y, tras girarlo 180°, lo añadimos a la otra mitad;

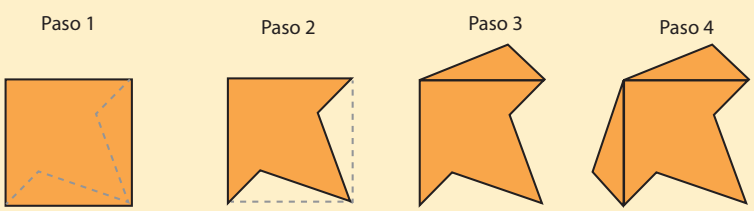


repetimos el proceso en los otros lados.



Obtenemos una nueva tesela llamada "pajarito nazarí".

Pregunta 1. Haz, en una hoja de papel, cinco copias del pajarito nazarí. Recórtalas y comprueba que cubran el plano sin encimarse.
Pregunta 2. Redacta las instrucciones para obtener una tesela a partir de un cuadrado.



Obtenemos una nueva tesela llamada "avión".

Pregunta 3. ¿Cuánto miden los ángulos de la tesela original (cuadrado)?
Pregunta 4. ¿Y los de la tesela resultante (avión)?
Pregunta 5. Haz, en una hoja de papel, cinco copias del avión. Recórtalas y comprueba que cubran el plano sin encimarse.
Pregunta 6. Diseña una tesela a partir de un hexágono regular y redacta las instrucciones para construirla.
Pregunta 7. ¿Qué polígono regular no sirve como tesela?
a) Hexágono b) Pentágono c) Cuadrado d) Triángulo equilátero
Pregunta 8. Explica qué características debe tener un polígono regular para formar un teselado.

Y para terminar...

Adivina la edad de las personas

1. Dale las siguientes instrucciones a un compañero.

Piensa en tu edad,
multiplícala por 2,
suma 5 al resultado,
multiplica por 5 el resultado.
Ahora resta 15 y dime cuánto obtienes.

Resta 10 al resultado que te diga y divídelo entre 10. Obtendrás la edad de tu compañero.

2. Juega con varias personas. Comprueba que, si hacen bien las operaciones, el método nunca falla.

3. Analiza cómo funciona el juego. Llama *x* a la edad de la persona.

Piensa en tu edad:	x
Multiplícala por 2:	$2x$
Suma 5 al resultado:	$2x + 5$
Multiplica por 5 el resultado:	$5(2x + 5) = 10x + 25$
Resta 15 al resultado:	$10x + 25 - 15 = 10x + 10$

4. ¿Por qué se debe restar 10 y dividir entre 10 para saber la edad de la persona?

R. T. Para despejar x.

Un juego con dados

5. Pide a un compañero que lance dos dados; no veas qué cae. Adivina sus números haciendo que siga las siguientes instrucciones.

Multiplica por 2 uno de los números.
Súmale 1.
Multiplícalo por 5.
Réstale 5.
Súmale el otro número y dime el resultado.

El resultado que te dé tendrá dos cifras; estas corresponden a los números que cayeron. Por ejemplo, si te dice 43, cayó un 3 y un 4.

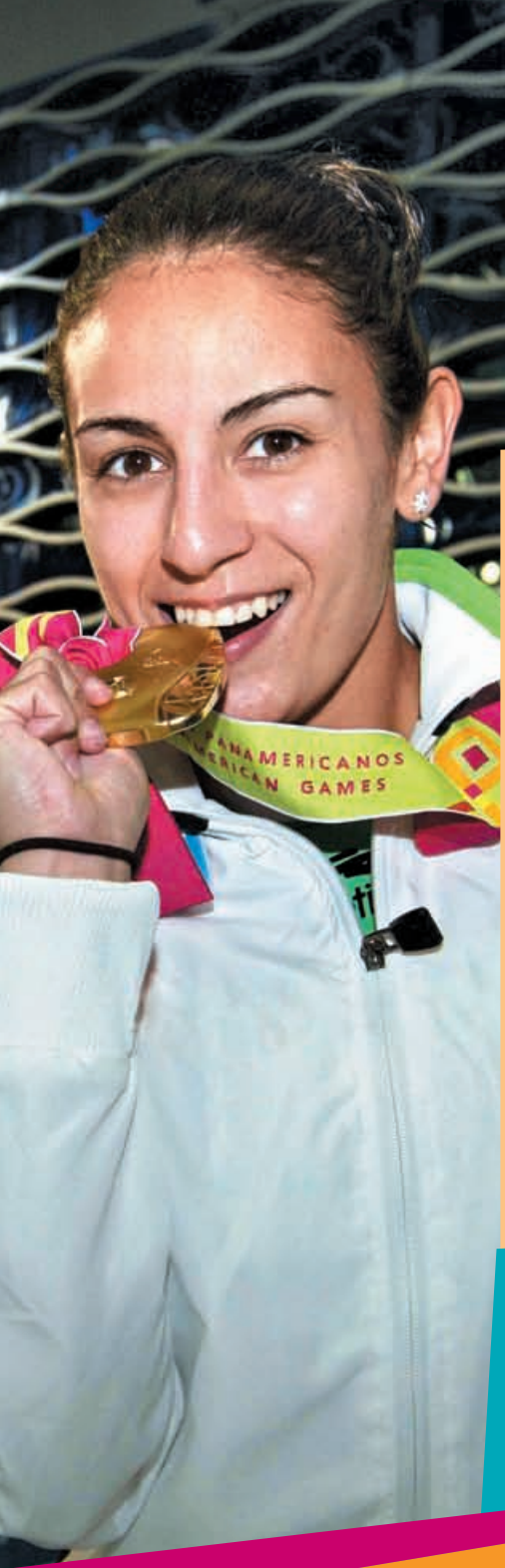
6. Analiza en tu cuaderno cómo funciona el juego.

$(2x + 1)\ 5 - 5 + y = 10x + y$
x = decenas
y = unidades

BLOQUE 4

Aprendizajes esperados

- ✓ Representa sucesiones de números enteros a partir de una regla dada y viceversa.
- ✓ Resuelve problemas que impliquen el uso de ecuaciones de la forma: $ax + b = cx + d$, donde los coeficientes son números enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos.
- ✓ Identifica, interpreta y expresa relaciones de proporcionalidad directa o inversa, algebraicamente o mediante tablas y gráficas.
- ✓ Resuelve problemas que implican calcular, interpretar y explicitar las propiedades de la media y la mediana.



Un poquito más

Paola Espinosa es considerada una de las mejores clavadistas en la historia de México. En 2010, fue abanderada de la delegación mexicana para los Juegos Olímpicos de Pekín, y en 2011 encendió el pebetero de los XVI Juegos Panamericanos, en Guadalajara. En esta prueba, ella y Tatiana Ortíz ganaron la medalla de oro en clavados sincronizados plataforma de 10 m.

Los deportistas profesionales entrenan muchas horas al día, asesorados siempre por médicos especialistas del deporte. Para las personas que no están acostumbradas al ejercicio es importante empezar con entrenamientos ligeros e ir intensificándolos gradualmente para no forzar al organismo.

1. Una persona decide entrenar 30 min el primer día y aumentar 5 min diario. ¿Cuánto tiempo entrenará el quinto día?
2. ¿Cuántos días pasarán para que lo haga $2\frac{1}{2}$ h diarias?
3. Diseña un plan de entrenamiento en el que cada semana se incremente el tiempo de entrenamiento 10 min. Escribe una expresión algebraica que relacione el número de semana con el tiempo entrenado.
4. Anota otras cantidades que aumenten de forma progresiva en la vida diaria; compáralas con las de tus compañeros.

Puedes consultar la rutina de entrenamiento de Paola Espinosa en www.e-sm.com.mx/SCM2A-171

En la vida diaria hay muchas cantidades que varían: el dinero en una cuenta de ahorro, el peso de una persona, el precio de algún producto o servicio, etcétera. Entender cómo cambian estas cantidades y hacer cálculos con ellas permite planear a futuro.

En este bloque trabajarás con problemas de cantidades que varían y aprenderás a resolverlos mediante herramientas algebraicas.

BLOQUE 4

Secuencia 1 / lección 66

Otras formas de contar

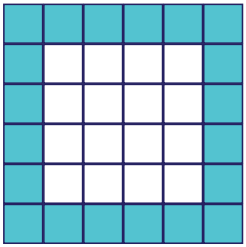
CONTENIDO

Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen. Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética de números enteros

¿Sabías que en una sucesión de números, como 5, 8, 11, 14..., es posible identificar rápidamente qué número va en la posición 500? Hay que establecer cómo aumenta o disminuye la sucesión y expresarlo con una regla general.

resolver

1. Contesta las preguntas con base en el cuadrado de 6 × 6.



a) ¿Cuántos cuadros pequeños tiene el borde de la figura? 20

b) ¿Cuántos habrá en el borde de un cuadrado de 10 cuadros pequeños de lado? 36

c) ¿Y en el de uno de 43? 168

d) ¿Cuántos tendrá en el borde un cuadrado con 75 cuadros pequeños de lado? 296

Convivimos

Ante un problema muy difícil, una estrategia útil es simplificarlo. Por ejemplo, trata de resolver el mismo problema con cantidades menores.

2. Lleva a cabo, en equipo, lo siguiente.

a) Analicen el procedimiento que utilizaron para determinar cuántos cuadros pequeños hay en el borde de los cuadrados de 10 y 75 cuadros pequeños de lado.

b) Redacten un procedimiento que se aplique a otros cuadrados con distinto número de cuadros pequeños de lado y explíquenlo al grupo.

R. T. Se multiplica por 4 el número de cuadros por lado y se resta 4.

✹ Hagan, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Anoten en el pizarrón los procedimientos que redactaron en la actividad anterior.

b) Eliminen los procedimientos que consideren incorrectos.

c) Agrupen los que consideren correctos, aunque sean diferentes.

d) Construyan, por equipo, una expresión algebraica, o regla general, que describa el procedimiento que prefieran.

Anoten la expresión algebraica: R. P.

e) Anoten, en el pizarrón, sus expresiones algebraicas.

f) Analícenlas y eliminen las incorrectas.

g) Escriban dos expresiones algebraicas con las que se obtenga el mismo resultado.

R. P. _____ _____

3. Calcula, con una de las expresiones algebraicas anteriores, el número de cuadros pequeños que hay en el borde de los siguientes cuadrados.

técnicas

a) Un cuadrado de 13 cuadros de lado: 48

b) Un cuadrado de 45 cuadros de lado: 176

c) Un cuadrado de 79 cuadros de lado: 312

d) Un cuadrado de 87 cuadros de lado: 344

✸ Con tus compañeros y con ayuda de su profesor, analicen los resultados obtenidos, verifiquen que las reglas utilizadas funcionan para cualquier cuadrado, identifiquen los errores y corrijan.

4. En un grupo, los alumnos encontraron las siguientes expresiones algebraicas para calcular el número de cuadros pequeños del borde de un cuadrado de *n* cuadros pequeños de lado. Analízalas en equipo. Indiquen con una palomita las correctas.

a) $4(n - 1)$ ✔

b) $2n + 2(n - 2)$ ✔

c) $4n - 1$ ☐

d) $4n - 4$ ✔

5. Trabaja en equipo, resuelvan los problemas.

a) ¿Cuántos cuadros pequeños hay en el borde de un cuadrado de 100 cuadros pequeños de lado? 396

b) Un cuadrado tiene 280 cuadros pequeños en el borde. ¿Cuántos tiene de lado? 71

c) ¿Es posible que un cuadrado tenga 14 cuadros pequeños en el borde? No.
Explica en tu cuaderno por qué.

✸ Con tus compañeros, y con ayuda de su profesor, analicen los procedimientos y las respuestas de los problemas, identifiquen los errores y corrijan. Determinen la regla general de la sucesión que se presenta en la introducción.

BLOQUE 4

Secuencia 1 / lección 67

Sucesiones y reglas generales

CONTENIDO

Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen. Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética de números enteros

1. Analiza, en equipo, la sucesión. Anoten lo que falta.

resolver

posición 1	posición 2	posición 3	…	posición 30	…	posición 100	…	120	…	posición *n*
4	7	10		91		301		361		3*n* + 1

- Comparen, con ayuda del profesor, los resultados de la actividad anterior con los de sus compañeros. Analicen la siguiente información y vean si coincide con lo que pensaron al resolverla.

Las sucesiones que se estudian en esta secuencia tienen un término inicial y crecen o decrecen de manera regular. Por ejemplo, en la sucesión anterior, el término inicial es 4 y, a partir de este, la sucesión aumenta de 3 en 3. Esta regularidad se puede expresar con la regla general 3*n* + 1, donde *n* representa el número de la posición.

2. Verifica que con la regla general anterior se pueda encontrar cualquier término de la sucesión, sustituyendo *n* por el número que indica la posición.

a) término 1: 3(1) + 1 = 4

b) término 2: 3(2) + 1 = 7

c) término 3: 3(3) + 1 = 10

d) término 30: 3(30) + 1 = 91

e) término 100: 3(100) + 1 = 301

f) término 120 : 3(120) + 1 = 361

3. La regla general de otra sucesión es 3*n* – 10. Contesten con base en esto.

a) ¿Cuál es el primer término de la sucesión? –7

b) ¿Y el décimo? 20

c) ¿Qué posición de término ocupa el número 140? 50

d) ¿El número 232 corresponde a esta sucesión? No.

¿Qué posición le corresponde? Ninguno.

✹ Comparen, con ayuda del profesor, las respuestas de las actividades 2 y 3 con las de sus compañeros. Si hay diferencias, analicen los errores y corrijan lo que sea necesario.

4. Trabaja en equipo. Relacionen las columnas para identificar la regla general de cada sucesión.

resolver

a) $2n - 6$	c 1, 3, 5, 7…
b) $2n$	a −4, −2, 0, 2…
c) $2n - 1$	e −4, 1, 6, 11…
d) $n - 15$	b 2, 4, 6, 8…
e) $5n - 9$	d −14, −13, −12, −11…

5. Una sucesión de las anteriores corresponde a los números pares. Identifícala y haz lo que se indica.

a) Anota los primeros cinco términos. 2, 4, 6, 8, 10

b) Anota la regla general de los números pares y explica por qué, a partir de esta, se puede asegurar que cualquier número par es múltiplo de dos? R. P.

c) ¿Cuál es la regla general de los múltiplos de 5? $5n$

d) ¿Y la de los múltiplos de 5 más 1? $5n + 1$

6. Dada la sucesión 1, −1, −3, −5…

técnicas

a) Encuentra la regla general. $3 - 2n$

b) Encuentra el término de la posición 56. −109

✹ Compara, con ayuda del profesor, los resultados de las actividades 4, 5 y 6 con los de tus compañeros. Si hay diferencias, averigüen quién tiene razón.

7. Lleva a cabo, con un compañero, lo siguiente.

a) Cada uno invente una regla general.

b) Escriban los primeros cuatro términos de la sucesión.

c) Intercambien las sucesiones y encuentren la regla general correspondiente.

d) Revisen si las reglas generales propuestas son iguales o equivalentes a las que plantearon al inicio.

BLOQUE 4

Secuencia 1 / lección 68

Crecientes o decrecientes

CONTENIDO

Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen. Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética de números enteros

1. Formen equipos y resuelvan lo siguiente.

a) Un reloj se atrasa 3 segundos cada hora, mientras que otro reloj se adelanta 3 segundos cada hora. Anoten en las tablas los números que corresponden a los espacios vacíos y contesten las preguntas. Consideren que los segundos de atraso se representan con números negativos y los de adelanto, con positivos.

Horas transcurridas	Segundos de adelanto
1	3
2	6
5	15
9	27
20	60
50	150
100	300
130	390
200	600
1 000	3000
n	$3n$

Horas transcurridas	Segundos de atraso
1	–3
2	–6
7	–21
11	–33
18	–54
46	–138
90	–270
110	–330
400	–1200
1 000	–3000
n	$-3n$

conect@mos

Descarga la actividad de sucesiones de números con signo en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-176

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

b) ¿Qué expresión algebraica permite calcular la cantidad de segundos de adelanto del primer reloj después de n horas? $3n$

c) ¿Qué expresión algebraica permite calcular la cantidad de segundos de atraso del segundo reloj después de n horas? $-3n$

d) ¿Qué diferencia hay entre estas dos expresiones? El signo.

e) La expresión algebraica $-5n$, permite calcular la cantidad de segundos que un reloj se atrasa en n cantidad de horas. ¿Cuántos segundos se atrasa en cada hora? 5

¿Después de cuántas horas el reloj se atrasa 1 875 segundos? 375

¿Es posible que el reloj se atrase 76 segundos? No, pues 76 no es múltiplo de 5

Expresiones algebraicas como $4n$, $-4n$, $-4n+2$, son reglas generales que producen sucesiones de números enteros, cuando el valor de n corresponde a la posición del término.

2. Trabajen en equipo. Anoten los términos que faltan en las tablas para las expresiones que se indican. Después, contesten las preguntas.

$-4n + 2$

Posición	1	2	6	15	40	80	100	120	500
Valor del término	−2	−6	−22	−58	−158	−318	−398	−478	−1998

$4n + 2$

Posición	1	2	6	15	40	80	100	120	500
Valor del término	6	10	26	62	162	322	402	482	2002

a) ¿Qué diferencia encuentran entre las sucesiones? R. T. Los términos de una sucesión son negativos y los de la otra, positivos.

b) Una sucesión es decreciente y la otra es creciente. ¿A qué se debe? R. T. A la diferencia en los signos de $4n$ y $-4n$

c) Usen otras reglas generales para que verifiquen lo anterior y anoten su conclusión. R. P.

3. Completa la tabla.

técnicas

Regla	Cinco primeros términos de la sucesión	¿Es creciente o decreciente?
$-10n$	−10, −20, −30, −40, −50	decreciente
$-2n + 3$	1, −1, −3, −5, −7	decreciente
$5n - 8$	−3, 2, 7, 12, 17	creciente
$2n - 10$	−8, −6, −4, −2, 0	creciente
$-n$	−1, −2, −3, −4, −5	decreciente

- Con tus compañeros y con ayuda de su profesor, revisen las respuestas obtenidas. Donde haya respuestas diferentes, analicen si existe algún error y corrijan lo necesario.

conect@mos

Consolida lo que sabes de sucesiones de números con signo en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-177

Haz las actividades que se proponen en cada sección y contesta las preguntas. Si tienes dudas, revisa los conceptos y técnicas de esta secuencia.

BLOQUE 4

Secuencia 2 / lección 69

¿Qué número pensé?

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + b = cx + d$ y con paréntesis en uno o en ambos miembros de la ecuación, utilizando coeficientes enteros, fracciones o decimales, positivos y negativos

En esta secuencia aprenderás a usar ecuaciones del tipo $2x - 5 = 3x + 6$, en las que hay incógnita en los dos miembros de la ecuación.

resolver

1. Resuelve las adivinanzas. Compara tus resultados con los de tus compañeros.

   a) Pienso un número; si lo multiplico por 7 y le resto 4 me da 31.

   ¿Qué número es? 5

   b) Pienso un número; si lo divido entre 2 y le sumo 2.5 me da 10.

   ¿Qué número es? 15

   c) Pienso un número; si lo multiplico por –4 y le resto 7 me da 25.

   ¿Qué número es? –8

   d) Pienso un número; si lo multiplico por $\frac{1}{2}$ y le resto 5 me da 0.

   ¿Qué número es? 10

2. Efectúa, en equipo, lo siguiente.
   a) Comparen sus respuestas de las adivinanzas anteriores.
   b) Completen la tabla con la información de cada una de las adivinanzas anteriores. El primer caso está resuelto.

Valor de x	Ecuación	Valor de la expresión
5	$7x - 4 = 31$	$7(5) - 4 = 31$
15	$x \div 2 + 2.5 = 10$	$15 \div 2 + 2.5 = 10$
–8	$-4x - 7 = 25$	$-4(-8) - 7 = 25$
10	$\frac{1}{2}x - 5 = 0$	$\frac{1}{2}(10) - 5 = 0$

- Comparen, con ayuda del profesor, las tablas con las de sus compañeros. Comenten cómo se relacionan con las adivinanzas.

3. Lee lo siguiente. Después, anota en tu cuaderno dos ejemplos más de adivinanzas de este tipo y la ecuación con la que se puede resolver cada una.

Una adivinanza, como las que resolviste, se puede escribir en lenguaje algebraico. Por ejemplo, la adivinanza "Pienso un número; si lo multiplico por 15 y resto 7 me da 38. ¿Qué número es?" se puede escribir como $15x - 7 = 38$. Esta expresión es una **ecuación**.

4. Haz, en equipo, lo siguiente.

a) Resuelvan la adivinanza "Pienso un número; cuando lo multiplico por 2 y le añado 14, encuentro lo mismo que cuando lo multiplico por 3 y le añado 6. ¿Qué número es?". 8

b) Expresen con una ecuación la adivinanza anterior. $2x + 14 = 3x + 6$

- Con tus compañeros, y con ayuda de su profesor, analicen las ecuaciones, identifiquen los errores y corrijan lo que sea necesario.

c) Para hallar el valor de la incógnita hay que simplificar la ecuación. Completa el proceso.

Ecuación inicial	Operaciones	Ecuación simplificada
$2x + 14 = 3x + 6$	$2x + 14 - 14 = 3x + 6 - 14$	$2x = 3x - 8$
$2x = 3x - 8$	$2x - 3x = 3x - 3x - 8$	$-x = -8$
$-x = -8$	$-1(-x) = -1(-8)$	$x = 8$

- Con el apoyo de tus compañeros y de tu maestro, analicen el proceso de simplificación, aclaren sus dudas y busquen otras maneras de hacerlo.

5. Resuelvan en su cuaderno las adivinanzas usando el procedimiento analizado.

técnicas

a) Pienso un número, cuando lo multiplico por 3 y le sumo 9, obtengo el mismo resultado que cuando lo multiplico por 4 y le sumo 5. ¿Qué número es? 4

b) Pienso un número, cuando lo multiplico por 3 y le resto 4, encuentro el mismo resultado que cuando lo multiplico por 2 y le resto 6. ¿Qué número es? −2

- Analicen, con ayuda del profesor, las ecuaciones obtenidas en el ejercicio anterior, su simplificación y los resultados.

6. Resuelve en tu cuaderno las adivinanzas con el procedimiento que prefieras.

a) Pienso un número; cuando lo multiplico por 2 y le añado 1, obtengo lo mismo que cuando lo multiplico por 5 y le resto 8. ¿Qué número es? 3

b) Pienso un número; cuando lo multiplico por 2 y le sumo 1 obtengo lo mismo que cuando le sumo 6. ¿Qué número es? 5

c) Pienso un número; cuando lo multiplico por 2 y le resto 1 encuentro lo mismo que cuando le sumo 1. ¿Qué número es? 2

7. Inventa, para cada ecuación, una adivinanza y respóndela. Verifica que la solución cumpla con las condiciones establecidas.

Ecuación	Adivinanza	Solución
$3x + 5 = 2x + 8$	R. P.	
$5x - 3 = x + 9$		

- Con tus compañeros, y con ayuda de su profesor, analicen algunas de las adivinanzas que inventaron, identifiquen los errores y corrijan lo que sea necesario.

BLOQUE 4

Secuencia 2 / lección 70

Amplificar y simplificar

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + b = cx + d$ y con paréntesis en uno o en ambos miembros de la ecuación, utilizando coeficientes enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos

1. Soluciona, en equipo, lo que se indica.

a) Entre las ecuaciones, hay cuatro que son equivalentes, es decir, tienen la misma solución. Identifíquenlas con una ✔ y digan cual es la solución.

$3x - 4 = 2x - 6$ ✔ $\quad 2x + x - 4 = 2x - 6$ ✔ $\quad 3x - 3 = 3x - 6$ ☐

$3x - 4 = 2x - 4 - 2$ ✔ $\quad 2x + x - 4 = 2x - 4 - 2$ ✔ $\quad 3(x - 4) = 2(x - 4)$ ☐

En una de las ecuaciones equivalentes, al eliminar lo que se repite en ambos miembros, se ve cuál es la solución. Identifíquenla y expliquen el proceso. R. T. Es la quinta ecuación. Al eliminar $2x$ y -4 en ambos miembros, se ve que $x = -2$

b) Recuerden que una ecuación es una igualdad y esta se conserva cuando se elimina lo mismo en ambos miembros. Simplifiquen las otras tres ecuaciones que marcaron con ✔ hasta la forma $x =$ -2.

c) ¿Cuál es el valor de x? -2

d) Utilicen el valor de x para verificar que sea solución de las cuatro ecuaciones que tienen ✔. Si no lo es, revisen el proceso con ayuda del profesor.

2. Lean lo siguiente.

Una manera de encontrar la solución de una ecuación consiste en simplificarla hasta que sea evidente el valor de la incógnita. En algunos casos se puede simplificar "amplificando", de manera que aparezcan términos iguales en los dos miembros de la ecuación y estos se puedan eliminar. Por ejemplo,

es lo mismo que

$$4x + 6 = 3x + 10$$
$$\cancel{3x} + x + \cancel{6} = \cancel{3x} + \cancel{6} + 4$$
$$x = 4$$

técnicas

3. Resuelvan, en equipo y con el método del recuadro anterior, las ecuaciones.

a) $3x + 6 = 4x + 5$ $x = 1$ $\quad$ b) $3x - 6 = 2x + 6$ $x = 12$ $\quad$ c) $x - 8 = 5(x + 4)$ $x = -7$

d) $5x - 8 = 4x$ $x = 8$ $\quad$ e) $2(x - 3) = x - 5$ $x = 1$ $\quad$ f) $2(x - 4) = 3(x + 1)$ $x = -11$

g) $17 - x = 2x - 1$ $x = 6$ $\quad$ h) $8 - 4x = 3(5 - x)$ $x = -7$

- Comparen, con ayuda del profesor, los resultados de las actividades 1 y 3 con los de sus compañeros. Corrijan cuando sea necesario, recuerden que una ecuación se verifica si sustituyen el valor de la x en la ecuación y la igualdad se cumple.

resolver

4. Trabaja en equipo. Escriban la ecuación que corresponda a cada adivinanza, simplifíquenla y encuentren la solución.

a) Si multiplico un número por 3 y le resto 6, encuentro lo mismo que cuando lo multiplico por 15 y le añado 18. ¿Qué número es?

Ecuación: $3x - 6 = 15x + 18$ Solución: $x = -2$

b) Si le resto 3 a un número y multiplico el resultado por 2, encuentro lo mismo que cuando le sumo 2 y multiplico el resultado por 3. ¿Qué número es?

Ecuación: $2(x - 3) = 3(x + 2)$ Solución: $x = -12$

- Compartan con sus compañeros sus respuestas. Comparen las ecuaciones que plantearon y expliquen la manera en que hallaron la solución.

5. Analiza, en la tabla, otra manera de encontrar la solución de una ecuación.

Expresión inicial	Operación efectuada	Expresión final
$5(x-3) = 3(x+3)$	Eliminar paréntesis	$5x - 15 = 3x + 9$
$5x - 15 = 3x + 9$	Restar $3x$ en ambos miembros: $5x - 15 - 3x = 3x + 9 - 3x$	$2x - 15 = 9$
$2x - 15 = 9$	Sumar 15 en ambos miembros: $2x - 15 + 15 = 9 + 15$	$2x = 24$
$2x = 24$	Dividir entre 2 ambos miembros: $\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$	$x = 12$

6. Resuelve, en equipo, las ecuaciones. Puedes usar el procedimiento anterior u otro.

a) $2x - 1 = x + 3$

$x =$ 4

b) $3(x + 5) = x + 7$

$x =$ −4

c) $4(x + 2) = 2(x - 1)$

$x =$ −5

d) $4(3a - 1) = 5(4a - 1) - 4(3a - 2)$

$a =$ $\frac{7}{4}$

- Comparen, con ayuda del profesor, los resultados y procedimientos con los de otros equipos.

BLOQUE 4

Secuencia 2 / lección 71

Problemas diversos

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + b = cx + d$ y con paréntesis en uno o en ambos miembros de la ecuación, utilizando coeficientes enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos

1. Trabaja en equipo. Comenten cómo resolver lo que se plantea.

Hay 376 estampas repartidas en tres sobres. El segundo tiene 24 más que el primero; el tercero, el doble que el segundo.

a) Escriban algebraicamente la cantidad de estampas de cada sobre. R. T.

1er sobre	2do sobre	3er sobre
x	$x + 24$	$2(x + 24)$

b) Representen con una ecuación la situación de las estampas y resuélvanla.

$4x + 72 = 376$ $x = 76$

c) Anoten en las imágenes de los sobres cuántas estampas hay en cada uno.

d) Verifiquen que su respuesta cumpla lo siguiente.

¿El segundo sobre tiene 24 estampas más que el primero? R. P.

¿El tercero tiene el doble que el segundo? R. P.

¿Al sumar las estampas de los tres sobres se obtiene 376? R. P.

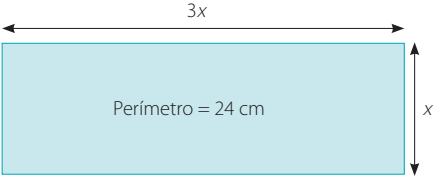
Revisen su procedimiento si respondieron "No" en alguna pregunta.

2. Lleven a cabo lo siguiente.

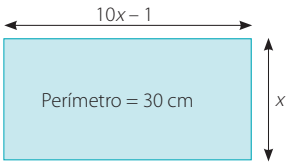
a) Escriban una ecuación que permita averiguar el largo y el ancho del rectángulo.

Ecuación: R. T. $8x = 24$

b) ¿Cuánto mide la superficie del rectángulo? 27 cm^2



3. Hagan, en equipo, lo que se pide con base en los datos que se muestran en la figura.



a) Formulen una ecuación que permita averiguar el valor de *x*.

Ecuación: R. T. $2(10x - 1) + 2x = 30$

b) Encuentren el valor de *x*. $x = \frac{16}{11}$

c) Con el valor de *x* pueden calcular el largo y el ancho del rectángulo. ¿Cuánto miden?

Largo: $\frac{149}{11}$ cm Ancho: $\frac{16}{11}$ cm

4. Resuelvan el siguiente problema.

resolver

Elsa y Miguel tienen la misma cantidad de globos. Elsa tiene tres bolsas completas y dos globos sueltos; Miguel, dos bolsas completas y catorce globos sueltos. Considerando que las bolsas tienen la misma cantidad de globos, ¿cuántos globos hay en cada una? _____

R. T. $3x + 2 = 2x + 14$. Cada bolsa tiene 12 globos.

✸ Revisen, con ayuda del profesor, los resultados y procedimientos de los problemas 1 a 4.

5. Resuelve las ecuaciones.

técnicas

a) $4(n + 5) = 8$ $n =$ -3

b) $4(p - 1) + 5(p + 1) = 100$ $p =$ 11

c) $5z - 7 = 13 - 3z$ $z =$ $\frac{20}{8}$

d) $4(x + 3) = 6(x - 1)$ $x =$ 9

e) $7(k + 3) = 45 - 3(12 - k)$ $k =$ -3

f) $2(m + 2.5) = 4(m - 0.5)$ $m =$ $\frac{7}{2}$

6. A continuación aparece una ecuación más compleja que las anteriores. Aunque no la has estudiado, busca la solución, por ensayo y error, o aplicando la propiedad de los productos cruzados.

$x = 3$ $12(x + 4) = 21(x + 1)$

$$\frac{12}{x+1} = \frac{21}{x+4}$$

✸ Compara, con ayuda del profesor, tu resultado con los de tus compañeros. Elige una de las ecuaciones que te haya resultado difícil resolver y, en tu cuaderno, explica cómo lograste encontrar la solución y cómo las verificaste.

conect@mos

Practica la resolución de ecuaciones de primer grado en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-183

Resuelve algunas de las ecuaciones propuestas. Explica, en tu cuaderno, cómo encontraste las soluciones.

Ya sabemos…

De acuerdo con la propiedad de los productos cruzados, si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces, $a \times d = b \times c$.

BLOQUE 4

Secuencia 3 / lección 72

Ángulos centrales

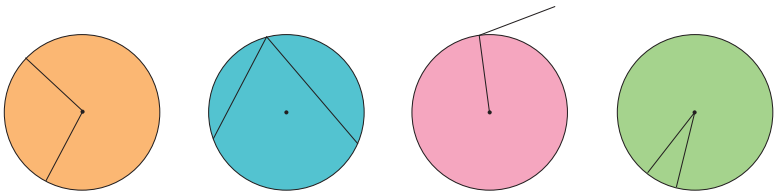
CONTENIDO

Caracterización de ángulos inscritos y centrales en un círculo, y análisis de sus relaciones

En esta secuencia explorarás cómo se relacionan los ángulos trazados con su vértice en el centro de un círculo y los trazados con su vértice sobre la circunferencia.

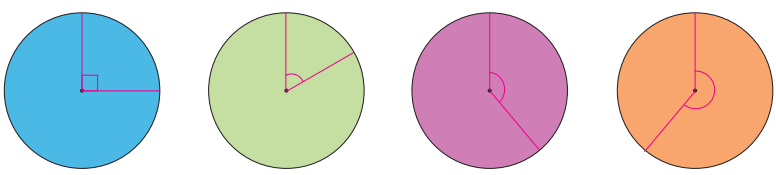
resolver

1. Anota una ✔ en los ángulos cuyo vértice coincida con el centro del círculo y cuyos lados sean dos radios del mismo.



✔ ☐ ☐ ✔

2. Traza en cada círculo un ángulo, con la medida que se indica, cuyo vértice esté en el centro y sus lados sean radios. R. T.



90° 60° 140° 220°

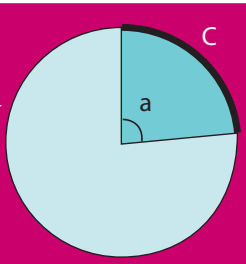
- Compara los resultados con los de tus compañeros. En grupo, lean y comenten la siguiente información. Después ilustren los arcos en los ángulos que trazaron.

En un círculo, se le llama **ángulo central** al que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son radios.

Un ángulo central determina o subtiende un **arco**, es decir, una parte de circunferencia.

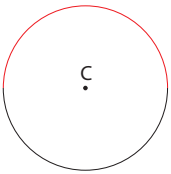
Por ejemplo, en la figura, el ángulo **a** subtiende al arco C.

Debido a que un ángulo central divide la circunferencia en dos arcos, es importante marcar el ángulo que se está considerando, para saber qué arco le corresponde.

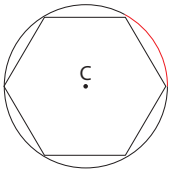


resolver

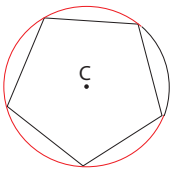
3. Anota, sin usar transportador, la medida del ángulo central que subtiende el arco rojo.



180°

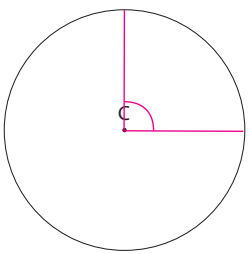


60°

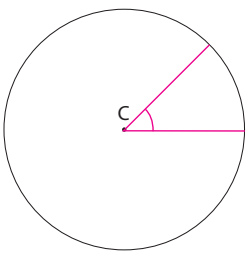


288°

4. Traza, respectivamente, un ángulo central de 90° y uno de 45°. R. T.



90°



45°

5. Anota si las proposiciones son falsas (F) o verdaderas (V); traza, en tu cuaderno, ejemplos que ilustren tu respuesta.

a) Si en un mismo círculo se duplica la medida de un arco, también se duplica la del ángulo central correspondiente. V

b) Si en una misma circunferencia dos ángulos centrales miden lo mismo, los arcos correspondientes tienen la misma longitud. V

Una pista

Pueden trazar círculos, marcar ángulos centrales y analizar sus cuerdas y arcos para ver si cumplen lo que se indica.

6. En un círculo cuyo radio mide 5 cm, se marcaron dos ángulos centrales de 90° y sus arcos correspondientes. Responde y traza, en el cuaderno, ejemplos que ilustren las respuestas.

a) ¿Qué parte de la circunferencia corresponde a cada arco? $\frac{1}{4}$

b) ¿Los arcos miden lo mismo? Sí

c) ¿Cómo serían los arcos si un ángulo midiera 45º y el otro 90º? Un arco mediría el doble del otro.

d) ¿Y si un ángulo midiera 60º y el otro 180º? Un arco mediría el triple del otro.

✸ Compara, con ayuda del profesor, las respuestas con las de tus compañeros. Redacten, entre todos y en su cuaderno, un método para comparar el tamaño de dos arcos en la circunferencia usando los ángulos centrales correspondientes.

BLOQUE 4

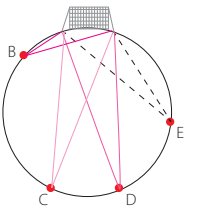
Secuencia 3 / lección 73

Ángulos inscritos

CONTENIDO Caracterización de ángulos inscritos y centrales en un círculo, y análisis de sus relaciones

resolver

1. Beto (B), Carlos (C), Daniel (D) y Érick (E) están en las siguientes posiciones para tirar a gol. Considera que el ángulo de tiro de cada uno está en el plano del piso.



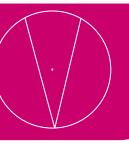
a) A simple vista, ¿quién tiene el ángulo de tiro de mayor tamaño?

Todos son iguales.

b) Traza los ángulos que faltan en la figura de la derecha y míde-los. Verifica tu respuesta anterior.

✸ Compara la respuesta con tus compañeros. Después, con el profesor, lean lo siguiente.

En una circunferencia se le llama **ángulo inscrito** a aquel cuyo vértice está sobre la circunferencia y sus lados son cuerdas.



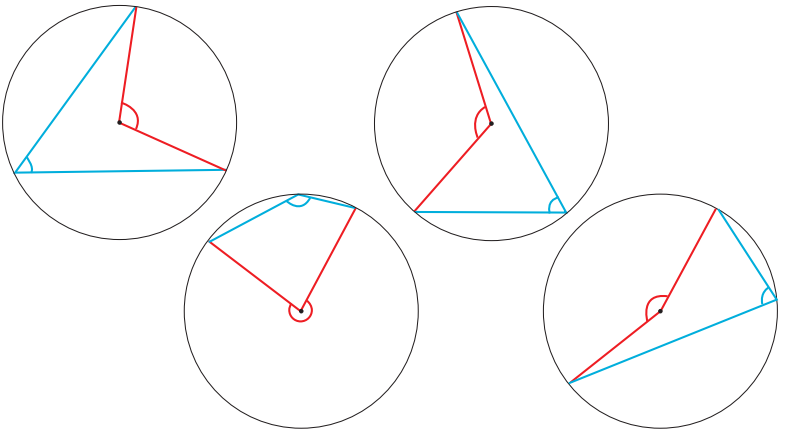
conect@mos

Descarga la actividad de ángulos inscritos y centrales en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-186

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

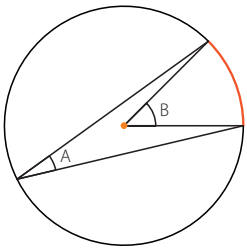
2. En cada circunferencia se ha trazado un ángulo inscrito en azul y uno central en rojo; ambos abarcan el mismo arco.



a) Calca y recorta el ángulo central de la primera circunferencia y dóblalo a la mitad. Compara la medida de la mitad del ángulo central con la del inscrito. Haz lo mismo con las otras circunferencias. Anota las conclusiones en tu cuaderno.

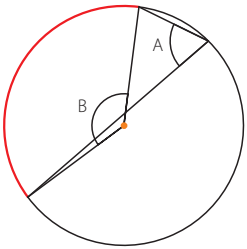
✸ Compara tus conclusiones con las de otros compañeros; juntos, con ayuda del profesor, lleguen a un acuerdo sobre ellas.

3. Mide los ángulos que se indican. Observa que, en cada círculo, están marcados dos ángulos: uno inscrito (A) y otro central (B).



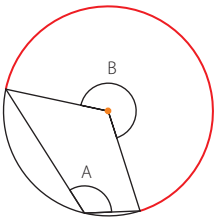
∡A = 22.5°

∡B = 45°



∡A = 67°

∡B = 134°



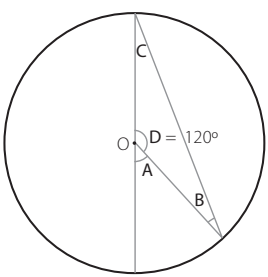
∡A = 120°

∡B = 240°

a) En cada círculo, ¿qué tienen en común el ángulo central y el inscrito? R. T. Abarcan el mismo arco (marcado en rojo)

b) En cada caso, ¿cómo son las medidas de esos ángulos entre sí? R. T. A siempre mide la mitad de B

4. En la siguiente figura, O es el centro de la circunferencia. Averigua, con un compañero, la medida de los ángulos **A**, **B** y **C** solo con la información que se muestra.



∡ A = 60°

∡ B = 30°

∡ C = 30°

- Hagan, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Comparen sus respuestas y comenten cómo encontraron las medidas de los ángulos **A**, **B** y **C**. Si hay diferencias, analicen a qué se debe.

b) Calculen, en su cuaderno y para cada caso, cuánto medirían los ángulos **B** y **C** si el ángulo **D** midiera **130°, 150°, 160°,** ***x, 2x.***

c) Comenten qué relación hay entre los ángulos **A** y **C**, y anoten sus conclusiones. Después vean si lo que concluyeron se relaciona con la siguiente información.

La medida de un ángulo inscrito es igual a la mitad de la medida del ángulo central que abarca el mismo arco.
Los ángulos inscritos que abarcan el mismo arco miden lo mismo.

Una pista

Recuerden cuánto suman las medidas de los ángulos internos de un triángulo, cuánto mide un ángulo llano y cómo son los ángulos de la base de un triángulo isósceles.

Convivimos

Recuerda: quien no pregunta, no aprende.

conect@mos

Consolida lo que sabes de ángulos centrales e inscritos en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-187

Contesta las preguntas y, si tienes dudas, revisa los conceptos de la secuencia 3.

BLOQUE 4

Secuencia 4 / lección 74

Puntos en el plano

CONTENIDO

Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano

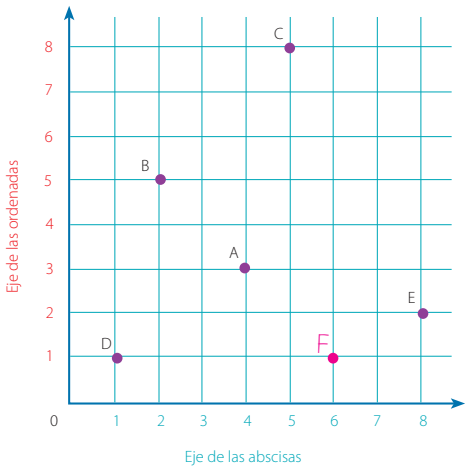
En las lecciones 58, "Reglas de correspondencia I", y 59, "Reglas de correspondencia II", analizaste varias relaciones, averiguaste cuáles eran de proporcionalidad y encontraste sus reglas de correspondencia. En esta secuencia descubrirás que la gráfica de una relación permite saber muchas cosas sobre ella.

Convivimos

Muchas veces, en la vida diaria, empleamos palabras como "relación", "proporcional" o "gráfica", en matemáticas estas palabras tienen un significado preciso y es importante que lo conozcas y lo utilices adecuadamente.

1. Se han localizado varios puntos en el siguiente plano.

A, en las coordenadas (4, 3)
B, en las coordenadas (2, 5)
C, en las coordenadas (5, 8)



a) ¿En qué eje se localiza el primer número escrito entre paréntesis, en el de la abscicas o en el de la ordenadas? En el de las abcisas ¿Y el segundo número? En el de las ordenadas.

b) ¿Cuáles son las coordenadas del punto E? (8 , 2)

c) ¿Y las del punto D? (1 , 1)

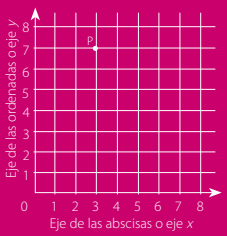
d) Localiza el punto que tiene por coordenadas (6, 1) y márcalo como F.

e) Considera que los puntos A, B y C son vértices de un rectángulo. ¿Cuáles son las coordenadas del vértice faltante? (7, 6)

f) Considera que los puntos B y C son vértices de un triángulo isósceles. Anota las coordenadas de cuatro puntos que podrían ser el vértice faltante. R. T. (2, 8), (3, 7), (8, 2), (4, 6)

✸ **Compara los resultados con los de tus compañeros. Si hay diferencias, averigüen a qué se deben.**

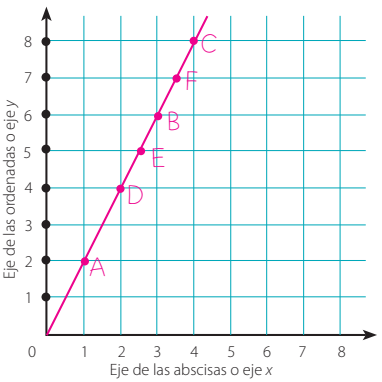
Este es un plano cartesiano. Tiene dos ejes perpendiculares: el horizontal se llama **eje de las abscisas**, o **eje *x***, y el vertical se llama **eje de las ordenadas**, o **eje *y***. El punto en el que se cortan los ejes se denomina **origen** y sus coordenadas son (0, 0).
Las coordenadas de un punto sirven para localizarlo en el plano cartesiano.
Las coordenadas del punto P son (3, 7); el primer número corresponde al eje de las abscisas y el segundo, al eje de las ordenadas. Se dice que 3 es la abscisa del punto P y 7, su ordenada.



2. Localiza en el plano cartesiano los puntos A, B y C. Sus coordenadas se muestran en la tabla.

resolver

Punto	Coordenadas
A	(1, 2)
B	(3, 6)
C	(4, 8)
D	R. T. (2, 4)
E	R. T. (2.5, 5)
F	R. T. (3.5, 7)



a) Traza una línea recta que toque los tres puntos y prolóngala.

b) En la tabla anota las coordenadas de los puntos D, E y F, de modo que estén sobre la recta que trazaste.

c) Si pudieras localizar el punto H con coordenadas (10, 20), ¿estaría en la misma recta? Sí.

¿Cómo lo sabes? R. T. Porque los puntos son de la forma (x, 2x).

d) El punto I con coordenadas (15, 25), ¿estaría en la misma recta? No. ¿Cómo lo sabes?

R. T. Porque 25 no es el doble de 15.

e) Completa las coordenadas de los puntos J y K para que también estén sobre la misma recta.

J: (1.5, 3) K: (2.2 , 4.4)

f) Hay una regla de correspondencia según la cual a cada abscisa (*x*) de un punto, en la recta anterior, se le asocia su ordenada (*y*). Encuéntrala. *y* = 2*x*

* Compara las respuestas con las de tus compañeros. Para verificar si la regla de correspondencia que encontraron funciona, den a *x* los valores de las abscisas de los puntos de la tabla, y verifiquen si obtienen las ordenadas.

En contexto

El plano cartesiano se llama así en honor a René Descartes, matemático y filósofo del siglo XVII, quien representó puntos, líneas y figuras por medio de coordenadas y ecuaciones.

BLOQUE 4

Secuencia 4 / lección 75

La gráfica también informa

CONTENIDO

Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano

resolver

1. Haz lo siguiente. Puedes consultar los resultados en la lección 58, "Reglas de correspondencia I".

a) Anota la regla de correspondencia de cada tabla.

b) Indica con qué plan la cantidad que se paga es proporcional al número de juegos visitados.
Con el plan C.

El parque de diversiones, plan A
$10.00 la entrada más $3.00 por juego

Juegos visitados (x)	Costo total (y)
0	$10.00
1	$13.00
2	$16.00
3	$19.00
10	$40.00
12	$46.00

$y =$ 10 + 3x

El parque de diversiones, plan B
$25.00 la entrada. Incluye número ilimitado de juegos

Juegos visitados (x)	Costo total (y)
0	$25.00
1	$25.00
2	$25.00
3	$25.00
10	$25.00
12	$25.00

$y =$ 25

El parque de diversiones, plan C
Entrada gratuita y $5.00 por juego

Juegos visitados (x)	Costo total (y)
0	$0.00
1	$5.00
2	$10.00
3	$15.00
10	$50.00
12	$60.00

$y =$ 5x

comunicar

2. Trabaja con un compañero. En el plano cartesiano de la página siguiente aparecen cuatro puntos; la abscisa de cada uno corresponde a un número de juegos visitados y la ordenada al costo total, con uno de los planes.

a) ¿Cuál es ese plan? Plan A

b) Unan con una línea los puntos. Observen que están alineados.

c) Prolonguen la línea hasta el punto que corresponda a **doce** juegos. ¿Cuál es la ordenada? 46

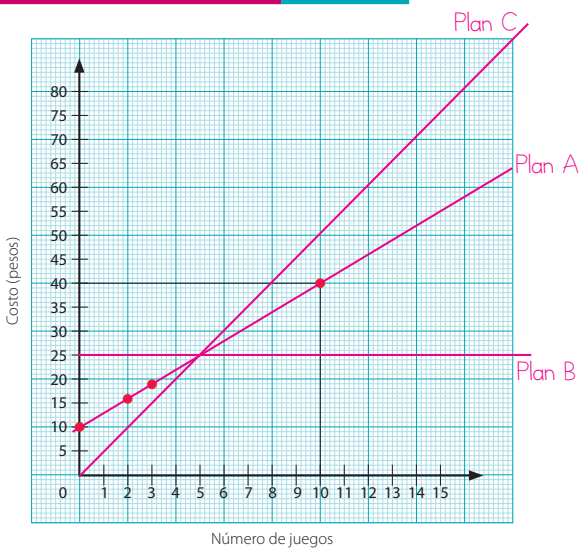
d) Verifiquen que esa ordenada corresponde a la cantidad que se paga por 12 juegos, en el mismo plan que en el de los otros cuatros puntos.

- Comenta, en grupo y con ayuda del profesor, la siguiente información.

Los pares de valores (x, y) que se generan con la regla de correspondencia $y = 3x + 10$ corresponden a puntos alineados, es decir, se puede trazar una recta que pase por todos.

3. Ubica, en el plano de la derecha, los puntos de la relación entre número de juegos y costo de los planes B y C. Usa un color diferente para cada uno.

4. Contesta las preguntas basándote en la gráfica de la derecha.



a) ¿Cuánto se pagará en cada plan por subirse a seis juegos en la feria? Con el plan A, $28.00; con el B, $25.00; y con el C, $30.00

b) Los puntos del plan B están alineados horizontalmente. ¿Por qué? El costo es constante.

c) ¿Cuánto deberá pagar alguien que vaya a la feria y que no se suba a algún juego?

Con el plan A, $10.00; con el B, $25.00; y con el C, $0.00

d) ¿A qué gráfica pertenece el punto en el que se cortan los dos ejes, es decir, el origen?

a C ¿Cuáles son sus coordenadas? (0, 0)

¿A cuántos juegos corresponde su abscisa? A cero. ¿A cuánto dinero corresponde su ordenada? a $ 0.00

- Haz, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Comenten la información del recuadro.
b) Analicen, de acuerdo con las gráficas, qué plan es más barato. Observen que eso depende del número de juegos que se visiten.

La gráfica de una relación de proporcionalidad es un conjunto de puntos que están sobre una recta que pasa por el origen.

BLOQUE 4

Secuencia 4 / lección 76

Viajar en automóvil

CONTENIDO

Análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano

conect@mos

Analiza gráficas de relaciones de proporcionalidad en…

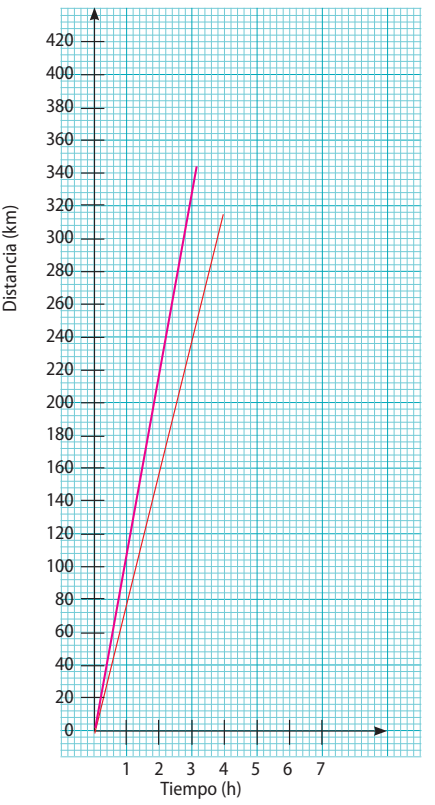
www.e-sm.com.mx/SCM2A-192

Haz la actividad. Comenta con un compañero las ventajas y desventajas de representar una relación de proporcionalidad mediante una gráfica.

1. Dos automóviles, A y B, mantuvieron una velocidad constante durante cierto tiempo. La gráfica roja muestra la relación entre la distancia recorrida por el automóvil A y el tiempo. Abajo hay dos tablas con información sobre los recorridos de los automóviles.

Automóvil A	
Tiempo (h)	Distancia (km)
0	0
1	80
$2\frac{1}{2}$	200
3	240
$3\frac{1}{2}$	280
4	320
	$d =$ 80t

Automóvil B	
Tiempo (h)	Distancia (km)
0	0
1	100
2	200
3	300
10	1000
12	1200
	$d =$ 100t



a) Completa la tabla del automóvil A a partir de la gráfica.

b) Completa la tabla del automóvil B.

c) Anota debajo de las tablas sus reglas de correspondencia. Representa el tiempo como t y la distancia como d.

d) Traza, con otro color, la gráfica del automóvil B a partir de la tabla.

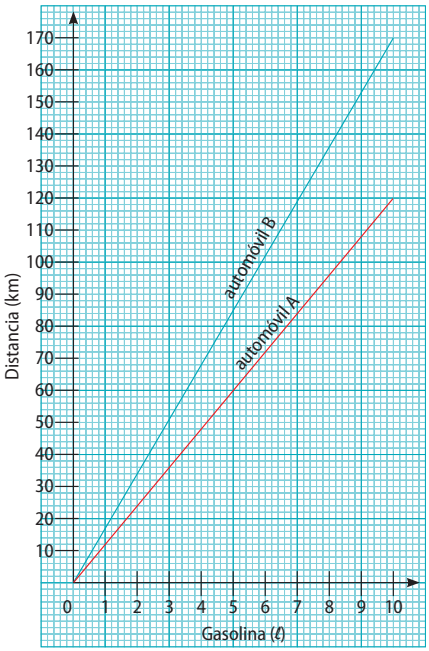
resolver

2. Considera el ejercicio anterior. Contesta, en grupo, las preguntas. Anoten las respuestas en sus cuadernos.

a) ¿Alguna relación es de proporcionalidad? Sí, las dos.

b) ¿Qué indica que una gráfica esté más inclinada hacia el eje vertical?
Que el automóvil B va más rápido que el A.

3. Las gráficas de la derecha muestran las relaciones, de los automóviles A y B, entre la distancia recorrida y la gasolina que consume cada uno. Analízalas y contesta.



a) ¿Qué automóvil tiene mejor rendimiento de gasolina? El B.

b) ¿Cómo lo sabes? R. P.

c) ¿Qué significa, en este caso, que una gráfica esté más inclinada que la otra? R. T. Que ese automóvil tiene mejor rendimiento.

d) Estas relaciones son de proporcionalidad. Escribe al menos una prueba de ello. R. T. Las dos gráficas pasan por el origen.

e) Completa las tablas y escribe sus reglas de correspondencia. Representa la distancia recorrida como *d* y la gasolina consumida como *c*.

Automóvil A	
Gasolina (ℓ)	Distancia (km)
1	12
2	24
5	60
10	120
15	180
20	240
$d =$	$12c$

Automóvil B	
Gasolina (ℓ)	Distancia (km)
1	17
2	34
5	85
10	170
15	255
20	340
$d =$	$17c$

conect@mos

Descarga la actividad de gráficas de proporcionalidad en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-193

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

comunicar

- Compara tus resultados de la actividad anterior con los de tus compañeros y analiza las diferencias.

4. Investiga el precio actual de un litro de gasolina. Haz en tu cuaderno lo que se pide.

a) Elabora una tabla que muestre el precio de 10, 20, 30, 40 y 50 litros de gasolina.

b) Grafica sus datos en un plano cartesiano.

c) Encuentra la regla de correspondencia entre los litros de gasolina y su precio.

d) Repite los pasos a), b) y c), pero con un precio de la gasolina distinto. Explica cómo se observa la diferencia de precio en las gráficas y en las reglas de correspondencia.

BLOQUE 4

Secuencia 5 / lección 77

Masas y resortes

CONTENIDO

Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$

resolver

En situaciones de diversos ámbitos (física, medicina y comercio, entre muchos otros) hay cantidades que dependen de otras y que pueden ser estudiadas con herramientas matemáticas.

En contexto

El peso y la masa se relacionan por la fuerza gravitatoria: P = mg. Si divides el peso entre 9.8 $\frac{m}{s^2}$ (9.8 $\frac{m}{s^2}$, valor promedio de la aceleración de la gravedad en la Tierra), obtendrás la masa. El peso se mide en Newtons y la masa en kilogramos.

1. En un resorte R_1, de 10 cm de largo, se colgaron diferentes masas y, cada vez, se midió la longitud del resorte. La tabla muestra los resultados. Complétala.

Resorte R_1		
Masa (*M*)	Longitud total (*L*)	Alargamiento (*A*)
0 kg	10 cm	0 cm
$\frac{1}{2}$ kg	11 cm	1 cm
1 kg	12 cm	2 cm
2 kg	14 cm	4 cm
3 kg	16 cm	6 cm

a) Contesta a partir de los datos de la tabla. Si la masa aumenta al doble, ¿la longitud del resorte también se incrementa al doble? No.

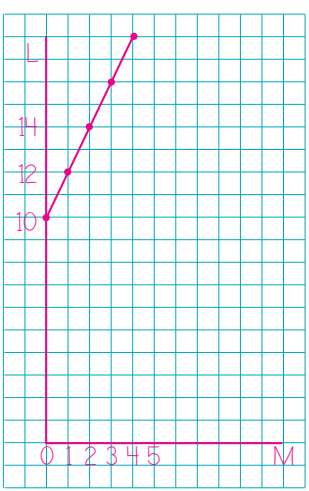
¿El alargamiento aumenta al doble? Sí.

b) Identifica con un ✗ la afirmación falsa.

El alargamiento del resorte es proporcional a la masa.	La longitud del resorte es proporcional a la masa ✗

c) Explica qué consideraste para identificar la afirmación falsa.

R. P.



d) Encuentra la expresión algebraica que corresponda a la relación entre la longitud (*L*), en centímetros, del resorte R_1, y la masa (*M*), en kilogramos, que se le suspende.

$L = 10M$ $L = 2M$ $L = 10 + 2M$

e) Elabora, en el plano de la izquierda, la gráfica del inciso anterior.

f) Calcula…

» La longitud del resorte al colgarle 5 kg. 20 cm

» La longitud del resorte al colgarle 1 $\frac{1}{2}$ kg. 13 cm

» La masa necesaria para que el resorte alcance 21 cm de longitud. 5.5 kg

✸ Forma equipo con algunos de tus compañeros y comparen sus resultados. Si hay diferencias, traten de encontrar la causa. Al final, comparen los resultados con los de otros equipos.

2. La relación entre la longitud (en centímetros) de un resorte R_2 y la masa que se le cuelga (en kilogramos) es $L = 1.5P + 9$.

En contexto

Los resortes tienen un límite de elasticidad. Si se suspende una masa que lo rebase, el resorte ya no recobra su longitud inicial.

a) ¿Qué representa el 9 en la expresión? La longitud inicial del resorte.

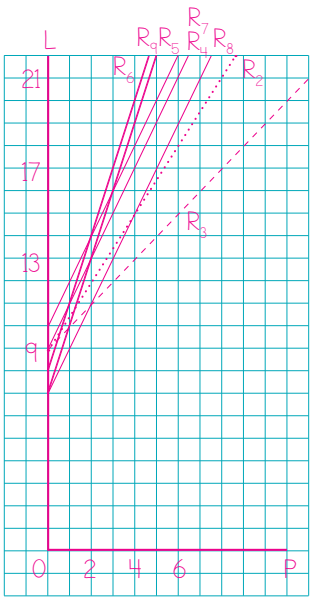
b) ¿Y el 1.5? El alargamiento por cada kilogramo.

c) Calcula…

» La longitud del resorte al colgarle 2 kg. 12 cm

» La masa con la que el resorte alcanzaría 15 cm de longitud. 4 kg

d) Elabora, en el plano cartesiano de la derecha, la gráfica correspondiente.



e) Un resorte R_3, con la misma longitud inicial que el anterior, se estira 1 cm por cada kilogramo de masa. Anota la expresión algebraica que relacione la longitud (L) del resorte con la masa que se le cuelga (P). $L = P + 9$

f) Haz lo mismo considerando un resorte R_4 con la misma longitud inicial que R_3 pero que se estira 2 cm por kilogramo. $L = 2P + 9$

g) Elabora, en el mismo plano de la derecha, las gráficas de las relaciones que correspondan a los resortes R_3 y R_4.

h) Explica en tu cuaderno en qué son diferentes las gráficas y en qué iguales.

3. Estas expresiones corresponden a la relación entre la longitud y la masa con distintos resortes. Responde y haz, en tu cuaderno, lo que se indica.

R_5	R_6	R_7	R_8	R_9
$L = 2P + 10$	$L = 3P + 8$	$L = 2P + 9$	$L = 2P + 7$	$L = 3P + 7$

En contexto

Los dinamómetros son dispositivos para pesar cuyo funcionamiento se basa en la proporcionalidad entre el alargamiento y el peso.

a) ¿Qué resorte es el más largo en su estado inicial? ¿Cuál se estira más por kilogramo? R_5 R_6 y R_9

b) Si se graficaran las relaciones, ¿qué gráficas serían rectas paralelas entre sí? R_5, R_7 y R_8; R_6 y R_9

c) ¿Cuáles pasarían por el punto con coordenadas (0, 7)? R_9 y R_8

d) Grafica las cinco relaciones en el plano cartesiano de la actividad anterior para verificar tus respuestas. Dado que las gráficas son rectas, basta con que determines dos puntos en cada caso.

validar

✹ Forma equipo con algunos de tus compañeros y comparen sus gráficas. Indiquen cómo es posible determinar, a partir solo de las gráficas, cuál resorte es el más largo en su estado inicial y cuál se estira más por kilogramo.

BLOQUE 4

Secuencia 5 / lección 78

Unas cantidades dependen de otras

CONTENIDO

Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Representación de la variación mediante una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$

resolver

1. Los metales aumentan su longitud, área o volumen, dependiendo de la forma que tengan, cuando aumenta su temperatura. A este fenómeno se le llama dilatación térmica. La tabla 1 muestra la dilatación en la longitud de un tubo de hierro, de 400 m de largo, al aumentar su temperatura.

a) Si L es la longitud del tubo y T, la temperatura, ¿qué expresión permite calcular la longitud del tubo a una temperatura dada?

$L = 400 + T$ $L = 400T$ $L = 400 + 0.035T$ $L = 400 + 0.0035T$

b) ¿Cuánto mediría el tubo a 110 °C? 400.385 m

c) ¿A qué temperatura mediría 400.035 m? 10 °C

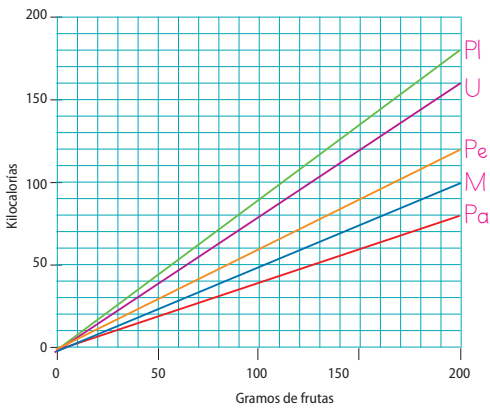
Tabla 1

Temperatura (°C)	Longitud del tubo (m)
0	400
20	400.07
40	400.14
60	400.21
80	400.28
100	400.35

2. La tabla 2 muestra las kilocalorías por gramo de algunas frutas.[1]

Tabla 2

Fruta	Kilocalorías por 1 g	Regla de correspondencia
Uva (U)	0.8	$y = 0.8x$
Manzana (M)	0.5	$y = 0.5x$
Pera (Pe)	0.6	$y = 0.6x$
Plátano (Pl)	0.9	$y = 0.9x$
Papaya (Pa)	0.4	$y = 0.4x$



a) Si y expresa las kilocalorías, y x los gramos, ¿qué expresión relaciona y con x en cada fruta? Escríbela en la tercera columna de la tabla de arriba.

b) ¿Cuántas kilocalorías aporta una manzana de 200 g? 100 kcal

c) Cuatro de las rectas de la gráfica corresponden a las relaciones entre gramos de fruta y kilocalorías de la tabla anterior. Anota sobre cada recta la inicial del nombre de la fruta que le corresponde.

d) La quinta recta corresponde a la papaya. Llena el último renglón de la tabla con los datos que corresponden a esta fruta.

[1] Información recuperada de www.csalto.net/control%20peso/calorias_alimentos.htm

3. Si se conoce la longitud del fémur es posible determinar la estatura aproximada de una persona. A continuación se muestran los datos (en centímetros) sobre estatura para México.

Sexo masculino
La estatura es igual a 64 cm más 2.3 veces la longitud del fémur.
Sexo femenino
La estatura es igual a 47 cm más 2.6 veces la longitud del fémur.[1]
Si la estatura se representa con y, y la medida del fémur con x, tenemos que
sexo masculino: $y = 64 + 2.3x$;
sexo femenino: $y = 47 + 2.6x$.

conect@mos

Descarga la actividad de variación lineal en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-197

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, comparen y validen, en grupo y con ayuda del profesor, sus respuestas.

a) ¿Cuál es la estatura de una mujer cuyo fémur mide 45 cm? 1.64 m

¿Y si fuera hombre? 1.67 m

b) ¿Cuánto mide el fémur de un hombre de 1.70 m de estatura? 46 cm

¿Y el de una mujer? 47 cm

c) ¿Cuál es tu estatura? R. P. Según la fórmula del recuadro anterior, comunicar

¿cuánto mide tu fémur? R. P.

d) Indica si la gráfica de la derecha corresponde a hombres o a mujeres. A hombres.

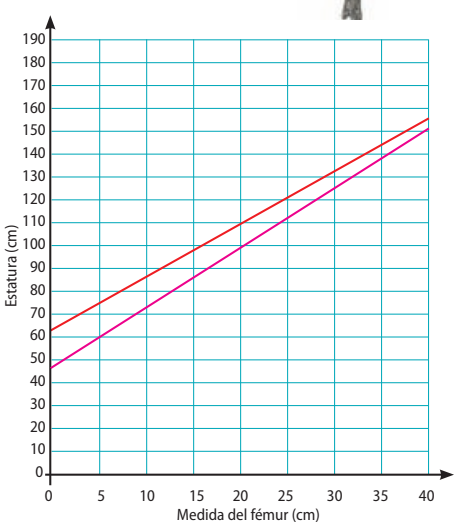
Explica cómo lo supiste. R. T. Por que la gráfica pasa por el punto (0, 64)

e) Según la gráfica, el fémur de un bebé de 64 cm mide 0 cm.

¿Esto es posible? R. P. ¿A partir de qué medida del fémur parece razonable utilizar la gráfica? R. P.

f) A partir de los datos del recuadro inicial, construye la gráfica que falta y anota qué datos usaste para hacerla.

R. P.



- Comparen los resultados con los de sus compañeros. Observen si convirtieron m a cm cuando fue necesario.

[2] Información recuperada de www.geocities.com/amabmex/publicaciones/boletin/agosto2002.html (los datos se redondearon para facilitar los cálculos).

BLOQUE 4

Secuencia 6 / lección 79

Las calificaciones

CONTENIDO

Resolución de situaciones de medias ponderadas

En secuencias anteriores aprendiste que la media aritmética es un valor representativo de un conjunto de datos y que para calcularla se suman estos y el total se divide entre el número de los mismos. Pero ¿qué pasa si los datos tienen distinta importancia, peso o frecuencia?, por ejemplo, en una lista de calificaciones donde una corresponde a un trabajo final que representa 60% de la calificación y las demás, a tareas que equivalen a 40% de la misma. En esta secuencia estudiarás situaciones de este tipo.

Ya sabemos...

La mediana, la media y la moda son medidas de tendencia central, es decir, diferentes tipos de promedio de un conjunto de datos.
En esta lección usaremos la palabra promedio para referirnos únicamente a la media aritmética. Recuerda que para calcularla se suman los datos y el resultado se divide entre el número de estos.

1. Durante el año escolar, la profesora Amparo aplicó cinco exámenes, y con su promedio determinó la calificación final. Raúl obtuvo

6, 7, 8, 8 y 9.

¿Cuál fue su calificación final? 7.6

2. El profesor Juan aplicó cuatro exámenes parciales y uno final. Indicó que 50% de la calificación final correspondería al promedio de los parciales y el resto, al examen. Esperanza obtuvo lo siguiente.

Exámenes parciales				Examen final
6	6	7	8	8

a) ¿Cuál fue su calificación final? 7.375

b) Explica cómo la calculaste. R. P.

comunicar

- Compara las respuestas de la actividad anterior con las de tus compañeros. Comenten cómo se calcula el promedio cuando existe una calificación que tiene mayor peso o importancia que las demás. En grupo, discutan lo siguiente: ¿cómo calcular el promedio si en lugar de 50%, el examen final tuviera un valor de 40%?

Una pista

Si una calificación vale 15% significa que cada punto de ella es $\frac{15}{100}$ de la calificación final.

2. Trabaja en equipo. El profesor Daniel califica de manera diferente: hace tres exámenes con valores o pesos distintos. En la tabla está el porcentaje de cada uno y las calificaciones de Salomé.

Exámenes	Primero	Segundo	Tercero
Valor	15%	20%	65%
Calificación de Salomé	10	8	7

a) ¿Cuál fue su calificación final? 7.65

b) Expliquen en el cuaderno cómo la calcularon. R. P.

c) Lean la siguiente información.

Cuando para un promedio se tienen datos con distinta importancia, como en los problemas 2 y 3, a la media se le llama **media ponderada**. Para calcularla es necesario considerar el "peso" asignado a cada dato. Por ejemplo, en la siguiente tabla hay tres calificaciones y su peso.

Valor o peso	20%	30%	50%
Calificación	8	9	7

Como la primera pesa 20%, cada punto vale $\frac{20}{100}$ de la calificación final. Como la calificación es 8, su valor es $\frac{(20 \times 8)}{100}$.

d) Completen, con base en la explicación anterior, el cálculo de la media ponderada.

$$\frac{20 \times 8}{100} + \frac{30 \times 9}{100} + \frac{50 \times 7}{100} = \frac{160 + 270 + 350}{100} = \frac{780}{100}$$

técnicas

- Comparen con sus compañeros las respuestas y los procedimientos. Calculen el promedio de Salomé con el procedimiento descrito al principio de esta página.

4. La siguiente tabla muestra los pesos de cuatro exámenes y las calificaciones de cuatro alumnos. Para aprobar el curso, se necesita una media mínima de 6.

a) A simple vista, ¿quién consideras que aprobará el curso? R. P.

b) Calcula la calificación final y comprueba la respuesta anterior. Puedes usar calculadora.

	Valor del examen	Jésica	Lilia	Norberto	Christian
Examen 1	10%	4	10	5	0
Examen 2	10%	4	10	5	0
Examen 3	30%	6	10	6	5
Examen 4	50%	8	0	7	10
Calificación final	100%	6.6	5	6.3	6.5

5. El profesor de Patricia dijo que los primeros tres exámenes tendrían un peso de 20% cada uno y el cuarto, 40%. En los primeros, Patricia obtuvo 10, 6 y 5.

a) ¿Qué calificación, como mínimo, debe obtener Patricia en el cuarto examen para alcanzar al menos 6 como calificación final? 4.5

- Comenta con tus compañeros cómo resolviste la actividad anterior. Después, en grupo, inventen una situación, no referida a calificaciones, donde calculen un promedio de datos con diferente peso o importancia.

Convivimos

Inventar un problema permite analizar los datos que hay que dar, la pregunta que se necesita hacer, las soluciones que se pueden encontrar y cómo se pueden encontrar. Al terminar la actividad de la puesta en común, elabora un resumen de lo que hicieron para inventar su problema.

BLOQUE 4

Secuencia 6 / lección 80

Más problemas con la media ponderada y aritmética

CONTENIDO Resolución de situaciones de medias ponderadas

1. En un elevador van ocho personas: seis hombres y dos mujeres. Se sabe que la media del peso de los hombres es 75 kg y la de las mujeres, 65 kg. ¿Cuál es la media de las ocho personas? Ten en cuenta que no es 70 kg. 72.5 kg

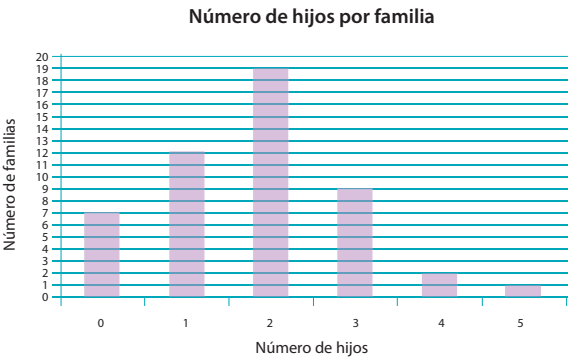
resolver

2. Un automóvil viaja a 80 km/h durante 6 h, y después a 60 km/h durante 2 h. ¿Cuál es la media de su velocidad durante el viaje? Considera que 70 km/h no es la respuesta.

75 km/h

3. En una reunión hay dos personas de 18 años, tres de 19, cuatro de 20 y una de 21. ¿Cuál es la media de las edades? 19.4 años.

4. Se encuestó a 50 familias sobre el número de hijos que tienen. El siguiente diagrama de barras muestra los resultados.



a) ¿Cuál es la media aritmética del número de hijos por familia? 1.8

comunicar

b) Explica cómo la calculaste. Dividiendo el total de hijos entre el total de familias.

c) ¿Cómo interpretas el resultado? R. T. Cada familia tiene en promedio 1.8 hijos.

d) También puedes calcular la media de los datos anteriores con una tabla como la siguiente. Complétala.

Número de hijos	Número de familias	Número de hijos por número de familias
0	7	0
1	12	12
2	19	38
3	9	27
4	2	8
5	1	5
Total	50	90

Divide el total de la tercera columna entre el de la segunda. Media aritmética = $\frac{90}{50}$ = 1.8

conect@mos

Descarga la actividad de media ponderada en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-201

Trabaja con un compañero. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, comparen y validen, en grupo y con ayuda del profesor, sus respuestas.

validar

5. En las siguientes tablas están las calificaciones que obtuvieron 30 alumnos en sus exámenes de Inglés y Geografía.

a) No hagas cálculos. ¿En qué materia salieron mejor? R. P.

b) Calcula la media aritmética de cada grupo de datos para verificar tu respuesta.

Calificación en Inglés	Frecuencia	Calificación por frecuencia
5	6	30
6	4	24
7	8	56
8	5	40
9	3	27
10	4	40
Total	30	217

Media = 7.2

Calificación en Geografía	Frecuencia	Calificación por frecuencia
5	1	5
6	8	48
7	13	91
8	6	48
9	2	18
10	0	0
Total	30	210

Media = $\frac{210}{30}$ = 7

- Comenta, en grupo, cómo calculaste la media en cada caso. Lean la siguiente información y respondan en su cuaderno.

Para calcular la media aritmética de datos que tienen diferente frecuencia…
» Se multiplica cada dato por su frecuencia.
» Se suman todos estos productos.
» El resultado se divide entre la suma de las frecuencias.
Para calcular la media ponderada de datos que tienen diferente peso…
» Se multiplica cada dado por su peso.
» Se suman todos estos productos.
» El resultado se divide entre la suma de los pesos.
Si los pesos o las frecuencias están expresados en porcentajes…
» Se multiplica cada dato por su porcentaje.
» Se suman todos estos productos.

a) ¿Se puede considerar que en el primer procedimiento también se calcula una media ponderada? Explica tu respuesta.

b) ¿Por qué en el tercer procedimiento no se hace una división?

BLOQUE 4

Secuencia 6 / lección 81

La media en datos agrupados

CONTENIDO
Resolución de situaciones de medias ponderadas

resolver

1. Reúnete con un compañero. La siguiente tabla presenta los salarios de los empleados de una empresa.

Intervalo de salario (pesos)	Punto medio del intervalo	Frecuencia	Punto medio por frecuencia
De 0 a 4 999	2 499.5	42	104 979
De 5 000 a 9 999	7 499.5	35	262 482.5
De 10 000 a 14 999	12 499.5	25	312 487.5
De 15 000 a 19 999	17 499.5	12	209 994
De 20 000 a 24 999	22 499.5	3	67 498.5
De 25 000 a 29 999	27 499.5	2	54 999
De 30 000 a 34 999	32 499.5	1	32 499.5
		Total 1: 120	Total 2: 1 044 940

Se quiere calcular la media de los salarios. ¿Cómo podrían hacerlo? Antes de seguir, escriban aquí, brevemente, una forma.

R. P.

2. A continuación se propone un método para calcular la media. Probablemente es la misma que propusieron.

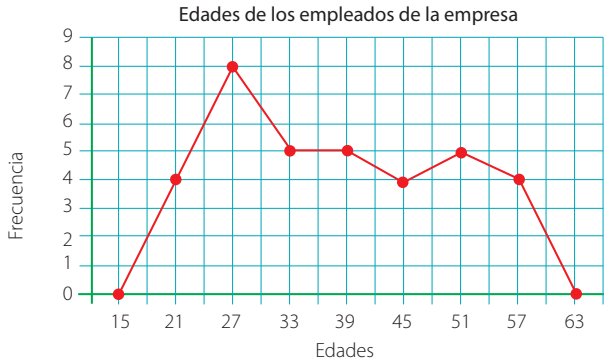
   a) Completen la tabla anterior. Pueden usar calculadora.
   b) Anoten, en el último renglón de las columnas de la derecha, los totales.
   c) Para calcular la media se dividen los totales. ¿Cuál se divide entre cuál?

      Total 2 entre Total 1.

   d) Hagan la división. La media de los salarios es 8 707.83

* Discute, en grupo y con ayuda del profesor, las ventajas y desventajas de calcular el promedio de datos agrupados en intervalos. En particular, analicen por qué, al tratarse de datos agrupados, el promedio obtenido es distinto al que se obtiene con los salarios exactos de cada trabajador.

3. Una empresa contratará un seguro de gastos médicos para sus empleados. Como la tarifa depende de la edad promedio de los trabajadores, se recopilaron los siguientes datos para calcular el costo del seguro. Responde en tu cuaderno.



a) La compañía aseguradora tiene dos tarifas: una para cuando la edad promedio es mayor a 40 años, y otra para cuando es menor. ¿Qué tarifa corresponde a los empleados de la empresa? La segunda tarifa (promedio menor a 40).

b) ¿Qué tarifa consideras que debe ser la más cara y por qué? R. T. La primera tarifa (promedio mayor a 40)

4. **Trabaja en equipo. Investiguen cuánto tiempo, entre semana, ve la televisión por las tardes el resto del grupo.**

a) Completen la tabla. Decidan cuántos y qué intervalos anotar (conviene que tengan la misma amplitud). Cuando definan los intervalos, anoten "Total 1" y "Total 2" donde corresponda.

Intervalo de tiempo (minutos)	Punto medio del intervalo	Frecuencia	Punto medio por frecuencia
R. P.			

b) ¿Cuál es la media del tiempo que ven televisión las personas de su grupo? R. P.

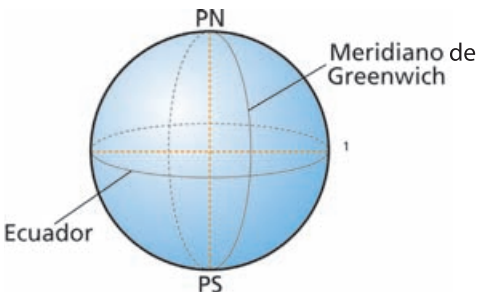
c) Tracen en su cuaderno el histograma y el polígono de frecuencias correspondientes.

✷ **Compara, en grupo y con ayuda del profesor, tus gráficas con las de tus compañeros. Verifiquen que todas representan la misma información. Discutan si, a su juicio, el grupo ve mucha o poca televisión. Escriban, en su cuaderno, una conclusión y expliquen qué parámetros usaron para llegar a ella.**

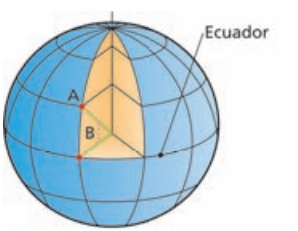
Las coordenadas geográficas

¿Cómo se puede ubicar un lugar del planeta? ¿Qué significa que la capital de Puebla esté a 19º 03' de latitud norte y 98º 12' de longitud oeste?

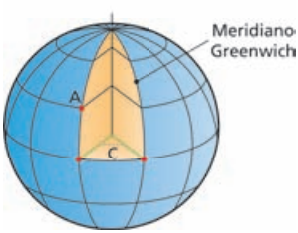
Para indicar dónde está un lugar en la Tierra se utilizan dos líneas imaginarias: el ecuador y el meridiano de Greenwich.



Con estas líneas se determinan las coordenadas geográficas: latitud y longitud.



La *latitud* es la distancia angular entre un punto de la Tierra y el ecuador, y puede ser norte o sur. Por ejemplo, el punto A está a 30º de latitud norte. Las líneas imaginarias paralelas al ecuador se llaman, precisamente, *paralelos*.

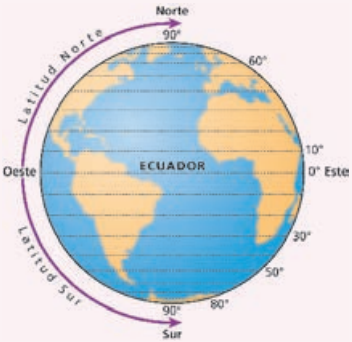


La *longitud* es la distancia angular entre un punto de la Tierra y el meridiano de Greenwich, y puede ser este u oeste. Por ejemplo, A está a 30º de longitud oeste. Las líneas imaginarias que pasan por los polos se llaman *meridianos*.

¿Cuántos grados de latitud hay del ecuador al polo norte? 90 grados.

¿Y al polo sur? 90 grados.

En el dibujo se muestran los paralelos terrestres. **Escribe la latitud de cada uno.**



¿Cuál es la latitud aproximada de la capital de nuestro país?

R. T. 20 grados norte.

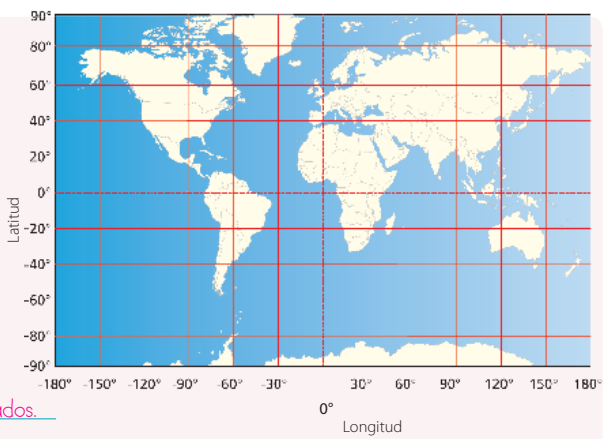
¿Y la de la región más austral (más al sur) de América?

R. T. 60 grados sur.

Considera el siguiente mapa. Observa que en lugar de puntos cardinales (norte, sur, este, oeste) se emplean los signos positivo y negativo.

Ubica en el mapa tres países y anota sus coordenadas.

R. P.



- ¿Cuál es el valor máximo que alcanza la latitud? 90 grados.
- ¿Entre qué valores oscila la longitud? Entre 0 y 180 grados.
- ¿Dónde se cortan el ecuador y el meridiano de Greenwich? En (0, 0).
- ¿En qué continente está el punto 120° longitud y -20° latitud? Oceanía.
- ¿Cuáles son las coordenadas de la península de Yucatán? Latitud 20 grados, longitud -90 grados.
- ¿Y las del lugar donde vives? R. P.

Juega batalla naval, en tu mapa, con un compañero.
Sin que el otro vea, cada uno marca cinco "barcos" en el mar, en las intersecciones de paralelos y meridianos. Por turnos, dicen coordenadas, por ejemplo, "60 grados de longitud y –60 grados de latitud". Si el oponente tiene un barco en ese punto dice "hundido" y vuelve a tirar quien dijo las coordenadas. Si no se hunde algún barco, el oponente dice "agua" y cambia el turno.

Selecciona la opción correcta. Al finalizar la evaluación, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

1. ¿Cuál es la regla general de la sucesión –11, –6, –1, 4, 9, …?

a) $n + 5$ b) $5n + 5$ c) $5n + 16$ d) $5n - 16$

2. En una página de Internet hay dos modalidades para anunciar y vender productos.

Modalidad plata: cobran $5.00 por anunciar el producto, más 6% del precio de venta final.

Modalidad bronce: es gratis anunciar el producto, pero cobran 10% del precio de venta final.

¿Cuánto debe valer un producto para que cueste lo mismo anunciarlo y venderlo en ambas modalidades?

a) $120.00 b) $125.00 c) $130.00 d) $135.00

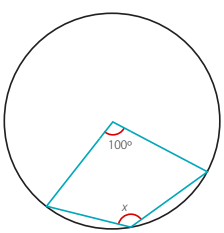
3. Dos automóviles que viajan por la misma carretera partieron del mismo lugar. El A salió primero con una velocidad de 70 km/h, y 30 minutos después, el B con una velocidad de 100 km/h. ¿Cuánto tiempo tardó B en alcanzar a A?

a) 1 h 16 m b) 1 h 10 m c) 1 h 6 m d) 1 h 5 m

4. En la siguiente figura, ¿cuánto mide el ángulo x?

a) 140° b) 130°

c) 80° d) 50°



5. La longitud (L) de un resorte y el peso (P) de un objeto que cuelga de él están relacionados por la expresión $L = 3P + 8$, donde L está expresado en centímetros y P, en kilogramos. Si el resorte alcanzó 12.5 cm de longitud, ¿cuánto pesa el objeto que cuelga de él?

a) 45.5 kg b) 11 kg c) 3 kg d) 1.5 kg

6. En un salón de fiestas hay que pagar $6 000.00 por la renta más $100.00 por la comida de cada invitado. Si y representa el costo total de la fiesta y x, la cantidad de invitados, ¿qué expresión algebraica relaciona x con y?

a) $x = 6000y + 100$ b) $x = 100y + 6000$ c) $y = 6000 + 100x$ d) $y = 100 + 6000x$

7. En un edificio hay que subir siete escalones para llegar a la planta baja y quince más por cada piso extra. La situación se representa en la tabla.

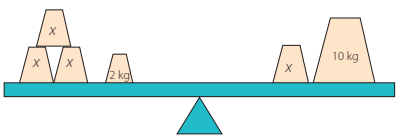
Piso	Escalones
Planta baja	7
Piso 1	22
Piso 2	37
Piso 3	52
Piso 4	67
…	…

¿Cuántos escalones hay que subir para llegar al piso n?

a) $7n + 15$ b) $15n + 7$

c) $22n$ d) $8n$

8. Pedro colocó en una balanza pesas de distintos tamaños hasta equilibrarla. Si las pesas marcadas con x son idénticas, ¿cuánto pesa cada una?

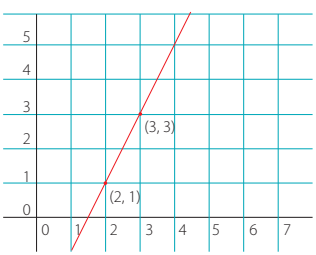


a) 8 kg b) 5 kg

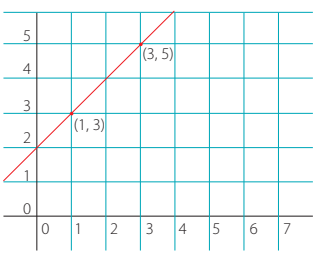
c) 4 kg d) 2 kg

9. ¿En qué gráfica se representa una relación de proporcionalidad?

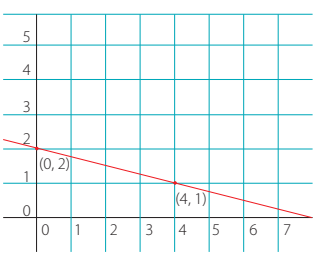
a)



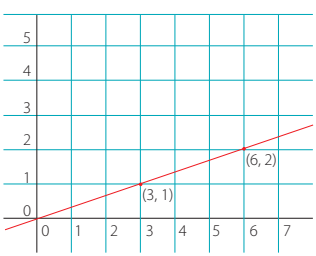
b)



c)



d)



10. Las calificaciones de Fernando en el bimestre son: tareas 8; proyecto 6; y examen 10. Sobre un total de 10, ¿qué ponderación le conviene más para su calificación final?

a) Tareas 1; proyecto 4; examen 5. b) Tareas 3; proyecto 2; examen 5.

c) Tareas 2; proyecto 3; examen 5. d) Tareas 4; proyecto 1; examen 5.

Las vacaciones de Ana Karen e Isabela

Estas vacaciones, dos hermanas quieren ponerse en forma corriendo todos los días. El primer día, Ana Karen correrá 3 km, y a partir del segundo, $\frac{1}{2}$ km más que el día anterior. Isabela, en cambio, comenzará con 5 km, pero cada día correrá $\frac{1}{4}$ km más que el día anterior.

Pregunta 1. ¿Cuántos kilómetros correrá cada una el séptimo día?

a) Ana Karen, 6.5 km; Isabela, 6.75 km. b) Ana Karen, 6 km; Isabela, 6.5 km.

c) Ana Karen, 6 km; Isabela, 7.5 km. d) Ana Karen, 6.5 km; Isabela, 6 km.

Pregunta 2. Relaciona, con una expresión algebraica, el número de día con los kilómetros corridos por Ana Karen ese día.

Pregunta 3. Haz lo mismo con el número de día y los kilómetros corridos por Isabela.

Pregunta 4. ¿Qué día ambas correrán lo mismo?

Pregunta 5. ¿Qué ecuación permite contestar la pregunta anterior?

Ser o no ser, esa es la cuestión

Una compañía teatral presentará la obra *Hamlet*, de William Shakespeare. En el teatro caben 500 espectadores, y el precio máximo al que puede venderse cada boleto es $200.00. La compañía estima que tendrá gastos fijos (sueldos, renta del local, publicidad, etc.) de $35 000.00 por cada representación.

Pregunta 1. Si cada entrada vale $150.00, ¿cuál debe ser la asistencia mínima para que la compañía no pierda dinero?

a) 234 asistentes. b) 233 asistentes. c) 175 asistentes. d) 70 asistentes.

Pregunta 2. Encuentra dos precios de entrada distintos, con sus respectivas asistencias, de manera que la recaudación (dinero obtenido por las entradas) sea la misma en ambos casos.

Pregunta 3. Relaciona, con una expresión algebraica, la asistencia con las ganancias si la entrada se vende al precio máximo. No olvides considerar los gastos fijos.

Pregunta 4. Recopila información sobre las obras de Shakespeare. Redacta brevemente el argumento de alguna.

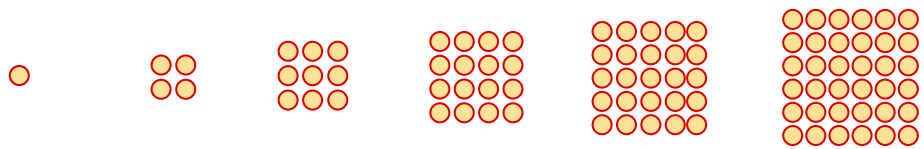
Pregunta 5. En el siglo XVI, las mujeres no podían actuar en los teatros, y los papeles de mujeres eran interpretados por hombres. Redacta y argumenta tu postura ante esta circunstancia.

Y para terminar...

Números figurados

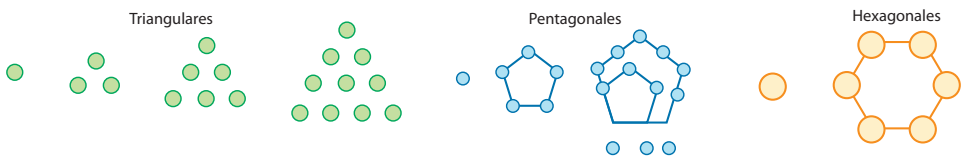
Los números figurados, que se conocen desde la época de los griegos han sido estudiados por matemáticos famosos como Fermat, Pascal, Euler, Lagrange y Cauchy. Son cantidades de puntos con las que se pueden formar polígonos regulares.

Los números cuadrados (1, 4, 9, 16, 25, 36…) se llaman así porque podemos acomodar esas cantidades de puntos para formar cuadrados.



1 4 9 16 25 36

También hay números triangulares, pentagonales, hexagonales, etcétera.



1. Dibuja en tu cuaderno los primeros cinco números pentagonales y hexagonales. Anota debajo de cada figura su número de puntos.

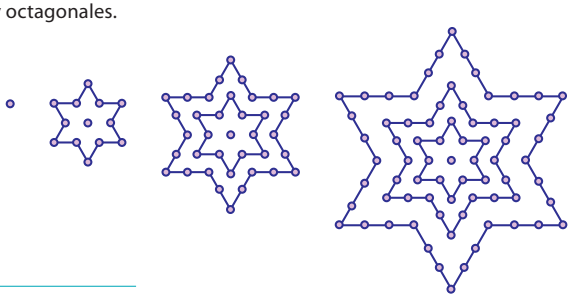
2. Escribe los siguientes dos términos de cada sucesión.

   » 1, 5, 12, 22, 35 , 51

   » 1, 6, 15, 28, 45 , 66

3. Dibuja en tu cuaderno las primeras tres figuras de los números heptagonales y octagonales.

4. Observa las siguientes figuras.



   ¿Cómo les llamarías a esos números? R. P.

   Inventa un patrón de figuras y escribe su sucesión numérica. _____

BLOQUE 5

Aprendizajes esperados

- ✓ Resuelve problemas que implican el uso de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- ✓ Construye figuras simétricas respecto de un eje e identifica las propiedades de la figura original que se conservan.
- ✓ Resuelve problemas que implican determinar la medida de diversos elementos del círculo, como ángulos inscritos y centrales, arcos de una circunferencia, sectores y coronas circulares.
- ✓ Explica la relación que existe entre la probabilidad frecuencial y la probabilidad teórica.

¡A correr!

Una pista de atletismo estándar se compone por dos tramos rectos paralelos y dos curvas idénticas formadas por arcos de circunferencia. Las carreras más cortas son las de 50 m, 60 m, 100 m, 200 m y 400 m, llamadas también pruebas de velocidad.

Si has visto la prueba de 200 m o 400 m habrás notado que al inicio cada corredor se coloca en un lugar distinto de la curva: el del carril exterior está al frente, detrás de él se van colocando los de los carriles centrales, y al final va el del carril interior.

1. ¿Por qué en las pruebas de 200 m y 400 m, el corredor del carril exterior parte delante de los demás?
2. ¿Cómo se calcula el lugar exacto de cada corredor?
3. En las pruebas de 400 m, los corredores tienen prohibido invadir otro carril. Comenta con tus compañeros la razón de esta regla.

Conoce más sobre las pruebas de atletismo en

www.e-sm.com.mx/SCM2A-211a

En las pistas de atletismo, como en muchas otras construcciones, podemos encontrar secciones o partes de círculos y circunferencias. Entender la relación que guardan con el círculo permite conocer sus medidas sin hacer muchos cálculos.

En este bloque conocerás algunas partes del círculo y aprenderás a efectuar cálculos con ellas.

BLOQUE 5

Secuencia 1 / lección 82

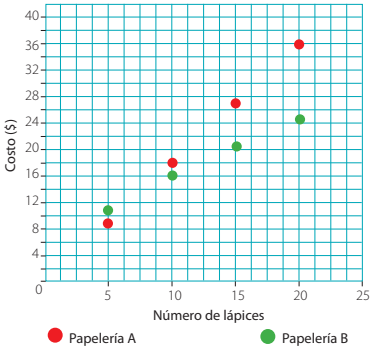
El lenguaje de las gráficas

CONTENIDO Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos

En esta secuencia seguirás aprendiendo a extraer información de la gráfica de una relación. Por ejemplo, verás que es posible saber a partir de qué distancia de recorrido una tarifa de taxi conviene más que otra.

comunicar

1. En la gráfica se representan los precios de distintas cantidades de lápices en las papelerías A y B.

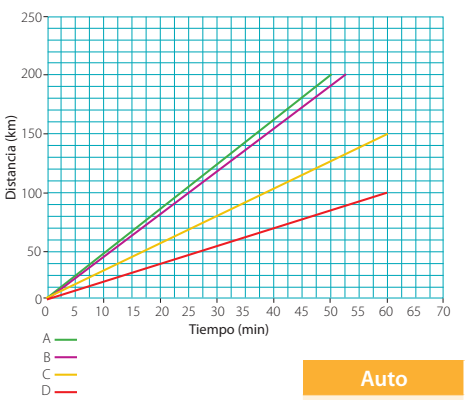


a) En la papelería A, ¿el costo por lápiz se reduce al comprar una cantidad mayor? No.

¿Cómo lo sabes? R. P.

b) En la papelería B, ¿el costo por lápiz se reduce al comprar una cantidad mayor? Sí.

¿Cómo lo sabes? R. P.



2. La gráfica de la izquierda muestra el desempeño de cuatro autos en una carrera de 200 km.

a) ¿Cuáles llegaron a la meta? A y B.

b) ¿Cuál ganó? A.

c) ¿En cuánto tiempo llegó a la meta? En 50 min.

d) ¿Qué auto quedó en último lugar? D.

e) ¿Cuál fue la velocidad promedio de cada uno?

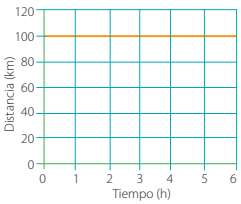
Auto	A	B	C	D
Velocidad (km/h)	240	228.5714	150	100

f) Escribe, para cada auto, la regla de correspondencia entre tiempo (t) y distancia recorrida (d).

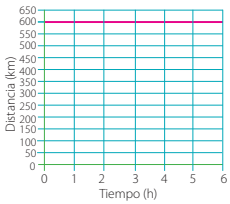
Auto	A	B	C	D
Regla de correspondencia	$d = 240t$	$d = 228.57t$	$d = 150t$	$d = 110t$

3. Un auto viaja 600 km a una velocidad constante de 100 km/h. ¿Qué gráfica relaciona correctamente la distancia y el tiempo?

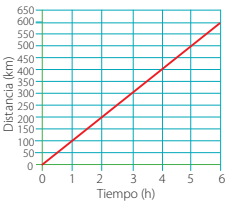
Gráfica 1



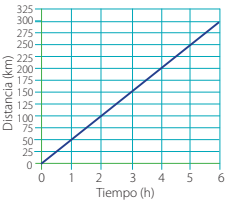
Gráfica 2



Gráfica 3



Gráfica 4



✸ Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Después, averigüen juntos, con respecto al problema 3, en cuáles de las gráficas es posible afirmar que el vehículo está todo el tiempo en el mismo lugar.

4. La siguiente tabla presenta equivalencias entre medidas de temperatura expresadas en grados Celsius (°C) y Fahrenheit (°F).

°C	°F
–10	14
–5	23
0	32
5	41
10	50

a) Traza, en una hoja de papel milimétrico, un plano cartesiano y ubica puntos de modo que sus abscisas (x) sean medidas de la tabla de grados Celsius y sus ordenadas (y), las correspondiente en grados Fahrenheit.

b) Si ubicaste bien los puntos, puedes trazar una recta que pase por los cinco. Traza la recta que una los puntos y prolóngala en ambos sentidos.

c) Localiza en la recta 0 °C. ¿A cuántos grados Fahrenheit corresponde? 32 °F

d) ¿Cuál es la temperatura en grados Celsius si un termómetro marca 59 °F? 15 °C

Las relaciones en las que a cada elemento de un conjunto inicial le corresponde, cuando más, un elemento de un conjunto final, son **funciones**.

5. Haz, en equipo, lo siguiente.

a) Tracen, en papel cuadriculado, siete rectángulos con distinta base y altura, pero cuyo perímetro sea de 24 unidades.

b) Llamen x a la base y y a la altura. Completen la tabla con las bases y alturas de los rectángulos que trazaron.

Base (x)	Altura (y)
1	11
2	10
3	9
4	8
5	7
6.5	5.5
10.5	1.5

c) Localicen, en un plano cartesiano, en papel milimétrico, estos puntos. Observen que los puntos están alineados. Únanlos con una recta.

d) Encuentren, a partir de la gráfica, cinco parejas de números con punto decimal que correspondan a la base y la altura de rectángulos con perímetro de 24 unidades.

Anótenlas aquí. R. T. (7.5, 4.5), (8.5, 3.5), (9.3, 2.7), (0.3, 11.7), (6.1, 5.9)

e) Expresen la función que a cada medida de la base (x) asocia una medida de la altura (y).

$y = -x + 12$

✸ Comparen sus resultados de los ejercicios 4 y 5 con los de sus compañeros. Con respecto al ejercicio 5, encuentren una forma de probar que la función que se busca no puede ser $y = x + 12$

comunicar

Secuencia 1 / lección 83

Puntos alineados

CONTENIDO Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos

conect@mos

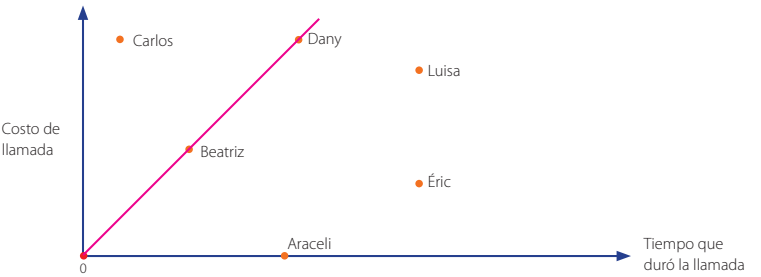
Descarga la actividad de gráficas de funciones lineales en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-214

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, comparen y validen, en grupo y con ayuda del profesor, sus respuestas.

comunicar

1. Los puntos del siguiente plano corresponden a llamadas telefónicas.



a) ¿Quién habló a un número gratuito? Araceli.

b) ¿Quiénes tardaron lo mismo? Luisa y Éric.

c) ¿Quiénes pagaron lo mismo por su llamada? Carlos y Dany.

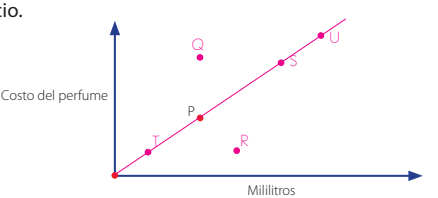
d) ¿Quién hizo una llamada de larga distancia? Carlos.

e) Dos personas pagaron la misma tarifa por minuto, ¿quiénes? Beatriz y Dany.

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros y expliquen cómo las encontraron. Después, tracen una línea recta que salga del origen y que pase por el punto que corresponde a Beatriz. Observen que esa recta también pasa por el punto de Dany. ¿Qué se puede inferir acerca de las tarifas que pagaron Beatriz y Dany?

2. En el siguiente plano, se representará la relación entre la cantidad de perfume y el precio, de distintas marcas. El punto P representa un frasco con cierta cantidad de perfume (mL), y cierto precio.

R. T.



Ubica en el plano:

a) Un punto Q que represente un frasco con igual cantidad de perfume y mayor precio que P.

b) Un punto R para un frasco con mayor cantidad de perfume, pero menor precio que P.

c) Tres puntos S, T, U que representen frascos con distinta cantidad de perfume y distinto precio que P, pero en los que el precio por mililitro sea el mismo que el de P.

3. En algunas ciudades, el servicio de taxi es proporcionado por compañías que cobran distintas tarifas. A continuación compararás algunos costos.

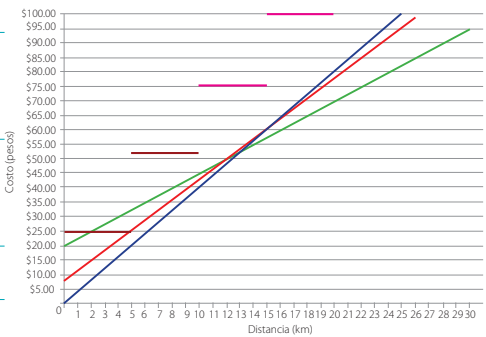
resolver

La compañía A cobra $8.00 por servicio más $3.50 por km.

Distancia recorrida (d)	Costo del viaje (c)
2 km	$15.00
7.8 km	$35.30
5.5 km	$27.25
10.1 km	$43.35
12 km	$50.00

a) Completa la tabla.

A continuación está graficada la relación entre distancia y costo de las compañías A, B y C.



b) ¿De qué color es la gráfica correspondiente a la compañía A?

Rojo.

c) La relación entre distancia y costo de la compañía B es $c = 2.5d + 20$. ¿De qué color es su gráfica? Verde.

d) ¿De cuánto es la cuota fija y el costo por kilómetro de las otras dos compañías? Compañía B $20.00 por servicio y $2.50 por kilómetro. C no cobra por el servicio, pero cobra $4.00 por kilómetro.

e) Una persona viajará 10 km. ¿Con qué compañía pagará menos? Compañía C.

¿Cómo lo sabes? R. P.

De 0 km a 4.99 km	$25.00
De 5 km a 9.99 km	$50.00
De 10 km a 14.99 km	$75.00
De 15 km a 19.99 km	$100.00

f) A partir de qué distancia conviene más la compañía B que la A? A partir de 12 kilómetros.

g) Los taxis que dan servicio en la terminal de autobuses cobran por rangos, como se muestra en la tabla. La gráfica de una relación como ésta tiene la forma de una escalera. En el plano cartesiano anterior está trazada la parte que va de 0 km a 9.99 km en color café. Complétala hasta 20 km.

¿Conviene esta tarifa más que las otras si se recorrerán 8 km? No.

Argumenta tu respuesta. R. P.

h) La compañía D cobró $14.00 por un viaje de 2 km, y $26.00 por otro de 5 km. ¿Cuánto cobra por kilómetro? $4.00 ¿De cuánto es la cuota fija? $6.00

conect@mos

Aprende más sobre las gráficas de funciones lineales en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-215a

www.e-sm.com.mx/SCM2A-215b

Haz las actividades propuestas y contesta las preguntas. Si tienes dudas, revisa los conceptos que estudiaste en esta secuencia.

✸ **Compara tus resultados con los de tus compañeros. Después, completen lo siguiente. Las tres gráficas cortan el eje de las ordenadas (en el que se indica el costo) en diferentes puntos cuyas coordenadas son: (0, 0); (___, 8) y (0,___) ¿Cuántos kilómetros recorridos y qué costo representa cada pareja?**

BLOQUE 5

Secuencia 2 / lección 84

El tinaco de agua

CONTENIDO

Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente

¿Tienen algo que ver las reglas de correspondencia de las funciones con la posición de las rectas que las grafican? En esta lección descubrirás que sí, y también que el álgebra y la geometría se unen en algunos aspectos.

1. Considera las situaciones.

Situación A	Situación B	Situación C
El tinaco está vacío cuando se abre una llave que deja caer un caudal de 5 ℓ de agua por minuto.	El tinaco contiene 25 ℓ de agua cuando se abre una llave que deja caer un caudal de 5 ℓ de agua por minuto.	El tinaco tiene 25 ℓ de agua; la llave permanece cerrada todo el tiempo.

a) Completa las tablas.

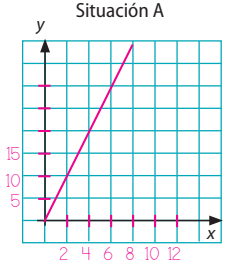
Situación A	
minutos	litros
0	0
1	5
2	10
3	15
10	50
12	60

Situación B	
minutos	litros
0	25
1	30
2	35
3	40
10	75
12	85

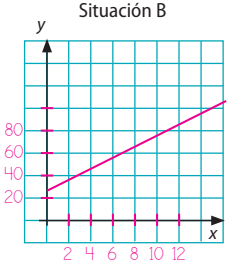
Situación C	
minutos	litros
0	25
1	25
2	25
3	25
10	25
12	25

b) Grafica las relaciones anteriores.

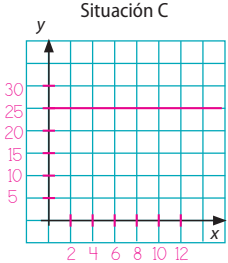
Situación A



Situación B



Situación C



c) ¿En qué situación la cantidad de agua no cambia con el tiempo? En C.

d) Expresa las funciones en los dos casos en los que la cantidad de agua en el tinaco (y) depende del tiempo (x).

$y =$ $5x$ $y =$ $5x + 25$

2. Considera la situación D.

Situación D	
	El tinaco tiene 6 ℓ cuando se abre una llave que deja caer un caudal de 4 ℓ de agua por minuto.

a) ¿Qué expresión indica su regla de correspondencia?

$y = 6x$ $y = 4x + 6$

$y = 4x$ $y = 6x + 4$

b) Elabora, en tu cuaderno, una tabla como las anteriores e indica cuánta agua hay en el tinaco después de cero, uno, dos, tres, cuatro y cinco minutos. Localiza los puntos con esas coordenadas en un plano cartesiano y únelos.

c) Si al abrir la llave en el tinaco hubiera 10 ℓ en lugar de 6 ℓ, ¿cómo quedaría la expresión?

$y = 4x + 10$ ¿Y si hubiera 22 ℓ? $y = 4x + 22$ ¿Y si el tinaco estuviera vacío al abrir la llave? $y = 4x$

d) Anticipa, antes de graficar las expresiones del inciso c), qué afirmación, de las siguientes, es verdadera.

» Se obtienen rectas paralelas.
» Se obtienen rectas que pasan por el punto (0, 6).
» Se obtienen rectas que pasan por el punto (0, 0).

e) Grafica las expresiones del inciso c) para verificar tu respuesta.

3. Considera la situación D y contesta.

comunicar

a) En el tinaco hay 6 ℓ, pero en lugar de caer 4 ℓ por minuto, caen 10 ℓ.

¿Cómo queda la expresión? $y = 10x + 6$ ¿Y si cayeran 15 ℓ por minuto? $y = 15x + 6$

b) ¿Qué afirmación sobre las gráficas, de las expresiones del inciso anterior, es verdadera?

» Son rectas paralelas.
» Son rectas que pasan por el punto (0, 6).
» Son rectas que pasan por el punto (0, 0).

c) Grafica las expresiones del inciso a) para verificar tu respuesta.

d) ¿Qué representa el 4 en la expresión $y = 4x + 6$? Los litros que salen por minuto.

¿Y el 6? Los litros que ya estaban en el tinaco.

✸ **Comenta, con el resto del grupo, qué tienen en común las expresiones algebraicas de dos tinacos que se llenan con caudales de agua iguales, y las de dos tinacos que comienzan con la misma cantidad de agua. Anoten en su cuaderno sus conclusiones.**

BLOQUE 5

Secuencia 2 / lección 85

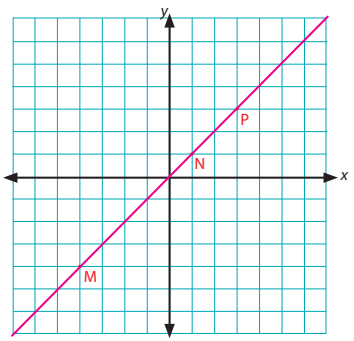
Gráficas, tablas y reglas de correspondencia

CONTENIDO

Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente

1. Considera el siguiente plano y la tabla bajo él.

a) Anota las coordenadas de M, N y P, y traza una recta con los puntos.



b) Escribe en la tabla las coordenadas de Q, R y S de manera que se ubiquen sobre la recta que trazaste.

c) Subraya, de los siguientes puntos, aquellos que estén sobre esa recta.

T (–4, 4) U (1.5, 1.5) V (–3.2, –3.2) W $(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2})$

d) Completa las coordenadas de los puntos para que se ubiquen sobre la recta.

J (7.4, 7.4) K ($\frac{-5}{8}$, $\frac{-5}{8}$) L (2.1, 2.1)

e) Escribe la regla de correspondencia que relacione la abscisa (x) con la ordenada (y) de los puntos de la recta.

$y =$ x

Punto	x	y
M	–4	–4
N	1	1
P	3	3
Q	R. P.	
R		
S		

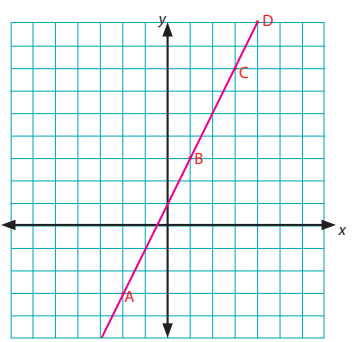
f) ¿La regla de correspondencia anterior es la regla de una relación de proporcionalidad?

Sí. Explica por qué. R. P.

g) ¿La recta trazada es la bisectriz del ángulo que forman los ejes? Sí. Anota una evidencia de tu respuesta. R. T. Porque la recta divide al ángulo en dos partes iguales.

resolver

2. Considera el plano y la tabla siguientes.



Punto	x	y
A	–2	–3
B	1	3
C	3	7
D	4	9
E	R. P.	
F		
G		

a) Observa que los puntos están alineados. Traza una recta que pase por todos ellos.

b) Escribe las coordenadas de los cuatro puntos en la tabla.

c) Ubica tres puntos en la recta, los que tú quieras, nómbralos E, F, G y anota en la tabla sus coordenadas.

d) Escribe la regla de correspondencia que relacione la abscisa (x) con la ordenada (y) de los puntos de la recta: $y =$ $2x + 1$

e) Verifica que las coordenadas de los puntos que ya ubicaste en la recta, cumplan la regla.

f) ¿La regla de correspondencia anterior es la regla de una relación de proporcionalidad?

No ¿Cómo lo sabes? R. P.

✸ **Reúnete con dos o tres compañeros y comparen las reglas de correspondencia que propusieron en las actividades 1 y 2. Verifiquen que, en cada caso, las coordenadas de los puntos cumplan con la regla de correspondencia.**

a) Discutan, con el resto del grupo, cómo puede saberse, a partir de su gráfica y su regla de correspondencia, si una relación es de proporcionalidad. Anoten sus conclusiones.

R. P.

comunicar

Ya sabemos...

Una relación entre dos conjuntos de cantidades es proporcional si existe un número, llamado *constante de proporcionalidad*, que al multiplicarse por cualquier elemento del primer conjunto, dé como resultado el elemento correspondiente del segundo.

3. Lleva a cabo en tu cuaderno, y en equipo, lo siguiente.

a) Localicen, en un plano cartesiano, los puntos A (–1, 3) y B (3, 1).

b) Tracen el segmento AB.

c) Localicen al menos cinco puntos sobre el plano a la misma distancia de A que de B, y anoten sus coordenadas R. P.

d) Si localizaron correctamente los cinco puntos, podrán trazar una recta que pase por ellos. Compruébenlo.

e) Escriban la regla de correspondencia que relacione la abscisa (x) con la ordenada (y) de los puntos que trazaron. $y = 2x$

✸ **Reúnete con dos compañeros y comparen sus gráficas y la regla de correspondencia que encontraron en la actividad anterior. Si hay diferencias, averigüen qué la causa.**

BLOQUE 5

Secuencia 2 / lección 86

La ecuación de la recta I

CONTENIDO

Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente

1. Trabaja en equipo. Anoten, en cada caso, la regla de correspondencia de la relación que se indica.

Lección 77 ("Masas y resortes"), actividad 1, inciso d)	$L = 10 + 2M$
Lección 84 ("El tinaco de agua"), actividad 1, inciso d), 1a regla	$y = 5x$
Lección 84 ("El tinaco de agua"), actividad 1, inciso d), 2a regla	$y = 5x + 25$
Lección 85 ("Gráficas, tablas y reglas de correspondencia"), actividad 2, inciso d)	$y = 2x + 1$
Lección 85 ("Gráficas, tablas y reglas de correspondencia"), actividad 3, inciso e)	$y = 2x$

Observen que todas estas reglas se parecen a la siguiente.

$$y = mx + b$$

La regla de correspondencia $y = mx + b$ también se llama **ecuación de la recta** porque, al trazar su gráfica, se obtiene precisamente una recta.

resolver

2. Efectúa, en pareja, lo siguiente.

a) En la tabla se proporcionan valores para m y b. Con cada par se puede escribir una ecuación del tipo $y = mx + b$. Escriban las ecuaciones que faltan.

b) Anoten las ecuaciones en los encabezados de las tablas de la siguiente página, calculen los valores que faltan, y grafiquen en el plano cartesiano.

m	b	$y = mx + b$
3	3	$y = 3x + 3$
3	–1	$y =$ $3x - 1$
3	0	$y =$ $3x$
1	2	$y =$ $x + 2$
1	4	$y =$ $x + 4$
1	–4	$y =$ $x - 4$

c) Contesten las preguntas.

» ¿Qué tienen en común las tres primeras ecuaciones? _____

Todas tienen la expresión 3x.

» ¿Y las rectas que les corresponden? Son paralelas.

$y = 3x + 3$	
x	y
−2	−3
0	3
2	9

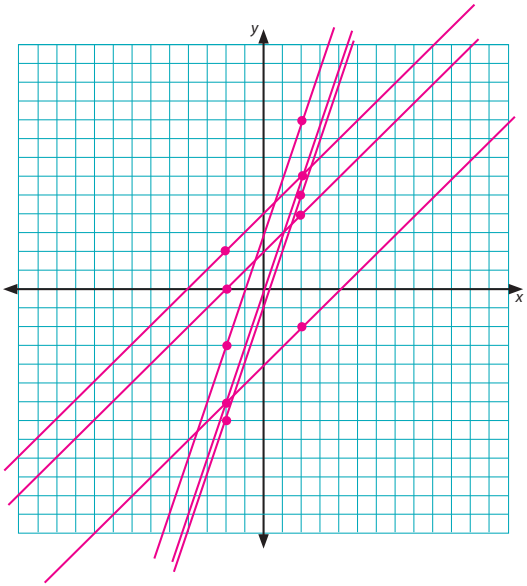
$y = 3x - 1$	
x	y
−2	−7
0	−1
2	5

$y = 3x$	
x	y
−2	−6
0	0
2	6

$y = x + 2$	
x	y
−2	0
0	2
2	4

$y = x + 4$	
x	y
−2	2
0	4
2	6

$y = x - 4$	
x	y
−2	−6
0	−4
2	−2



d) ¿Qué tienen en común las tres últimas ecuaciones y sus rectas?

Son paralelas y su pendiente es $m = 1$

- Hagan, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Comparen las respuestas de las preguntas del inciso 2 c).

b) Comenten la siguiente información.

En una ecuación del tipo $y = mx + b$, la m determina la inclinación de la recta; por ello se llama **pendiente**.
Las gráficas de ecuaciones con la misma pendiente son rectas paralelas. Por ejemplo, son rectas paralelas las gráficas de las siguientes ecuaciones.

$y = -5x$ $y = -5x + 9$ $y = -5x - 4$

3. Lleva a cabo lo que se indica.

a) Traza las gráficas de las ecuaciones.

$y = -2x + 1$ $y = -2x + 3$ $y = -2x - 3$
$y = 2x + 1$ $y = 2x + 3$ $y = 2x + 4$

b) ¿Qué pasa con la inclinación de la recta cuando la pendiente es negativa? La recta baja (de izquierda a derecha). ¿Y cuando es positiva? La recta va hacia arriba.

BLOQUE 5

Secuencia 2 / lección 87

La ecuación de la recta II

CONTENIDO

Análisis de los efectos al cambiar los parámetros de la función $y = mx + b$, en la gráfica correspondiente

1. En cada tabla aparece la ecuación de una recta.

a) Completa las tablas y grafica las ecuaciones en el plano cartesiano.

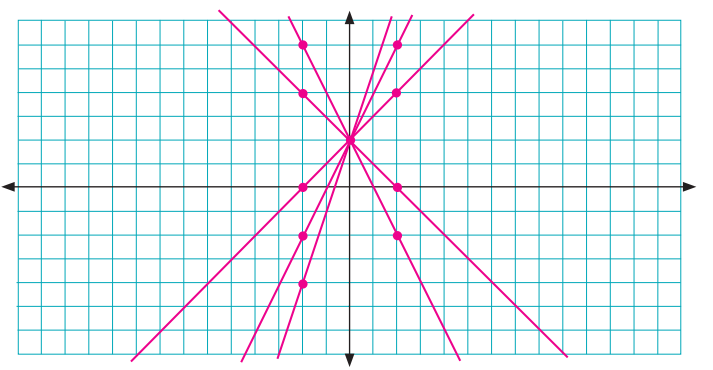
$y = x + 2$	
x	y
–2	0
0	2
2	4

$y = 3x + 2$	
x	y
–2	–4
0	2
2	8

$y = -x + 2$	
x	y
–2	4
0	2
2	0

$y = 2x + 2$	
x	y
–2	–2
0	2
2	6

$y = -2x + 2$	
x	y
–2	6
0	2
2	–2



b) Responde las preguntas.

» ¿Qué tienen en común las cinco ecuaciones?

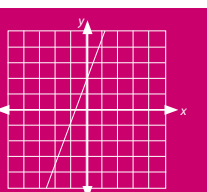
Se intersecan en (0, 2).

» Todas las rectas graficadas pasan por un punto, ¿cuáles son sus coordenadas?

(0, 2)

✸ Comparen, en grupo y con ayuda del profesor, las respuestas con las de sus compañeros. Lean lo siguiente.

La recta $y = mx + b$ corta el eje y en el punto $(0, b)$. La b se denomina **ordenada al origen**. Por ejemplo, en la gráfica $y = 3x + 2$, la ordenada al origen es 2.



conect@mos

Descarga la actividad de familias de funciones lineales en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-222

Trabaja en equipo. Hagan la actividad propuesta y contesten las preguntas. Al finalizar, validen con su profesor el método que inventaron para trazar la gráfica de una función lineal a partir de los valores de m y b.

2. Efectúa lo siguiente.

a) Subraya las ecuaciones que corten el eje *y* en el punto (0, 2).

$y = -3x + 2$ $y = x - 2$ $y = 0.5x + 2$ $y = 2x + 1$

b) Escribe otras dos ecuaciones de rectas que pasen por ese punto.

R. T. $y = 2x + 2$ $y = 3x + 2$

3. La ecuación de la recta $y = 2x + 1$ proporciona la siguiente información: "la ordenada de cualquier punto en esta recta es igual al doble de su abscisa más uno."

a) De los siguientes puntos, dos pertenecen a la recta. Subráyalos.

A (2, 2) B (2, 5) C (–2, –3) D (–2, –5)

b) Completa la tabla de tal forma que todos los puntos pertenezcan a la recta.

c) Grafica en tu cuaderno la recta.

Punto	F	G	H	I	J	K	L
x	–2	–1	0	1	2	3	4
y	–3	–1	1	3	5	7	9

d) ¿Cuál es su pendiente? 2 ¿Y su ordenada al origen? 1

4. En el cuadro de la derecha se dan valores para la pendiente (*m*) y para la ordenada al origen (*b*). Con cada par se puede escribir una ecuación del tipo $y = mx + b$.

m	*b*	$y = mx + b$
1	3	$y = x + 3$
$\frac{1}{2}$	–1	$y = \frac{1}{2}x - 1$
3	0	$y = 3x$
–2	0	$y = -2x$
0	2	$y = 2$
0	5	$y = 5$

a) Escribe las ecuaciones que faltan.

b) Traza las gráficas en tu cuaderno.

c) Contesta las preguntas.

» ¿Cuáles son las dos gráficas que pasan por el punto (0, 0), donde se cortan los ejes?

$y = 3x$ y $y = -2x$

» ¿Cuáles son las dos rectas paralelas al eje de las abscisas? $y = 2$ y $y = 5$

» En dos de las ecuaciones, el valor de *y* es constante, es decir, no depende del valor de *x*. ¿Cuáles son? $y = 2$ y $y = 5$

» Sólo dos gráficas corresponden a relaciones de proporcionalidad directa.

» ¿Cuáles son? $y = 3x$ y $y = -2x$

✹ Reúnete con uno o dos compañeros y comparen sus respuestas a la actividad 4.

técnicas

conect@mos

Identifica cómo cambia la gráfica de una función lineal al variar sus parámetros en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-223a

www.e-sm.com.mx/SCM2A-223b

Haz las actividades y responde las preguntas. Después, elabora un resumen de las características de las gráficas de funciones lineales. Si tienes dudas, revisa los conceptos de las secuencias 1 y 2.

BLOQUE 5

Secuencia 3 / lección 88

Adivinanzas con dos números desconocidos

CONTENIDO

Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros. Reconocimiento del punto de intersección de sus gráficas como la solución del sistema

En lecciones anteriores aprendiste a resolver ecuaciones en las que se desconoce un número. En esta secuencia estudiarás otras en las que se desconocen dos y las resolverás gráficamente.

Convivimos

En matemáticas es muy importante compartir ideas sobre procedimientos y resultados de problemas. Cuando hayas resuelto un problema es bueno que te cuestiones a ti y a tus compañeros sobre: "¿cómo se comprueba si la solución es correcta?, ¿es la única solución?, ¿habrá otras?, ¿habrá otras maneras de resolverlo?".

1. Resuelve de manera individual la adivinanza del inciso a) y lo demás en equipo.

a) Pensé dos números; al restar uno del otro obtengo 2. ¿Cuáles son? R. T. 4 y 2.

b) Comparen sus soluciones. Probablemente sean distintas. Escriban al menos cinco más.

R. T. 6 y 4; 5 y 3; 7 y 5; 10 y 8; 9 y 7

c) ¿Cuántas soluciones tiene la adivinanza, considerando que los números pueden ser positivos o negativos, enteros o no enteros? Una cantidad infinita.

d) Llamaremos x al número menor y y al mayor. A continuación hay cuatro ecuaciones; tres corresponden a la adivinanza anterior y una no. Tachen la que no corresponde.

$y - x = 2$ $\quad x + y = 2$ $\quad y = x + 2$ $\quad x = y - 2$

No corresponde porque R. P.

✸ Comparen sus resultados con los de otros equipos. Comenten, con ayuda del profesor, la siguiente información y vean si coincide con lo que ustedes pensaron.

La ecuación $y = x + 2$ tiene dos incógnitas y admite una infinidad de soluciones. Cada solución es una pareja de números.

2. Trabaja en equipo. Lleven a cabo lo siguiente.

a) Completen la tabla.

x	$y = x + 2$
−2	0
−1	1
0	2
3	5
5	7
12	14
14	16

Observen que cada vez que dan un valor a x y calculan el de y obtienen una solución de la adivinanza anterior.

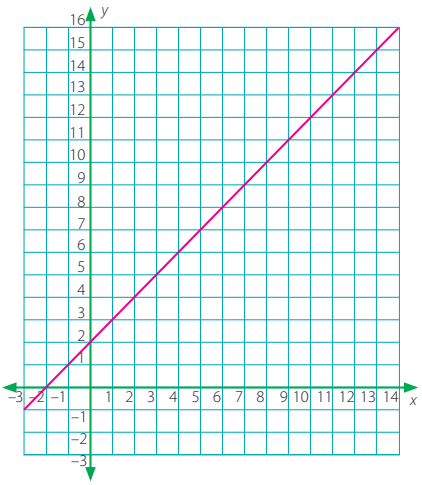
¿Empiezan a sospechar que la ecuación $y = x + 2$ se parece a algo que ya estudiaron?

La ecuación $y = x + 2$ es del tipo $y = mx + b$, es decir, es la ecuación de una recta. Esta recta es, a la vez, la gráfica de la función $y = x + 2$.

b) Grafiquen la función en el plano cartesiano. Verifiquen que los puntos estén alineados.

c) Escojan un punto de la recta cuyas coordenadas no estén en la tabla anterior. Anoten sus coordenadas. R. P.

Verifiquen que esas coordenadas satisfagan la ecuación $y = x + 2$.



3. **Consideren la siguiente adivinanza.**

Pensé dos números cuya suma es 12. ¿Cuáles son?

a) Den al menos tres soluciones. R. T. 6 + 6; 8 + 4; 9 + 3

b) Llamen x y y a los números. A continuación se presentan cuatro ecuaciones; tres corresponden a la adivinanza anterior y una no. Tachen la que no corresponde.

$x + y = 12$ $\quad y = 12 - x$ $\quad x = 12 - y$ $\quad y = 12 + x$

No corresponde porque R. P.

c) Escriban, en la tabla de la derecha, la ecuación bajo la forma $y =$ 12 − x, y encuentren varias soluciones más.

x	y = 12 − x
−2	14
−1	13
0	12
3	9
5	7
12	0
14	−2

d) Grafiquen según corresponda en el plano cartesiano de la gráfica anterior.

e) Utilicen la gráfica para encontrar varias soluciones para la segunda adivinanza.

4. **Consideren las dos adivinanzas al mismo tiempo.** resolver

Pensé dos números, al restarlos obtengo 2 y al sumarlos, 12. ¿Qué números son?

a) Escriban aquí una solución: $x =$ 5 $y =$ 7. Expliquen, en su cuaderno, cómo la encontraron.

b) ¿Cuántas soluciones creen que haya: una, varias o una infinidad? Una.

c) Observen que las gráficas se cortan en un punto. ¿Cuáles son sus coordenadas? (5, 7) Anoten sus observaciones en sus cuadernos.

✸ **Compartan las conclusiones con sus compañeros. Verifiquen que los valores de x y de y cumplen con las condiciones de las adivinanzas.**

BLOQUE 5

Secuencia 3 / lección 89

Resolución gráfica de un sistema de ecuaciones

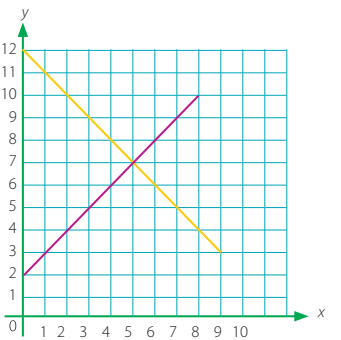
CONTENIDO

Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros. Reconocimiento del punto de intersección de sus gráficas como la solución del sistema

1. Trabaja con un compañero. Lean la información y anoten lo que falta.

En la lección anterior aprendieron que las ecuaciones $y = x + 2$ y $y = 12 - x$ tienen, por separado, infinidad de soluciones. Por ejemplo, tres soluciones de la primera son R. P.

También observaron que solo hay un par de valores que resuelve al mismo tiempo a ambas ($x =$ 5, $y =$ 7). Ese par es la solución del sistema de dos ecuaciones. Finalmente, apreciaron que cada ecuación es la ecuación de una recta. Las coordenadas del punto de corte de ambas rectas son justamente la solución del sistema: (5, 7).



2. Trabajen en equipo.

a) Encuentren al menos tres soluciones para cada una de las siguientes dos ecuaciones.

R. T.

$x + y = 3$
$2x - y = 6$

$x + y = 3$	$2x - y = 6$
$x =$ 10 $y =$ -7	$x =$ 2 $y =$ -2
$x =$ 1 $y =$ 2	$x =$ 5 $y =$ 4
$x =$ 0 $y =$ 3	$x =$ 8 $y =$ 10

b) Encuentren ahora un par de números que sea solución de las dos ecuaciones al mismo tiempo, es decir, un par que resuelva el sistema de dos ecuaciones.

$x =$ 3 $y =$ 0

✸ Verifiquen, con sus compañeros y con ayuda del profesor que el par de números que proponen efectivamente resuelva las dos ecuaciones.

a) Observen que solamente hay un par de números que las resuelve a las dos;
b) Comparen las maneras en que encontraron su solución, traten de identificar al menos dos procedimientos distintos.

Para encontrar soluciones de las ecuaciones dando valores a x y calculando los correspondientes de y, es cómodo expresarlas en función de y, como **reglas de correspondencia**. Vean cómo hacerlo con la primera ecuación.

$x + y = 3$ $\qquad$ $y = 3 - x$

3. Hagan lo que se pide a continuación para que conozcan una manera de encontrar gráficamente la solución de un sistema de ecuaciones.

técnicas

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

R. T.

a) Verifiquen, en su cuaderno, que la ecuación $x + 2y = 7$ puede reescribirse como $y = \frac{7 - x}{2}$

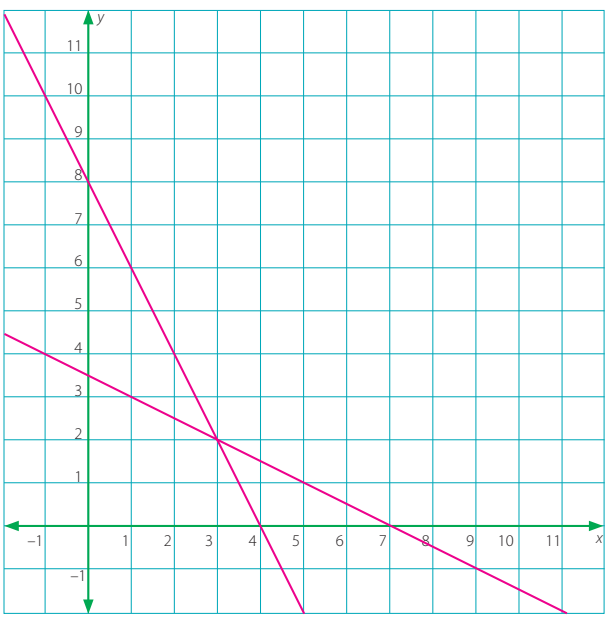
b) Expresen la ecuación $2x + y = 8$ en función de y, como regla de correspondencia $y =$ $-2x + 8$

c) Completen las tablas dando valores a x y calculando los correspondientes de y.

$y = \frac{7 - x}{2}$	
x	y
1	3
2	$\frac{5}{2}$
3	2
4	$\frac{3}{2}$

$y =$ $-2x + 8$	
x	y
1	6
2	4
3	2
4	0

d) Encuentren el par de valores que resuelve las dos ecuaciones, tracen las gráficas de las ecuaciones y localicen las coordenadas del punto donde se corten las rectas.



Coordenadas del punto donde se cortan las rectas:

$x =$ 3 $\qquad$ $y =$ 2

g) Verifiquen que, con las coordenadas del punto donde se cruzan las rectas, se satisfagan las dos ecuaciones y, por tanto, sean la solución del sistema.

4. Resuelve gráficamente, en tu cuaderno, los siguientes sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ $x = 3$ $y = 3$

b) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ $x = 2$ $y = -2$

c) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ $x = 0$ $y = 3$

✸ Con el apoyo de su profesor, comparen sus resultados. Si hay diferencias, localicen los errores y corrijan lo necesario.

BLOQUE 5

Secuencia 3 / lección 90

Una solución, muchas soluciones o ninguna

CONTENIDO

Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros. Reconocimiento del punto de intersección de sus gráficas como la solución del sistema

1. Ya observaste que las coordenadas del punto en el que se cortan dos rectas que corresponden a un sistema de dos ecuaciones, solucionan ese sistema. Pero ¿qué sucede cuando las rectas no se cortan? ¿Y cuando coinciden en todos sus puntos? Resuelve gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones.

a) $\begin{cases} 4x - y = -5 \\ 4x - y = -10 \end{cases}$

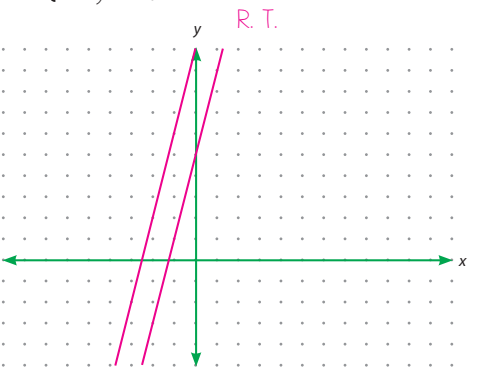
Reglas de correspondencia

Ecuación 1: $y =$ 5 + 4x

Ecuación 2: $y =$ 10 + 4x

Tabla 1	
x	y
0	5
1	9
–1	1
–2	–3

Tabla 2	
x	y
0	10
–1	6
–2	2
–3	–2



2. Responde, con ayuda del profesor, las preguntas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones cuyas gráficas son rectas que no se cruzan? No tiene solución.

b) ¿Cómo se puede saber antes de trazar las rectas correspondientes a un sistema de ecuaciones si se cruzarán? Si tienen pendientes iguales y distinta ordenada al origen.

Una pista

Consulta la lección 98, "La ecuación de la recta I". En el recuadro de información en el que se habla de rectas con la misma pendiente hay una buena pista para contestar la pregunta anterior.

3. Representa gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones en el plano cartesiano que está en la siguiente página.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$

a) ¿Cómo se puede saber, antes de representarlas, que dos ecuaciones formarán la misma recta?

Verificando que una de las ecuaciones es múltiplo de la otra.

b) Cuando las gráficas de las dos ecuaciones son la misma recta, ¿cuántas soluciones tiene el sistema: una, ninguna o una infinidad? Argumenten su respuesta.

Una infinidad, pues todos sus puntos coinciden.

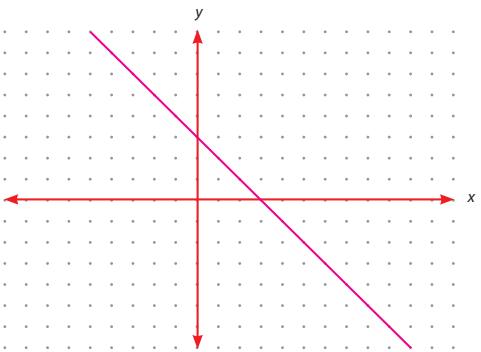
Reglas de correspondencia

Ecuación 1: $y =$ $-x + 3$

Ecuación 2: $y =$ $-x + 3$

Tabla 1	
x	y
0	3
1	2
2	1
3	0

Tabla 2	
x	y
0	3
1	2
2	1
3	0



✸ Compara, en grupo y con ayuda del profesor, tus gráficas con las de tus compañeros.

Una pista

Al despejar la *y* en las dos ecuaciones, podrás apreciar con mayor facilidad por qué las gráficas coinciden.

resolver

4. Trabaja en equipo. Analicen los siguientes sistemas de ecuaciones para determinar si tendrán una solución, muchas o ninguna.

a) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$ Muchas soluciones

b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$ Una solución

c) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ Sin solución.

d) $\begin{cases} 2x - 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{cases}$ Una solución

e) $\begin{cases} 5x - 11y = 2 \\ 10x - 22y = 4 \end{cases}$ Muchas soluciones

f) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x - y = 8 \end{cases}$ Sin solución

comunicar

5. Hagan, con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Comparen sus respuestas sobre los sistemas de ecuaciones analizados.
b) Si hay diferencias, grafiquen para ver quiénes tienen razón.
c) Completen los siguientes enunciados.

Las gráficas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas serán rectas paralelas y, por tanto, no se cruzarán cuando tengan la misma pendiente pero distinta ordenada al origen.

Las gráficas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas serán una sola recta cuando tengan la misma pendiente y ordenada al origen.

Las gráficas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas se cruzarán en un punto cuando tengan distinta pendiente.

conect@mos

Resuelve un problema usando sistemas de ecuaciones en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-229

Si tienes dudas, revisa las lecciones de esta secuencia.

BLOQUE 5

Secuencia 4 / lección 91

Técnicas para resolver sistemas de ecuaciones I

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente (suma y resta, igualación o sustitución)

En esta secuencia conocerás varias técnicas para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas sin graficar. Todas las técnicas buscan lo mismo: manipular las ecuaciones con dos incógnitas para obtener una nueva ecuación con una sola.

1. Haz, con un compañero, lo siguiente.

a) Resuelvan el sistema de ecuaciones sin graficarlas. Verifiquen que la solución satisfaga a ambas.

sistema $\begin{cases} 3a + 2b = 9 \\ 2a + b = 5 \end{cases}$

Solución: $a =$ 1 $b =$ 3

b) ¿Cómo se puede obtener una ecuación con una incógnita, ya sea a o b? Es decir, ¿cómo se puede eliminar una de las incógnitas? Observen cómo es posible con la técnica de la sustitución. La clave es sustituir, en una de las ecuaciones, una de las incógnitas por su valor en términos de la otra.

Paso	Qué queremos	Transformación de las ecuaciones	Qué logramos
1	Queremos expresar el valor de una incógnita en términos de la otra. Para ello se escoge cualquiera de las ecuaciones y se "despeja" una incógnita. En este caso, escogeremos la segunda y despejaremos b, porque es más sencillo.	$2a + b = 5$ ↓ $b = 5 - 2a$	Ya conocemos el valor de b, expresado en términos de a. Es $5 - 2a$.
2	En la ecuación que no hemos usado sustituimos b por su valor: $5 - 2a$.	$3a + 2b = 9$ ↓ $3a + 2(5 - 2a) = 9$	Hemos obtenido una ecuación con una incógnita.
3	Resolvemos la ecuación con una incógnita.	$3a + 10 - 4a = 9$ ↓ $a = 1$	Encontramos que a vale 1.
4	Conocer el valor de b será fácil ahora que sabemos, gracias al paso 1, que $b = 5 - 2a$. Sustituimos a por su valor, que es 1.	$b = 5 - 2a$ ↓ $b = 5 - 2(1) = 3$	Encontramos que b vale 3.
5	Entonces $a = 1$ y $b = 3$. Falta verificar que los valores satisfagan las dos ecuaciones.	$3(1) + 2(3) = 9$ $2(1) + 3 = 5$	Los valores $a = 1$ y $b = 3$ sí resuelven las dos ecuaciones.

2. Cuando una técnica se ha comprendido hay que practicarla para dominarla. Reúnete con un compañero y usen la técnica anterior para resolver los sistemas. Trabajen en su cuaderno.

técnicas

Una pista

Al emplear el método de sustitución puedes decidir en qué ecuación despejar una de las incógnitas. Analiza, en cada par de ecuaciones de este ejercicio, qué incógnita te conviene despejar.

a) $\begin{cases} 2a + b = 5 \\ a + 2b = 1 \end{cases}$ $a =$ 3 $b =$ −1

b) $\begin{cases} 2a - b = 6 \\ 3a - 2b = 4 \end{cases}$ $a =$ 8 $b =$ 10

c) $\begin{cases} 2a + 3b = 22 \\ a - 2b = 6 \end{cases}$ $a = \frac{62}{7}$ $b = \frac{10}{7}$

d) $\begin{cases} 3a - 2b = 5 \\ a + 2b = 15 \end{cases}$ $a =$ 5 $b =$ 5

3. Planteen, para cada problema, dos ecuaciones y resuélvanlas como prefieran: gráficamente, con la técnica de sustitución o por ensayo y error.

resolver

a) María compró 40 reglas para sus alumnos, unas a $5.00 y otras a $7.00. Gastó $230.00. ¿Cuántas reglas de cada tipo compró?

Ecuación 1: $x + y = 40$ Ecuación 2: $7x + 5y = 230$ Solución: $x = 15;\ y = 25$

b) En la bodega hay 25 archiveros, unos de tres cajones y otros de cuatro. Si en total hay 85 cajones, ¿cuántos archiveros hay de cada tipo?

Ecuación 1: $x + y = 25$ Ecuación 2: $3x + 4y = 85$ Solución: $x = 15;\ y = 10;$

c) Se formó un tubo de 42.5 m uniendo quince tramos. Unos tramos eran de 2.7 m y otros de 3.1 m. ¿Cuántos tramos de cada tipo se usaron?

Ecuación 1: $x + y = 15$ Ecuación 2: $2.7x + 3.1y = 42.5$ Solución: $x = 10;\ y = 5$

✸ **Comparen, en grupo y con ayuda del profesor, sus soluciones a los problemas anteriores.**

a) Comenten, para cada uno de los tres problema anteriores, si alguno de los métodos utilizados les pareció más práctico que los demás. Anoten sus conclusiones.

R. P.

b) Inventen una situación que pueda resolverse con alguno de los sistemas de ecuaciones de las actividades 1 y 2. Verifiquen que las soluciones que encontraron cumplan con las condiciones del problema.

BLOQUE 5

Secuencia 4 / lección 92

Técnicas para resolver sistemas de ecuaciones II

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente (suma y resta, igualación o sustitución)

1. Reúnete con un compañero. Lleven a cabo lo siguiente.

a) Completen las sumas i y ii.

b) Sumen los dos miembros izquierdos de las igualdades y verifiquen si el resultado coincide con el que se obtiene al sumar los dos miembros derechos.

c) Lean la información del recuadro de abajo.

i) $9 + 3 = 5 +$ 7

ii) $1 + 10 = 7 +$ 4

$9 + 3 + 1 + 10 =$ 23

Cuando se suman "miembro a miembro" dos igualdades se obtiene siempre una nueva igualdad:

$$\begin{array}{r} a = b \\ c = d \\ \hline a + c = b + d \end{array}$$

d) ¿Sucede lo mismo si se restan miembro a miembro dos igualdades? Verifíquenlo con algunos ejemplos. Escriban la conclusión a la que lleguen.

R. P.

2. La técnica para resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas llamada "de suma o resta" se basa en el principio anterior. La idea es sumar o restar miembro a miembro las dos ecuaciones de manera que se "elimine" una incógnita, quedando una nueva ecuación con una sola. Resuelvan, para conocer la técnica de suma y resta, el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{array}{rrcl} & x + 2y & = & 12 \\ + & 3x - 2y & = & 26 \\ \hline & 4x & = & 38 \end{array} +$$

a) Sumen miembro a miembro las ecuaciones.

b) Observen que la ecuación que obtienen tiene una sola incógnita. Resuélvanla. ¿Cuánto vale x? 9.5

c) Sustituyan x por su valor en cualquiera de las ecuaciones originales. Obtendrán otra ecuación, cuya incógnita es y. Resuélvanla.

¿Cuánto vale y? 1.25

3. Fue fácil resolver el sistema de ecuaciones anterior porque las ecuaciones tenían términos opuestos, es decir, términos que al sumarse dieron 0: $2y$ y $-2y$. Pero también puede usarse la técnica de suma o resta cuando las ecuaciones no tienen términos opuestos. Hagan lo siguiente.

Ya sabemos...

Recuerda que cuando se multiplican los dos miembros de una igualdad por un mismo número, se obtiene una ecuación equivalente, es decir, una ecuación con la misma solución.

a) Observen cómo se puede resolver el sistema $\begin{cases} 2x+3y=8 \\ 5x+2y=9 \end{cases}$

- Primero hay que obtener dos ecuaciones equivalentes a las anteriores, pero con términos opuestos.
- Se puede, por ejemplo, multiplicar los miembros de la primera ecuación por -5, y los de la segunda por 2. Así, aparecerán los términos opuestos $-10x$, en la primera; y $10x$, en la segunda.

b) Completen la resolución.

Técnica de suma y resta	
Multiplicamos los dos miembros de la primera ecuación por -5.	$2x+3y=8$ $-5(2x+3y)=-5(8)$ $-10x-15y=-40$
Multiplicamos los dos miembros de la segunda por 2.	$5x+2y=9$ $2(5x+2y)=2(9)$ $10x+4y=18$
Sumamos miembro a miembro las ecuaciones obtenidas.	$-10x-15y=-40$ $10x+4y=18$ $0-11y=-22$
Resolvemos la ecuación que obtuvimos con una incógnita.	$y=$ 2
Sustituimos y por su valor en cualquiera de las ecuaciones iniciales. Resolvemos la ecuación con incógnita x que obtenemos.	Ecuación de incógnita x: $2x+3(2)=8$ $x=$ 1

4. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones con la técnica de suma o resta. Observa que en algunos casos no es necesario obtener ecuaciones equivalentes, pues ya hay términos opuestos. En otros basta con obtener una ecuación equivalente.

técnicas

Convivimos

Es necesario que asumas la responsabilidad de tu aprendizaje. No esperes a que el profesor te diga si tu respuesta es correcta. Aprende a argumentar y explicar a otros por qué consideras que lo es y, si otros te argumentan que no es así, acepta que estás equivocado sin ninguna pena.

a) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-y=-2 \end{cases}$ $x=1$ $y=3$

b) $\begin{cases} 2x-3y=-6 \\ 5x-y=11 \end{cases}$ $x=3$ $y=4$

c) $\begin{cases} 8x+y=8 \\ 3x-2y=16 \end{cases}$ $x=\frac{32}{19}$ $y=\frac{-104}{19}$

d) $\begin{cases} 5x+4y=2 \\ 4x+5y=-2 \end{cases}$ $x=2$ $y=-2$

e) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6} \end{cases}$ $x=2$ $y=3$

- Comenten las dificultades que tuvieron y comparen sus resultados. Verifiquen que los valores de las incógnitas cumplen con las ecuaciones. En particular comenten cómo resolvieron el inciso e).

BLOQUE 5

Secuencia 4 / lección 93

Problemas diversos y una técnica más

CONTENIDO

Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de un sistema de ecuaciones 2 × 2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente (suma y resta, igualación o sustitución)

conect@mos

Descarga la actividad de sistemas de ecuaciones en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-234

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus conclusiones sobre la pregunta 3.

1. Reúnete con un compañero. Formulen, para cada problema, un sistema de ecuaciones y resuélvanlo, en su cuaderno, con la técnica que prefieran.

a) La cajera de un banco recibió $500.00 en monedas de $5.00 y de $10.00. La máquina cuentamonedas indica que son 82 en total. ¿Cuántas monedas de $5.00 y cuántas de $10.00 recibió la cajera?

Sistema de ecuaciones: Solución:

$5x + 10y = 500$ $x = 64;\ y = 18$

$x + y = 82$

b) Un día, la señora Juana vendió en su papelería 30 cuadernos, por los cuales recibió $420.00. Doña Juana sólo vende cuadernos de $12.00 y de $15.00. ¿Cuántos vendió de cada precio?

Sistema de ecuaciones: Solución:

$x + y = 30$ $x = 10;\ y = 20$

$12x + 15y = 420$

c) En una granja hay cerdos y gallinas. Si se cuentan 252 patas y 70 cabezas, ¿cuántos cerdos y cuántas gallinas hay?

Sistema de ecuaciones: Solución:

$x + y = 70$ $x = 56;\ y = 14$

$4x + 2y = 252$

✹ Hagan, con ayuda del profesor, lo siguiente.

a) Comparen el sistema de ecuaciones que formularon para cada problema. En caso de que no coincidan, identifiquen si hay algún error.

b) Revisen sus procedimientos para resolver cada sistema de ecuaciones.

c) Comparen sus soluciones.

d) Verifiquen que cada solución cumpla las condiciones del problema.

2. Ya conoces una técnica gráfica y dos analíticas (la de sustitución y la de suma o resta) para resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas. Ahora aprenderás una tercera técnica analítica, llamada "de igualación". Su principio es despejar una misma incógnita en las dos ecuaciones. Trabaja con un compañero.

a) Completen la resolución del sistema. $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + y = 3 \end{cases}$

Técnica de igualación	
Pasos a seguir	**Ejecución de los pasos**
Paso 1. Se despeja x o y en ambas ecuaciones. En este caso es más sencillo despejar y.	Despeje de y en la primera ecuación: $2x + y = 6$, $y = 6 - 2x$. Despeje de y en la segunda ecuación: $x + y = 3$, $y =$ 3 − x
Paso 2. Se "igualan" los valores de y obtenidos en el paso 1. Así se obtiene una ecuación con una sola incógnita.	$6 - 2x =$ 3 − x
Paso 3. Se resuelve la ecuación anterior para obtener el valor de x.	$x =$ 3
Paso 4. Se usa el valor de x en cualquiera de las ecuaciones originales para obtener el de y.	$y =$ 0

b) Resuelvan, en su cuaderno, los siguientes sistemas con la técnica de igualación.

técnicas

$\begin{cases} x + 15y = 24 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$ $x = \frac{3}{17}$; $y = \frac{27}{17}$

$\begin{cases} 2x + y = -8 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$ $x = -3$; $y = -2$

$\begin{cases} y = 6 - 2x \\ 3x - y = 14 \end{cases}$ $x = 4$; $y = -2$

$\begin{cases} x = y + 4 \\ 6x - 10y = 0 \end{cases}$ $x = 10$; $y = 6$

3. Lean el problema e indiquen qué sistemas de ecuaciones, de los que se presentan, lo resuelven. Encuentren la solución y verifiquen que cumpla con las condiciones del problema.

Las edades de la madre y la hija suman 48 años. Dentro de seis años, la edad de la madre será cinco veces la de la hija. ¿Cuáles son las edades actuales de ambas?

comunicar

$\begin{cases} x + y = 48 \\ x + 6 = 5(y + 6) \end{cases}$ $x = 44$; $y = 4$

$\begin{cases} x + y = 48 \\ 6x = y \end{cases}$ $x = \frac{48}{7}$; $y = \frac{288}{7}$

$\begin{cases} x + y = 48 \\ x + 6 = y + 6 \end{cases}$ $x = 24$; $y = 24$

- Comparen, con ayuda del profesor, sus respuestas con las de sus compañeros.

4. Trabaja en equipo. Haz, con base en el siguiente sistema de ecuaciones, lo que se indica.

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

a) Escriban, en su cuaderno, un problema representado por ese sistema y resuélvanlo.
b) Comparen, con ayuda del profesor, su problema con los de otros equipos.

- Comenten, en grupo y con ayuda del profesor, las ventajas y desventajas de las tres técnicas para resolver sistemas de ecuaciones que vieron en esta secuencia. Inventen sistemas de ecuaciones que sean más fáciles de resolver con alguna de las técnicas y expliquen por qué. Anoten en su cuaderno sus conclusiones.

conect@mos

Practica la resolución de sistemas de ecuaciones en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-235

Resuelve algunos ejercicios. Valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

BLOQUE 5

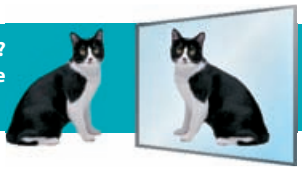
Secuencia 5 / lección 94

Reflejos I

CONTENIDO

Construcción de figuras simétricas respecto de un eje, análisis y explicitación de las propiedades que se conservan en figuras como triángulos isósceles y equiláteros, rombos, cuadrados y rectángulos

¿Has observado cómo se refleja una imagen en un espejo? ¿Qué tiene que ver esto con las matemáticas? Más de lo que te imaginas, como comprobarás en esta secuencia.



1. Supón que hay un espejo en la línea roja entre cada par de figuras. Anota, en cada pareja, una ✓ para indicar si una figura es reflejo de la otra. Explica en tu cuaderno por qué.

a)

No es reflejo.

b)

Sí es reflejo.

c)

No es reflejo.

d)

No es reflejo.

2. Traza, para cada pareja de aviones, una recta que simule un espejo; es decir, que cada avión sea un reflejo del otro con respecto a esa recta.

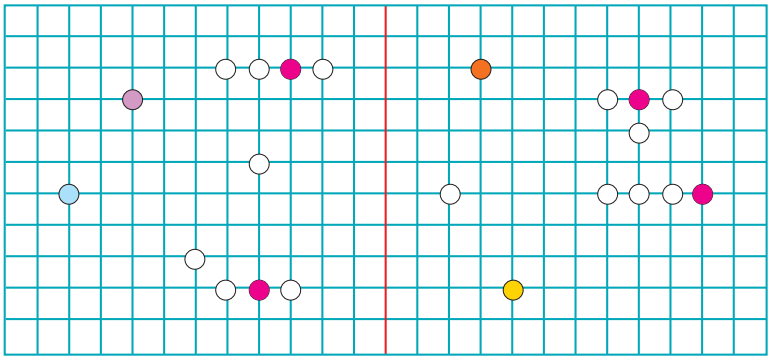
Una pista

La línea que trazaste se llama eje de simetría. Se dice que una figura y su reflejo son simétricos con respecto a este eje.

- Compara tus resultados con los de otros compañeros. En cada figura unan un punto del avión con el punto que le corresponde en el reflejo. Discutan cómo es la línea que une los puntos con respecto al eje de simetría.

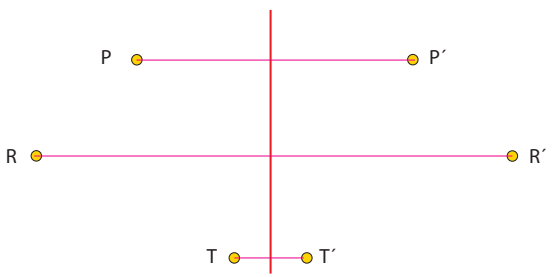
3. Identifica los puntos que sean simétricos con respecto a la línea roja y píntalos del mismo color.

resolver



Compara la distancia de un punto al eje de simetría con la de su reflejo. Escribe tus conclusiones en el cuaderno.

4. Une con un segmento las parejas de puntos simétricos y mide los ángulos que forma cada uno con el eje de simetría.



a) ¿Cuánto miden estos ángulos? 90°

b) ¿Cómo se llaman los ángulos que tienen esta medida? Rectos.

c) ¿Cómo se llaman las rectas que forman ángulos de esta medida? Perpendiculares.

d) Responde en tu cuaderno. Traza un punto **A** y una línea recta **r**. Escribe cómo trazarías el punto simétrico de **A** con respecto a la recta **r**.

e) Describe cómo caracterizarías a un punto y a su simétrico con respecto a una recta.

✸ Compara tus resultados con los de tus compañeros. Argumenten cómo trazaron los puntos simétricos. Entre todos escriban un procedimiento para hacerlo e indiquen la caracterización de un punto y su simétrico con respecto a una recta.

Secuencia 5 / lección 95

Reflejos II

CONTENIDO

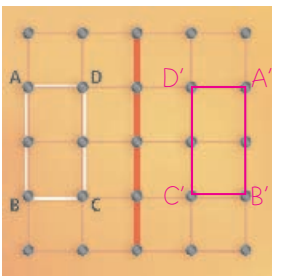
Construcción de figuras simétricas respecto de un eje, análisis y explicitación de las propiedades que se conservan en figuras como triángulos isósceles y equiláteros, rombos, cuadrados y rectángulos

Una pista

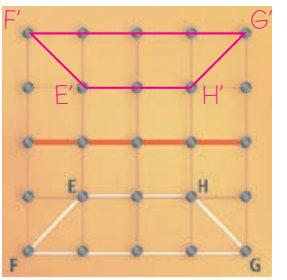
Puedes verificar tus respuestas imaginando que si doblas la imagen por el eje de simetría, la figura que dibujaste coincide exactamente con la otra.

resolver

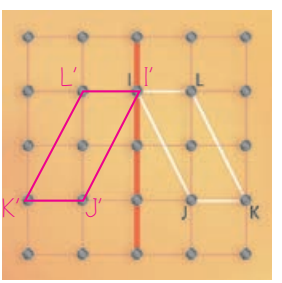
1. Dibuja, en cada arreglo de puntos, la figura simétrica con respecto al segmento rojo.



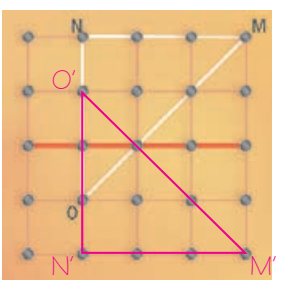
a)



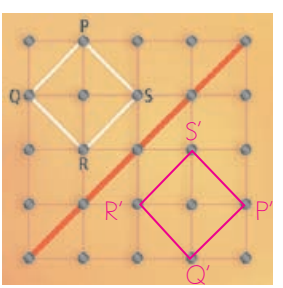
b)



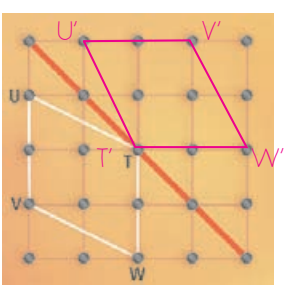
c)



d)



e)

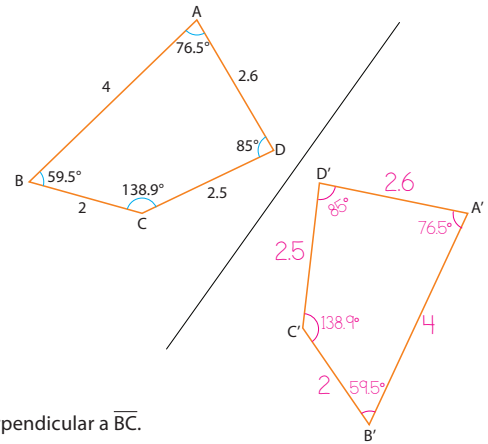


f)

Se han puesto letras a los vértices de cada figura. Se acostumbra nombrar a un punto y a su simétrico con la misma letra, poniendo un apóstrofo a la del simétrico. Así, al simétrico de **A** se le nombra **A′**, que se lee "A prima".

2. Anota, en las figuras que trazaste en la actividad anterior, las letras correspondientes a los vértices.

3. Observa los cuadriláteros. Efectúa lo que se indica.



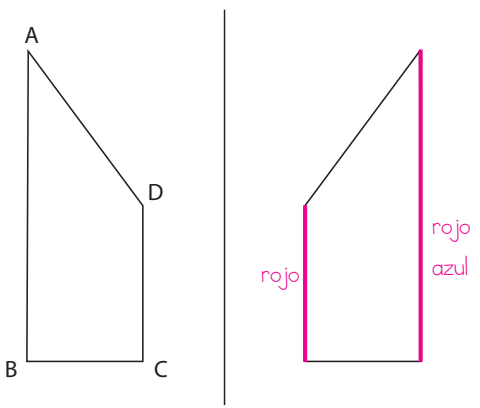
a) Sin medir, anota a cada lado del cuadrilátero A'B'C'D' la medida de sus lados y de sus ángulos.

b) Explica por qué consideras que los lados y los ángulos tienen la medida que anotaste.

R. T. Porque al ser figuras simétricas, los lados y los ángulos correspondientes miden lo mismo.

c) Comprueba tus respuestas midiendo los lados y los ángulos.

4. En el trapecio de la izquierda, $\overline{AB}$ es paralelo a $\overline{CD}$ y $\overline{AB}$ es perpendicular a $\overline{BC}$.



a) Remarca con rojo, en el reflejo del trapecio $\overline{ABCD}$, un par de lados paralelos.

b) Remarca con azul, en el reflejo del trapecio $\overline{ABCD}$, un lado perpendicular a $\overline{BC}$.

c) Si dos segmentos son paralelos, ¿cómo son sus simétricos? paralelos

d) Si dos segmentos son perpendiculares, ¿cómo son sus simétricos? perpendiculares

validar

Convivimos

Al compartir tus procedimientos y resultados de esta lección, pregúntate: "¿en qué es distinta mi solución de la de mis compañeros?; si no estás de acuerdo con el resultado que dan tus compañeros, ¿cómo puedes convencerlos?" Cuando haya diferencias o desacuerdos, no olvides que escuchar y tratar de entender los argumentos del otro te ayuda a comprender mejor los conocimientos matemáticos involucrados.

✸ Compara los resultados con los de tus compañeros, en especial las respuestas a las preguntas de los incisos c) y d). Verifiquen, en las figuras del ejercicio 1, qué se cumple lo que se enuncia en el siguiente recuadro.

Al reflejar una figura se conservan…
- las medidas de sus lados y de sus ángulos.
- el paralelismo y la perpendicularidad de sus lados.

BLOQUE 5

Secuencia 5 / lección 96

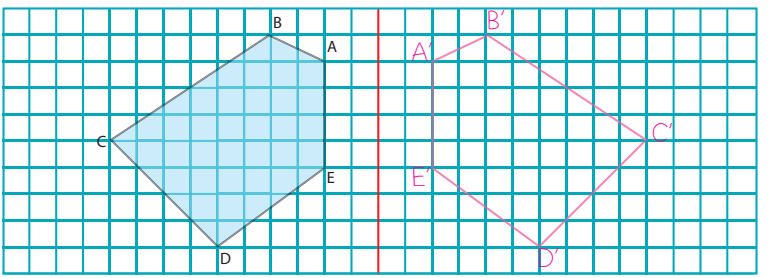
Sin cuadrícula

CONTENIDO

Construcción de figuras simétricas respecto de un eje, análisis y explicitación de las propiedades que se conservan en figuras como triángulos isósceles y equiláteros, rombos, cuadrados y rectángulos

resolver

1. Traza la figura simétrica a la azul con respecto a la línea roja. Nombra A' al punto simétrico de A, B' al simétrico de B, y así sucesivamente.



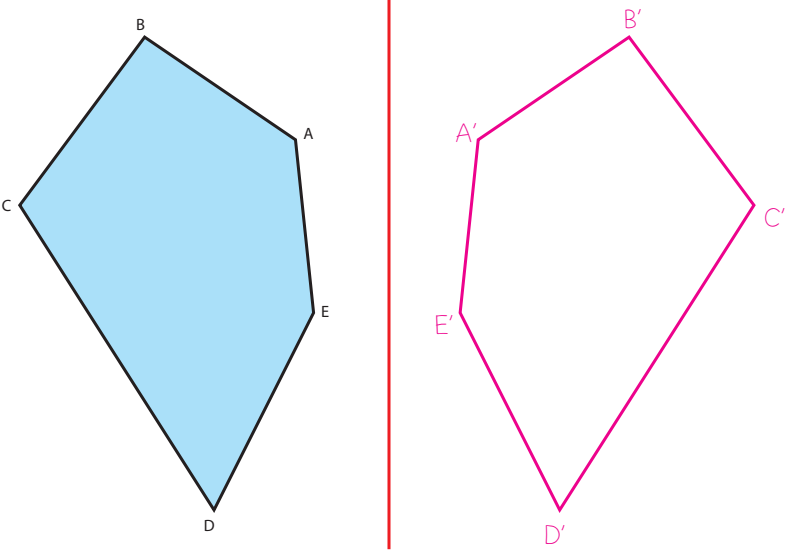
comunicar

Una pista

Recuerden las propiedades de los puntos simétricos que estudiaron en la lección "Reflejos I".

2. Ahora no hay cuadrícula. Consideren, en equipo, cómo trazar la simétrica de la figura azul con respecto a la línea roja.

Tracen la figura y escriban, en sus cuadernos, el procedimiento que siguieron.



conect@mos

Descarga la actividad de ejes de simetría en…

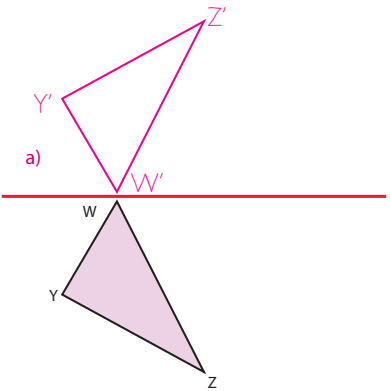
www.e-sm.com.mx/SCM2A-240

Haz la actividad propuesta y contesta las preguntas. Al finalizar, valida con ayuda del profesor la clasificación que hiciste de los cuadriláteros.

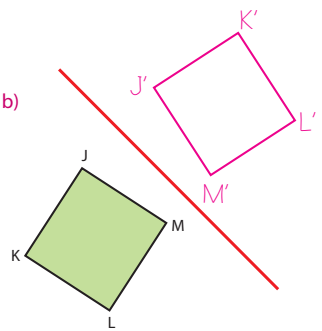
- Comparen sus procedimientos con los de otros equipos. Elijan, en grupo, los más precisos para construir una figura simétrica a otra con respecto a un eje. Después, con ayuda del profesor, escriban en su cuaderno un procedimiento que los ayude a trazar una figura simétrica de otra, respecto a un eje.

3. Traza la simétrica de cada figura con respecto al eje. Rotula con letras los vértices.

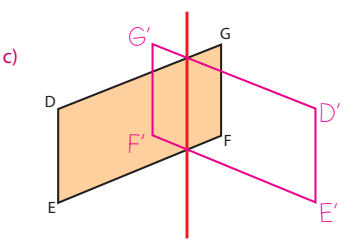
a)



b)



c)



Compara tus figuras con las de otros compañeros, en especial, la del inciso c; coméntenla. Si tienen duda en alguna figura pueden usar un espejo para comprobar que trazaron bien el reflejo de cada figura.

Para trazar una figura simétrica a otra con respecto a un eje…
- se trazan perpendiculares a éste por cada vértice de la figura;
- se mide, sobre la perpendicular, la distancia de cada vértice al eje y se toma del otro lado del eje para encontrar los vértices simétricos;
- se unen los vértices simétricos para formar la figura simétrica.

técnicas

Reflexionamos

Las rectas roja y azul son paralelas. Imagina que reflejas el conejo con respecto a la recta roja y luego con respecto a la azul. Observa que el original mira a tu derecha. ¿Hacia dónde mira el conejo de la primera reflexión?, ¿y el de la segunda?

conect@mos

Aprende más sobre simetría en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-241

Haz la actividad y contesta las preguntas. Si tienes dudas, revisa los conceptos de esta secuencia.

BLOQUE 5

Secuencia 6 / lección 97

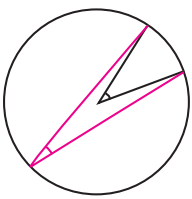
Triángulos y circunferencias

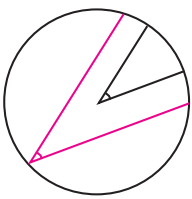
CONTENIDO

Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona

Si un triángulo está inscrito en una circunferencia de tal manera que uno de sus lados es un diámetro, ¿qué tipo de triángulo es? ¿Siempre se puede trazar una circunferencia que pase por los vértices de un cuadrilátero? ¿Cuál es el área de una corona circular? Podrás responder este tipo de preguntas tras estudiar esta secuencia.

1. Traza en la primera circunferencia, sin medir, un ángulo inscrito que mida la mitad del ángulo central; y en la segunda circunferencia, un ángulo inscrito que mida lo mismo que el ángulo central. R. T.





validar

2. Un ángulo inscrito abarca un arco igual a la mitad de una circunferencia.

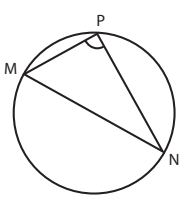
   a) ¿Cuánto mide el ángulo? 90^0

   b) Argumenta tu respuesta. R. P.

Una pista

Recuerda que a una circunferencia completa corresponden 360°.

3. En la figura, $\overline{MN}$ es un diámetro.

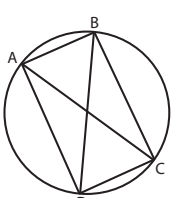


   a) ¿Cuánto mide el ángulo inscrito MPN? 90^0

   b) ¿Cómo lo averiguaste? R. T. El arco MN corresponde a un ángulo central de 180^0, por lo tanto, $\angle MPN$ mide la mitad.

   c) Si el radio de la circunferencia fuera de 5 cm, ¿cuánto mediría el arco del ángulo MPN? 15.70796 cm

4. En la figura, $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son diámetros.

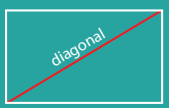


   a) ¿Qué tipo de cuadrilátero es ABCD? Rectángulo.

   b) Argumenta tu respuesta. Porque $\overline{AC}$ y $\overline{DB}$ son diámetros, lo que implica que los ángulos inscritos ABC, BCD, CDA y DAB miden 90^0 (la mitad de 180^0).

Ya sabemos...

Una diagonal une dos vértices no consecutivos de un polígono.



5. Traza en tu cuaderno un segmento $\overline{PQ}$. Después traza varios rectángulos de manera que $\overline{PQ}$ sea una de sus diagonales.

✸ Trabaja en grupo. Comparen cómo trazaron los rectángulos. Hay un procedimiento muy práctico con el que se pueden trazar muchos fácilmente. Si no lo han descubierto, búsquenlo. Consideren trazar una circunferencia.

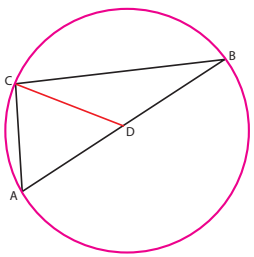
6. El triángulo ABC es un triángulo rectángulo.

resolver

a) Traza la circunferencia que pasa por los tres vértices.

b) Si $\overline{AB}$ midiera 15 cm, ¿cuánto mediría la mediana trazada con rojo? 7.5 cm

c) ¿Si $\overline{AB}$ mide x, ¿cuánto mide $\overline{CD}$? $\frac{x}{2}$

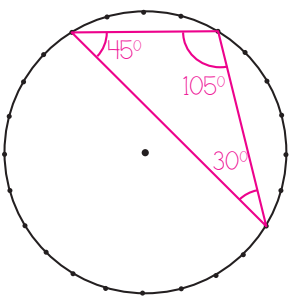


7. Guíate por los puntos y…

a) traza en la circunferencia, sin medir, un triángulo inscrito cuyos ángulos sean de 30°, 45° y 105°.

b) anota la medida que tendría cada uno de los arcos que subtienden los ángulos que trazaste, si el diámetro de la circunferencia fuera de 3 cm.

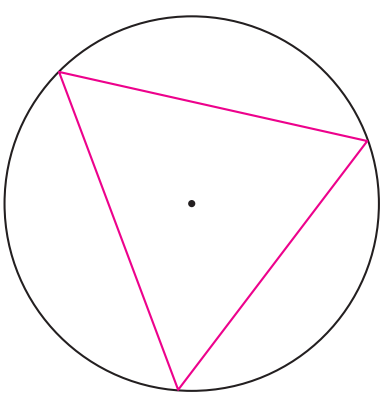
1.5708 cm, 2.3562 cm y 5.4978 cm.



8. En la circunferencia…

a) traza un triángulo cuyos vértices estén sobre la circunferencia.

b) muestra, con la figura que trazaste, que los ángulos interiores de un triángulo siempre suman 180°. Argumenta, en tu cuaderno, por qué.



✸ Compara tus respuestas y procedimientos con los de tus compañeros. En los argumentos que den usen lo que aprendieron de los ángulos inscritos y centrales en las lecciones 72 y 73.

R. T.
Se debe argumentar usando los ángulos inscritos y centrales que se forman.

BLOQUE 5

Secuencia 6 / lección 98

Un juego sobre ángulos

CONTENIDO

Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona

Convivimos

En tus cursos de matemáticas has estudiado la notación y el vocabulario que tiene que ver con las características y las propiedades de las circunferencias. Elabora un resumen de ellas en tu cuaderno. Compara tu resumen con el de un compañero.

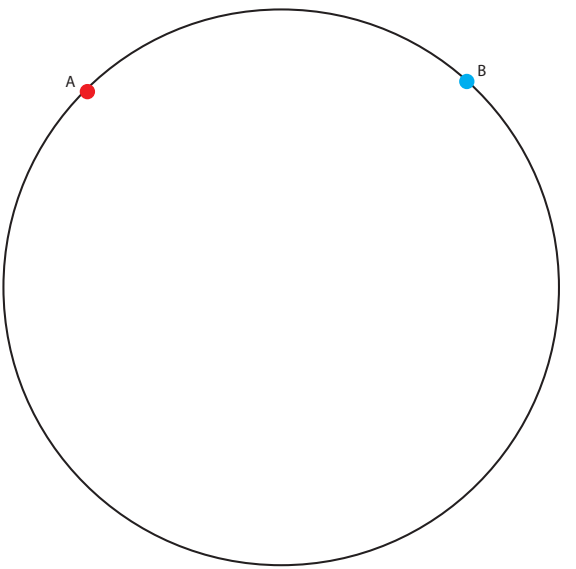
1. Juega con un compañero a formar el mayor ángulo inscrito. R. P.

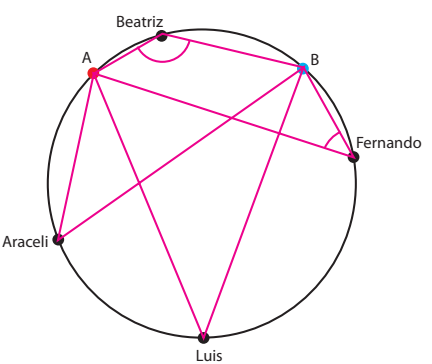
a) Eliges un punto **P** sobre la circunferencia, de manera que formes el ángulo inscrito **APB**.

b) Tu compañero elige un punto **Q** para formar el ángulo inscrito **AQB**.

c) Gana el que forme el ángulo inscrito de mayor medida. Comprueben midiendo con un transportador.

d) Jueguen dos veces en la circunferencia del libro de cada uno.





resolver

2. En la circunferencia se han marcado los puntos elegidos por Araceli, Beatriz, Fernando y Luis.

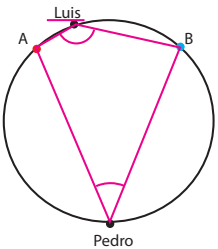
a) ¿Quién ganó? Beatriz.

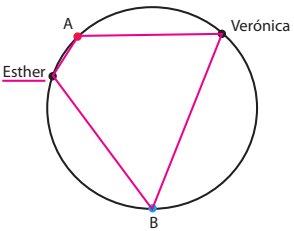
b) ¿Quiénes empataron? Araceli, Luis y Fernando.

c) ¿Cuánto mide el ángulo de Fernando? 42^{0}

d) ¿Y el de Beatriz? 138^{0}

3. Traza el ángulo formado por cada alumno y, sin medir, subraya en cada circunferencia el nombre de quien ganó.





4. Contesta las preguntas. No necesitas medir cada ángulo.

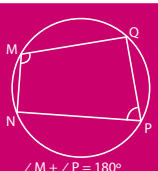
a) ¿Cuánto suman los ángulos de Pedro y Luis? 180°

b) ¿Y los de Verónica y Esther? 180°

c) Explica cómo se pueden conocer las sumas anteriores sin medir los ángulos.
Porque son la mitad de los ángulos centrales correspondientes, que sumados tienen un valor de 360°. Abarcan todo el círculo.

5. Considera cómo convencerías a un compañero de lo siguiente.

En un cuadrilátero inscrito en una circunferencia los ángulos opuestos siempre suman 180°



Escribe tu argumento. R. P.

6. Considera el siguiente trapecio.

a) ¿Es posible trazar una circunferencia que pase por sus cuatro vértices? Sí

b) ¿Cómo lo sabes? R. P.

c) Verifica tu respuesta haciendo los trazos correspondientes en tu cuaderno.

* Compara, con ayuda del profesor, tus resultados de las actividades 4, 5 y 6 con las de tus compañeros. Verifiquen si la información del recuadro anterior les es útil para argumentar algunos de sus resultados.

conect@mos

Practica la medición de ángulos centrales e inscritos en...

www.e-sm.com.mx/SCM2A-245a

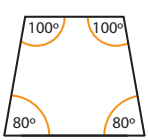
www.e-sm.com.mx/SCM2A-245b

Resuelve los ejercicios propuestos y contesta las preguntas. Si tienes dudas, revisa los conceptos de esta secuencia y de la secuencia 3 del bloque 4.

comunicar

Una pista

Te sugerimos trazar la diagonal $\overline{NQ}$.



BLOQUE 5

Secuencia 6 / lección 99

Diseños con círculos

CONTENIDO

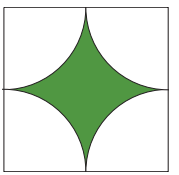
Cálculo de la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos, el área de sectores circulares y de la corona

Ya sabemos...

Para calcular el área de un círculo se multiplica π por el cuadrado del radio.

1. Trabaja con un compañero. Calculen el perímetro y el área de cada figura en color. Consideren que los cuadrados miden 4 cm de lado y tomen 3.14 como valor de π. Pueden usar calculadora.

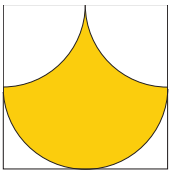
a)



P = 12.56 cm

A = 3.44 cm²

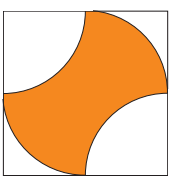
b)



P = 12.56 cm

A = 8 cm²

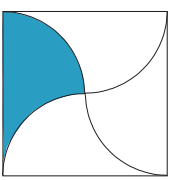
c)



P = 12.56 cm

A = 8 cm²

d)

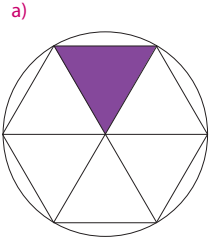


P = 10.28 cm

A = 4 cm²

2. Calcula, en cada caso, el perímetro y el área de la parte coloreada. Considera el triángulo equilátero con 4 cm por lado y 3.46 cm de altura. Trabaja con 3.14 como el valor de π. Puedes usar calculadora.

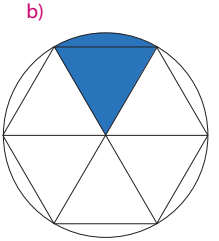
a)



P = 12 cm

A = 6.92 cm²

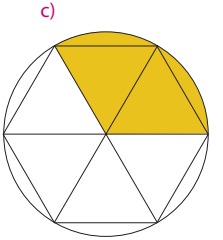
b)



P = 12.18$\overline{6}$ cm

A = 8.37$\overline{3}$ cm²

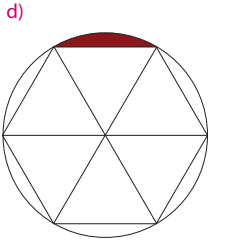
c)



P = 16.37$\overline{3}$ cm

A = 16.74$\overline{6}$ cm²

d)



P = 8.18$\overline{6}$ cm

A = 1.45$\overline{3}$ cm²

3. Resuelve los problemas.

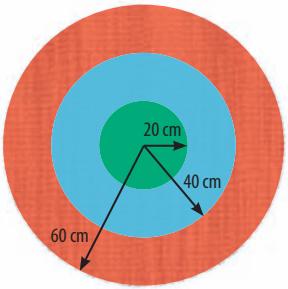
a) Doña Luisa sabe que para tejer un rectángulo de 40 cm por 60 cm debe comprar 100 g de cierto estambre. Ahora quiere hacer un tapete circular como el que se muestra, con la misma puntada y con el mismo tipo de estambre que para el rectangular.

» ¿Aproximadamente qué cantidad de estambre de cada color le conviene comprar?

Verde: 53 g

Azul cielo: 157 g

Marrón: 262 g



b) Considera que el siguiente círculo cromático completo tiene 20 cm de radio y que el radio del círculo menor mide 10 cm.

» ¿Cuál es el área de la parte "Azul-verde"?

78.5398 cm^2

» Describe cómo calculaste el área. comunicar

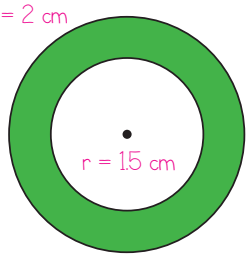
R. T. Calculé el área del círculo cromático completo, le resté la del círculo cromático central y dividí el resultado entre 12.

En contexto

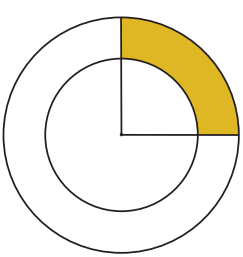
El círculo cromático es útil para la clasificación de colores. Amarillo, rojo y azul son los colores primarios, de cuya combinación se obtienen los demás. Los colores secundarios (verde, violeta y naranja) se obtienen al combinar dos primarios. Localiza en el círculo cromático del ejercicio los colores primarios y secundarios. ¿Cómo supones que se llaman los colores que no son primarios de la corona circular de este círculo cromático?

4. Calcula el área coloreada en cada caso. Toma las medidas que consideres necesarias. Puedes usar calculadora.

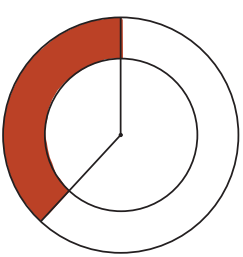
r = 2 cm



5.497787 cm^2



1.374446 cm^2



2.107485 cm^2

✸ Compara tus resultados y procedimiento con los de tus compañeros. Comenten por qué los resultados a estos problemas son sólo aproximaciones.

BLOQUE 5

Secuencia 7 / lección 100

Dos gráficas para un experimento

CONTENIDO

Comparación de las gráficas de dos distribuciones (frecuencial y teórica) al realizar muchas veces un experimento aleatorio

En lecciones anteriores has estudiado representaciones gráficas de un experimento de azar. En esta secuencia verás que un experimento puede tener dos gráficas distintas, una de resultados esperados y otra de resultados obtenidos.

Convivimos

Al terminar esta secuencia es importante que compartan lo que entiende cada uno de ustedes por probabilidad teórica y probabilidad frecuencial, cuáles son sus relaciones y cuáles son sus diferencias.

1. Anota los valores numéricos que puede tomar el resultado del evento que se menciona. El primero ya está resuelto.

   a) Número de águilas observadas cuando se lanzan tres monedas: 0, 1, 2, 3.

   b) Puntos en la cara superior cuando se lanza un dado: 1, 2, 3, 4, 5, 6

   c) Respuestas correctas al contestar, al azar, cinco preguntas de opción múltiple: 0, 1, 2, 3, 4, 5

   d) Número de "mulas" que pueden salir al tomar siete fichas en un juego de dominó: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

2. Comenta la información con tus compañeros.

Los casos anteriores son ejemplos de **variables aleatorias**.
Son variables porque toman distintos valores. En el caso resuelto esos valores son 0, 1, 2 y 3, es decir que, cuando se lanzan tres monedas, se puede tener cualquiera de estos cuatro resultados: cero águilas, un águila, dos águilas o tres águilas. En algunos casos, como el inciso 1 b), estos valores coinciden con el **espacio muestral** del experimento.
Son aleatorias porque cualquier valor anotado depende exclusivamente del azar.

resolver

Ya sabemos...

La frecuencia absoluta es el número de veces que ocurre un suceso. La frecuencia relativa es el cociente de la frecuencia absoluta entre el total de veces que se repite el experimento.

3. Trabaja en equipo. Recurran al inciso 1 b), "Puntos en la cara superior cuando se lanza un dado", para hacer lo siguiente.

   a) Lancen un dado 240 veces y registren los resultados en la tabla de abajo. Dividan la cantidad de veces a lanzar entre los miembros del equipo.

Distribución de frecuencias		
Resultados obtenidos		
Puntos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	R. P.	
2		
3		
4		
5		
6		
Sumas	240	1

b) Llenen la tabla de distribución de probabilidad. Observen que sus valores corresponden a la probabilidad teórica y se distribuyen de manera uniforme.

4. **Contesten en su cuaderno y hagan, con base en las tablas anteriores, lo que se pide.**

validar

a) ¿Por qué el título de la primera tabla dice "Resultados obtenidos" y el de la segunda, "Resultados esperados"?

b) Verifiquen que la suma de las frecuencias absolutas sea 240 y la de las relativas, 1.

c) ¿En qué se distingue la frecuencia absoluta de la relativa?

d) Describan dos diferencias entre la tabla de distribución de frecuencias y la de distribución de probabilidad.

Primera: R. P.

Segunda: _____

5. **Grafiquen los datos de la tabla de distribución de frecuencias y hagan lo que se indica.**

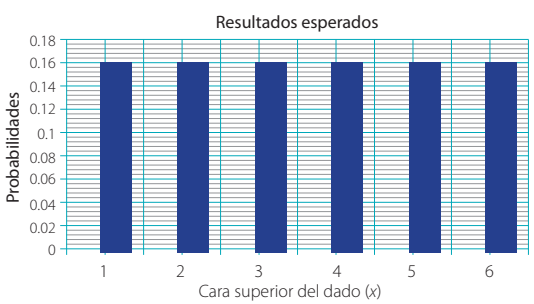
a) Comenten, en grupo y con ayuda del profesor, la siguiente pregunta: ¿en qué son iguales y en qué son diferentes la gráfica de resultados obtenidos y la gráfica de resultados esperados?

b) Lean la siguiente información.

Distribución de probabilidad

Resultados esperados

Puntos	Número de veces esperado	Resultados obtenidos
1	40	$\frac{1}{6}$
2	40	$\frac{1}{6}$
3	40	$\frac{1}{6}$
4	40	$\frac{1}{6}$
5	40	$\frac{1}{6}$
6	40	$\frac{1}{6}$
Sumas	240	1



La gráfica de resultados esperados muestra la probabilidad (teórica) de cada valor de la variable. La gráfica de resultados obtenidos muestra la frecuencia relativa o probabilidad frecuencial de cada valor de la variable.

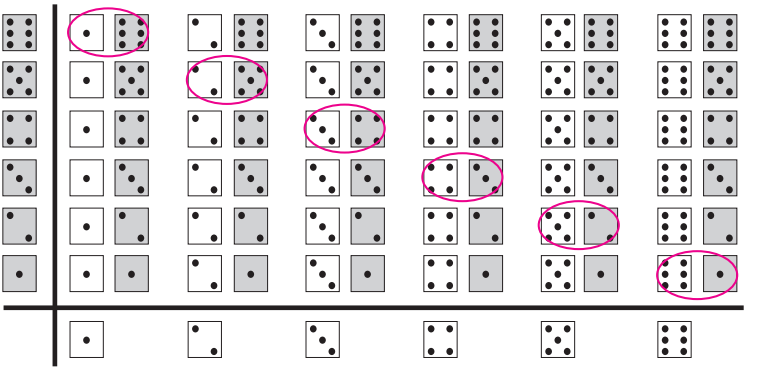
BLOQUE 5

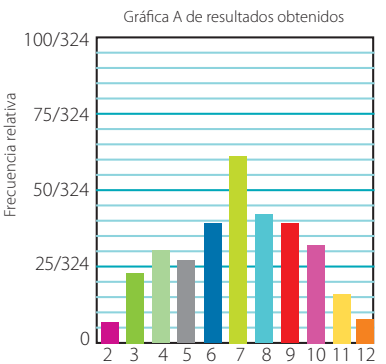
Secuencia 7 / lección 101

Con dos dados

CONTENIDO Comparación de las gráficas de dos distribuciones (frecuencial y teórica) al realizar muchas veces un experimento aleatorio

1. En el dibujo puedes ver todos los resultados posibles de las caras superiores cuando se lanzan dos dados.





a) Verifica que en el experimento de lanzar dos dados haya 36 resultados posibles. Anota en tu cuaderno cuál es la probabilidad de cada uno.

2. **Considera la variable aleatoria "suma de puntos de las caras superiores cuando se lanzan dos dados". Podemos representarla con la letra *x*.**

a) ¿Qué valores puede tomar *x*? 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

b) Explica por qué 0 y 1 no son valores que pueda tomar *x*.

R. T. La suma más pequeña posible es 2 (1 + 1).

c) La mayoría de los valores de la variable aparece más de una vez; por ejemplo, el 3 aparece dos veces: (dado blanco 1, dado negro 2), o bien (dado blanco 2, dado negro 1). ¿Qué valor aparece más veces? 7

Marca en el dibujo las combinaciones que lo produzcan.

3. **Se repitió el experimento de lanzar dos dados 324 veces. Los resultados se muestran en la gráfica A.**

resolver

a) De las 324 veces que se repitió el experimento, ¿cuántas veces salió 5?

27 ¿Y 9? 39 ¿Cuántas salió 7? 61

b) Teóricamente, 5 y 9 tienen igual probabilidad de salir. ¿Por qué esto no se refleja en la gráfica A?

R. P.

c) ¿Cuántas veces, teóricamente, se espera que salga 5? 36 ¿Y 9? 36

d) Termina de construir la gráfica B, que corresponde a los resultados esperados y compárala con la gráfica A. Anota en tu cuaderno tus observaciones.

e) Para el experimento que consiste en lanzar dos dados, completa, con los resultados de la gráfica A, la tabla de distribución de frecuencias; con los de la gráfica B completa la tabla de distribución de probabilidad.

Una pista

El 2 aparece una vez, es $\frac{1}{36}$ del total de resultados posibles.

Distribución de frecuencias		
Resultados obtenidos		
Valores de *x*	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
2	7	$\frac{7}{324} = 0.021$
3	23	$\frac{23}{324} = 0.07098$
4	30	$\frac{30}{324} = 0.09259$
5	27	$\frac{27}{324} = 0.0833$
6	39	$\frac{39}{324} = 0.12037$
7	61	$\frac{61}{324} = 0.18827$
8	42	$\frac{42}{324} = 0.1296$
9	39	$\frac{39}{324} = 0.1203$
10	32	$\frac{32}{324} = 0.09876$
11	16	$\frac{16}{324} = 0.04938$
12	8	$\frac{8}{324} = 0.02469$
Sumas	324	1

Distribución de probabilidad		
Resultados esperados		
Valores de *x*	Frecuencia absoluta	Probabilidad teórica
2	9	$\frac{1}{36}$
3	18	$\frac{2}{36} = 0.055$
4	27	$\frac{3}{36} = 0.083$
5	36	$\frac{4}{36} = 0.111$
6	45	$\frac{5}{36} = 0.138$
7	54	$\frac{6}{36} = 0.166$
8	45	$\frac{5}{36} = 0.138$
9	36	$\frac{4}{36}$
10	27	$\frac{3}{36} = 0.083$
11	18	$\frac{2}{36} = 0.055$
12	9	$\frac{1}{36} = 0.0277$
Sumas	324	1

✸ Compara, con ayuda del profesor, los resultados con los de tus compañeros. Si hay diferencias, averigüen quién tiene razón. Analicen las observaciones que anotaron en el inciso d) y obtengan una conclusión. Anótenla en su cuaderno.

4. Hagan, en grupo y con ayuda del profesor, lo siguiente con un juego de dominó.

- Introduzcan las 28 fichas en una bolsa o una caja.
- Sin ver, saquen una, registren el total de puntos que tiene y regrésenla a la bolsa.
- Repitan el experimento 196 veces.

a) Completen la tabla con los resultados.

Valores de *x*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Frecuencias	R. P.												

b) En equipos hagan, en una cartulina, una tabla de distribución de frecuencias, una de distribución de probabilidad, una gráfica de resultados obtenidos y una de resultados esperados. Con el apoyo de sus compañeros y de su profesor, analicen sus trabajos y corrijan lo que sea necesario.

conect@mos

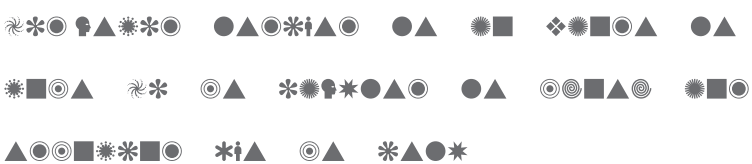
Compara las probabilidades frecuencial y teórica de un experimento en…

www.e-sm.com.mx/SCM2A-251

Haz las actividades y contesta las preguntas que se proponen. Si tienes dudas, revisa los conceptos de esta secuencia.

La criptografía

Óscar enviará un mensaje a uno de sus amigos pero, como no quiere que nadie más sepa lo que dice, acordó con él una clave secreta: cambiar cada letra por otro símbolo. El mensaje es el siguiente.



La criptografía (del griego *kryptos*, "oculto", y *grafo*, "escritura") es la ciencia de crear y descifrar mensajes secretos. Consiste en transformar cualquier mensaje en uno que sólo puedan leer quienes conozcan la clave base. El criptoanálisis es la parte de la criptografía que se ocupa de descifrar mensajes aunque no se tenga la clave.

Letra	Frecuencia (%)	Letra	Frecuencia (%)	Letra	Frecuencia (%)
A	11.96	I	4.15	R	4.94
B	0.92	J	0.30	S	7.88
C	2.92	L	8.37	T	3.31
D	6.87	M	2.12	U	4.80
E	16.78	N	7.01	V	0.39
F	0.52	O	8.69	X	0.06
G	0.73	P	2.76	Y	1.54
H	0.89	Q	1.53	Z	0.15
Ñ, K y W tienen frecuencias menores que 0.01%.					

Muchos de los primeros sistemas criptográficos se basaban en cambiar cada letra por uno o varios símbolos, hasta que se descubrió que esto podía descifrarse mediante el análisis de frecuencias. Este estudia la frecuencia con la que aparecen las letras en el lenguaje original y aquella con la que lo hacen los símbolos en el mensaje que se pretende descifrar.

La frecuencia de las letras en el español es, aproximadamente, la que se muestra a la izquierda (según un estudio sobre textos del diario *El País*, de España, con los ejemplares de una semana como muestra).

Ordena las letras de mayor a menor frecuencia. E, A, O, L, S, N, D, R, U, I, T, C, P, M, Y, Q, B, H, G, F, V, J, Z, X.

¿Cuáles son las siete más frecuentes? E, A, O, L, S, N, D.

¿Cuáles son sus porcentajes? 16.78%, 11.96%, 8.69%, 8.37%, 7.88%, 7.01% y 6.87%

Como las letras no aparecen con la misma frecuencia en todos los textos, si ordenamos las frecuencias de un mensaje, no coincidirán exactamente con las del español, pero obtendremos datos para comenzar a descifrar. También ayuda observar qué símbolos están junto a otros y buscar palabras cortas que aparezcan con frecuencia en el español.

Utiliza el análisis de frecuencias para descifrar el mensaje de Óscar.

Nos vemos después de la clase de mate no te olvides de traer las estampas que te pedí.

Comenta, en grupo, por qué el análisis de frecuencias es más efectivo con mensajes largos.

Actualmente, la criptografía se hace con computadoras: un mensaje se codifica como número y se hacen operaciones matemáticas para encriptarlo de manera que solo quien conozca la clave pueda leerlo.

En dos textos literarios famosos se utiliza el análisis de frecuencias para resolver un misterio: la aventura de Sherlock Holmes en "Los bailarines", de Arthur Conan Doyle; y "El escarabajo de oro", de Edgar Allan Poe.

Sherlock Holmes es un personaje muy famoso de varias novelas y relatos de Arthur Conan Doyle.

Edgar Allan Poe es reconocido como uno de los grandes maestros del relato corto.

Verifica que al descifrar el mensaje de Óscar encontrarás lo siguiente.

Nos vemos después de la clase de mate, no te olvides de traer las estampas que te pedí.

Selecciona la opción correcta. Al finalizar la evaluación, compara y valida, en grupo y con ayuda del profesor, tus respuestas.

1. Un camión de carga transporta dos tipos de cajas.

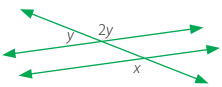
	Caja de madera	Caja de metal
Peso	2 kg	6 kg
Volumen	3 dm^3	1 dm^3

Si el camión transporta un volumen de 5 000 dm^3 con un peso de 6 000 kg, ¿cuántas cajas de cada tipo lleva?

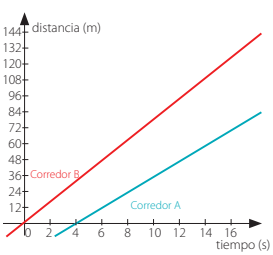
a) 500 de metal y 600 de madera
b) 600 de metal y 500 de madera
c) 500 de metal y 1 500 de madera
d) 1 500 de metal y 500 de madera

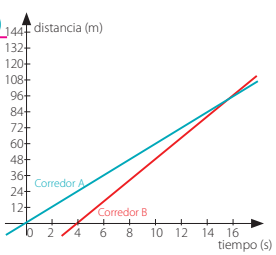
2. ¿Qué sistema de ecuaciones permite encontrar el valor de cada ángulo?

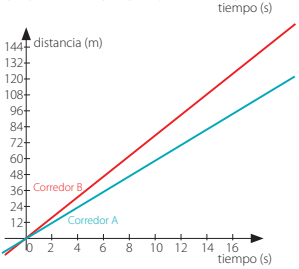
a) $x + y = 180$, $3y = 180$
b) $x + y = 180$, $x = y$
c) $x + y = 180$, $y = 2x$
d) $x + y = 180$, $3x = 180$

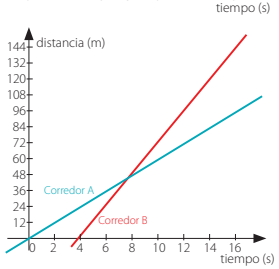


3. El corredor A parte a una velocidad de 6 m/s; cuatro segundos después sale el corredor B a una velocidad de 8 m/s. ¿Qué gráfica representa esta situación?

a)


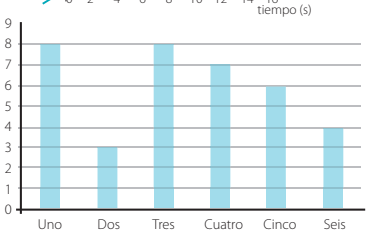
b)


c)


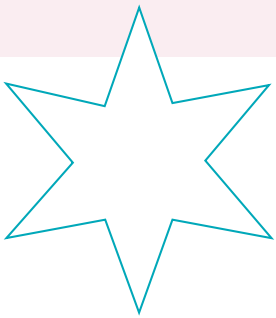
d)


4. La gráfica muestra la distribución frecuencial de 36 lanzamientos de un dado. ¿Qué resultados salieron más veces de lo esperado?

a) 1, 3 y 4
b) 1 y 3
c) 1, 3, 4 y 5
d) Todos menos el 2



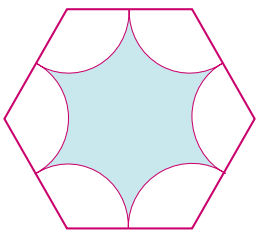
5. ¿Cuántos ejes de simetría tiene la siguiente estrella?



a) 3 b) 6

c) 9 d) 12

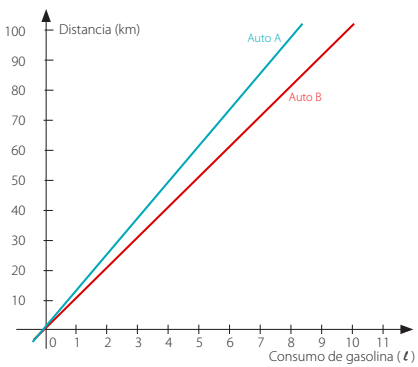
6. El piso de un kiosco está formado por un hexágono regular de 10 m por lado y seis regiones circulares iguales. ¿Cuál es el área de cada sector circular?



a) $\frac{100\pi}{6}$ b) $\frac{100\pi}{3}$

c) $\frac{25\pi}{6}$ d) $\frac{25\pi}{3}$

7. La gráfica muestra el consumo de gasolina de dos autos durante un trayecto de 100 km. ¿Qué auto consume menos gasolina y cuál es su rendimiento, en kilómetros, por litro?



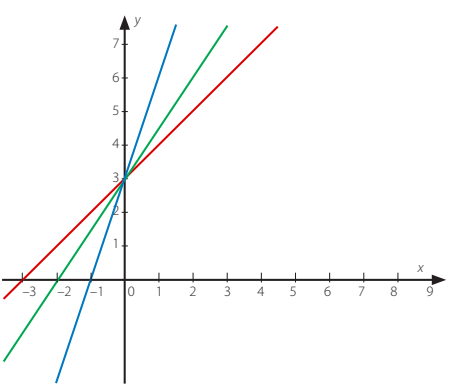
a) Auto A rinde 13 km/ℓ.

b) Auto A rinde 11 km/ℓ.

c) Auto B rinde 12 km/ℓ.

d) Auto B rinde 8 km/ℓ.

8. De acuerdo con la ecuación $y = mx + b$, ¿cuál es la pendiente (m) de cada recta?



a) La recta roja tiene pendiente −3; la verde, −2; y la azul, −1.

b) La recta roja tiene pendiente 1; la verde, 1.5; y la azul, 3.

c) La recta roja tiene pendiente −1; la verde, −1.5; y la azul, −3.

d) Las tres rectas tienen pendiente 3.

Vamos a la carrera

La medida estándar de una pista de atletismo es 400 m por la cuerda (el carril interno). Suele haber ocho carriles con 1.2 m de anchura. Cada uno tiene dos tramos rectos, comprendidos entre dos rectas paralelas, y dos curvos, formados por arcos de circunferencias concéntricas.

Pregunta 1. ¿Qué distancia recorre en cada curva el corredor del carril interno (primer carril de adentro hacia fuera), si cada tramo recto mide 84.4 m?

a) 115.6 m b) 131.2 m c) 168.8 m d) 231.2 m

Pregunta 2. ¿Cuál es el ancho de una pista de atletismo?

Pregunta 3. Si en el rectángulo interior de una pista se hace un campo de futbol, ¿cuáles son las dimensiones máximas que puede tener?

Pregunta 4. Explica cómo calcularías el área del carril interno.

Pregunta 5. En la carrera de 400 m, los atletas no parten del mismo lugar como en la de 100 m. ¿Por qué?

Pregunta 6. Las pistas cubiertas suelen ser más pequeñas (200 m de cuerda). Diseña, con dos compañeros, una pista de atletismo con seis carriles de 1 m de ancho y 200 m de cuerda. Hagan el plano a escala 1:200.

Juego de dados

Juega con un compañero. Cada jugador tiene diez fichas, que coloca en sus casillas como prefiera. Puede poner más de una por casilla y dejar casillas vacías. Por turnos, cada jugador tira dos dados y suma el resultado de las caras: si hay fichas en la casilla correspondiente, quita una y pasa el turno al otro jugador. Gana el primero en quedarse sin fichas.

Pregunta 1. ¿Algún jugador tiene ventaja? Justifica tu respuesta.

Pregunta 2. ¿Es práctico poner una ficha en la casilla 1? ¿Por qué?

Pregunta 3. Explica por qué es más útil colocar fichas en la casilla 5 que en la 10.

Pregunta 4. ¿Cuántas resultados distintos hay para la suma de ambas caras?

a) 6 resultados b) 11 resultados c) 12 resultados d) 36 resultados

Pregunta 5. Hay combinaciones de los dados que no permiten quitar ninguna ficha, ¿cuáles son?

Pregunta 6. Explica cuáles son la mejor y la peor estrategia posibles.

Jugador A

Puntos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Jugador B

Puntos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

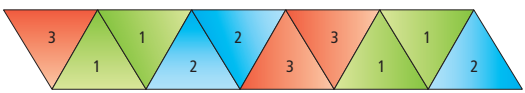
Flexágonos

Los flexágonos son objetos de papel que, en lugar de tener dos caras, tienen tres o más. El flexágono más simple es el trihexaflexágono, que tiene tres caras y seis lados.

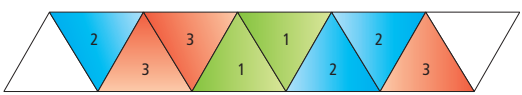
Para hacer un trihexaflexágono…

1. Recorta una tira de papel con diez triángulos equiláteros. El lado de cada triángulo debe medir al menos 4 cm.

2. Colorea los triángulos. Sigue la numeración que se muestra, de manera que cada número tenga un color distinto.



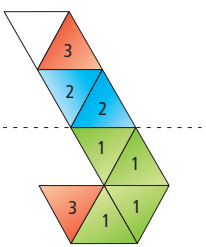
3. Colorea la parte posterior de la tira siguiendo la numeración. El triángulo blanco de la izquierda corresponde al triángulo de color 3 del frente.

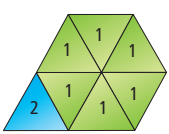


4. Dobla la tira sobre cada línea varias veces para darle flexibilidad.

5. Dobla la tira hacia atrás como se muestra. Dobla otra vez hacia atrás y coloca el penúltimo triángulo sobre el primero, de modo que, en el frente, todos los triángulos sean del mismo color.

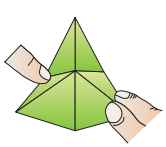
6. Dobla el triángulo sobrante y pega los blancos uno sobre otro.



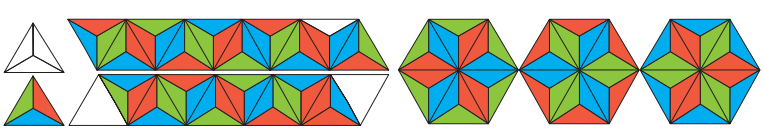


Flexionando el flexágono

Puede ser difícil abrir el flexágono la primera vez; hazlo con cuidado. Debe abrirse como una flor para que aparezca la cara con el color 3. Al flexionar irán apareciendo las tres caras.



Inventa tus propios diseños.



Glosario

Ángulo central: con respecto a un círculo cualquiera, un ángulo central es todo ángulo cuyo vértice se encuentra en el centro del círculo.

Ángulo central de un polígono regular: ángulo cuyo vértice es el centro del círculo que circunscribe al polígono, y cuyos lados van hacia dos vértices consecutivos del mismo.

Ángulos complementarios: dos ángulos cuyas medidas suman 90°.

Ángulo externo de un polígono: ángulo que se forma por uno de los lados de un polígono y la prolongación de otro. Se ubica fuera del polígono.

Ángulo inscrito en una circunferencia: ángulo cuyo vértice se encuentra sobre la circunferencia; sus lados son cuerdas.

Ángulo interno de un polígono: ángulo que forman dos lados consecutivos de un polígono y se encuentra dentro de él.

Ángulo llano o colineal: ángulo que mide 180°.

Ángulos suplementarios: dos ángulos cuyas medidas suman 180°.

Área: medida de la superficie de una figura.

Binomio: expresión algebraica con dos términos.

Binomios conjugados: dos binomios con un término idéntico y otro que difiere en el signo.

Cuerda: segmento que une dos puntos cualesquiera de una circunferencia.

Corona circular: parte comprendida entre dos circunferencias con el mismo centro.

Divisor de un número: todo número entero que lo divide con residuo igual a cero.

Ecuación: igualdad entre dos expresiones algebraicas llamadas miembros, en las que aparecen valores conocidos y desconocidos, relacionados mediante operaciones matemáticas.

Espacio muestral: conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

Evento: cada elemento del espacio muestral.

Factor: cada uno de los números que se multiplican.

Frecuencia absoluta: número de veces que se repite un dato.

Frecuencia relativa: resultado de dividir la frecuencia absoluta de un dato entre el número total de datos.

Gráfica circular: gráfica en la que los datos se representan mediante sectores circulares. El tamaño de cada sector es proporcional al dato correspondiente.

Gráfica de barras: gráfica formada por un conjunto de barras trazadas sobre un sistema de dos ejes, uno horizontal y otro vertical. La altura de cada barra es proporcional al dato que representa.

Incentro: punto donde se cortan las bisectrices de un triángulo. Es el centro de la circunferencia inscrita.

Incógnita: en matemáticas, es un número desconocido, en general dentro de una ecuación. El valor de la incógnita con el que se cumple la igualdad se denomina solución de la ecuación.

Media aritmética: medida de tendencia central que se obtiene sumando todos los datos y dividiendo el resultado entre el número de ellos.

Media aritmética ponderada: media aritmética que considera distinta importancia para alguno(s) de los datos.

Mediana: medida de tendencia central que ocupa el lugar de en medio de un conjunto de datos ordenados.

Mediana de un triángulo: segmento que va de un vértice de un triángulo al punto medio del lado opuesto a ese vértice.

Moda: en un conjunto de datos, aquel que se repite más veces.

Monomio: expresión algebraica con un solo término.

Múltiplo de un número: aquel que se obtiene multiplicándolo por algún número entero.

Números simétricos: dos números que se encuentran a la misma distancia del cero en la recta numérica, pero tienen distinto signo.

Paralelas: rectas que no se cortan, siempre conservan la misma distancia entre sí.

Paralelogramo: cuadrilátero con lados opuestos paralelos.

Perímetro: medida del contorno de una figura.

Polígono regular: polígono cuyos lados y ángulos internos miden lo mismo.

Polinomio: expresión algebraica con dos o más términos.

Porcentaje: razón del tipo "a de cada 100". Se puede expresar con una fracción (a/100) o con el signo del porcentaje: a%.

Glosario

Potenciación: operación que representa una multiplicación en la que todos los factores son iguales; por ejemplo, $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$. El factor que se repite se denomina *base* y el número de veces que aparece se denomina *exponente*. En el ejemplo anterior la base es 2 y el exponente es 4.

Propiedad de conmutatividad en la multiplicación: el producto de dos números no depende del orden en que se multipliquen; es decir, para cualesquiera dos números a y b siempre sucede que $a \times b = b \times a$.

Propiedad de conmutatividad en la suma: el resultado de sumar dos números no depende del orden en que se sumen; es decir, para cualesquiera dos números a y b siempre sucede que $a + b = b + a$.

Proporción: igualdad entre dos razones. En el lenguaje común, proporción también se usa como sinónimo de razón.

Proporcionalidad: propiedad de una relación entre magnitudes, o entre dos conjuntos de números. Puede definirse de varias maneras, una de ellas es: una relación es de proporcionalidad cuando el cociente entre elementos que se corresponden es constante. Dicho cociente es la constante de proporcionalidad.

Sector circular: parte del círculo delimitado por dos radios.

Sucesión aritmética: sucesión de números en la que la diferencia entre dos términos consecutivos siempre es constante. Cada término (excepto el primero) se puede obtener sumando esa constante al término anterior.

Sucesión geométrica: sucesión de números en la que el cociente entre dos términos consecutivos siempre es constante. Cada término (excepto el primero) se puede obtener multiplicando al término anterior por esa constante.

Términos semejantes: términos algebraicos que tienen las mismas literales con los mismos exponentes.

Trapecio: cuadrilátero con un par de lados paralelos.

Trinomio: expresión algebraica con tres términos.

Para el alumno

» **Bosh, C. y Gómez, C. (2003).** *Una ventana a las formas*. Biblioteca Juvenil Ilustrada. México: Santillana.

» **Enzensberger, H. M. (1997).** *El diablo de los números.* Madrid: Siruela.

» **Perero, M. (1994).** *Historia e historias de matemáticas.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.

» **Tahan, M. (1994).** *El hombre que calculaba.* México: Noriega Editores.

» **VanCleave, J. (1997).** *Matemáticas para niños y jóvenes.* México: Limusa.

Material videográfico

» *Donald en el país de las matemáticas.* Clásicos de Disney. México: Grupo Video Visa.

» ILCE Studio. *El mundo de las matemáticas* (5 vols.). México: Video SEP.

Enlaces web recomendados (fecha de consulta: octubre de 2012)

Guía Interactiva para Secundaria. Apoyo al estudio de Español y Matemáticas
basica.sep.gob.mx/dgdgie/cva/gis/index.html

Descartes. Materiales didácticos interactivos para el aprendizaje de las matemáticas
recursostic.educacion.es/descartes/web/

Cuéntame. Página del Instituto Nacional de Estadística y Geografía
cuentame.inegi.org.mx/

Para practicar operaciones y cálculos
www.aplicaciones.info/calculo/calculo.htm

Ejercicios prácticos. Evaluaciones en línea
aulavirtual.inaeba.edu.mx/ejercicios_practicos/paginas/ejercicios_sec_mate.html

Matechavos. Proyecto para la enseñanza de las matemáticas asistida por computadora
arquimedes.matem.unam.mx/PUEMAC/PUEMAC_2008/matechavos/html/index.html

Matemáticas divertidas. Juegos interactivos
www.matematicasdivertidas.com/Zonaflash/zonaflash.html

Matemáticas sin números. Página de la Red Escolar del ILCE para aprender matemáticas
redescolar.ilce.edu.mx/temp/mate/mate.htm

Materiales educativos para Telesecundaria. Libros digitales, videos e interactivos
telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/mat_edu/mat_edu_01.php

Unidades didácticas interactivas para Telesecundaria. Matemáticas 1
arquimedes.matem.unam.mx/Vinculos/Secundaria/1_primero/1_Matematicas/index.html

Recursos interactivos sobre medida, fracciones y decimales
www.juntadeandalucia.es/averroes/averroes/html/adjuntos/2007/12/05/0005/indice.htm

Actividades interactivas para repasar, practicar y consolidar los conocimientos
www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/andared02/refuerzo_matematicas/indicemate.htm

Para el profesor

- **Alarcón, J. y Barrón, H. (2001).** *La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Guía de estudio y lecturas*. México: SEP.
- **Alarcón, J.; Bonilla, E.; Nava, R.; Rojano, T. y Quintero, R. (2001).** *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación Secundaria.* México: SEP.
- **Ávila, A. y García Peña, S. (2008).** *Los decimales: más que una escritura. Materiales para apoyar la práctica educativa.* México: INEE.
- **Block, D.; Mendoza, T. y Ramírez, M. (2010).** *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. Somos Maestros. México: Ediciones SM.
- **Chevallard, Y.; Bosch, M. y Gascón, J. (2000).** *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* México: SEP.
- **Espinosa, H.; García, S. y García, M. (2000).** *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Secundaria*. México: SEP.
- **Fuenlabrada, I.; Block, D.; Balbuena, H. y Carvajal, A. (1992).** *Juega y aprende matemáticas*. México: SEP.
- **Fonseca Cárdenas, M. T.; Garmendia Guerrero, D.; Licea García, M. R. y Mancera Martínez, E. (2008).** *PISA en el aula: Matemáticas. Materiales para apoyar la práctica educativa.* México: INEE.
- **García Peña, S. y López Escudero, O. L. (2008).** *La enseñanza de la geometría. Materiales para apoyar la práctica educativa*. México: INEE.
- **Gutiérrez Rodríguez, A.; Batanero Bernabeu, C.; Sánchez Sánchez, E. *et al.*** *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares. Casos y perspectivas.* México: SEP.
- **Ifrah, G. (2000).** *Historia universal de las cifras* (2 vols). México: SEP.
- **Itzcovich, H. (2005).** *Iniciación al estudio didáctico de la geometría*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

- **Mochón, S.; Rojano, T.; y Ursini, S. (2000).** *Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo. Enseñanza de las matemáticas con tecnología.* México: SEP.
- **Sadovsky , P. (2005).** *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- **Sessa, C. (2005).** *Iniciación al estudio didáctico del álgebra. Orígenes y perspectivas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- **Ursini, S.; Escareño, F.; Montes, D. y Trigueros, M. (2005).** *Enseñanza del álgebra elemental. Una propuesta alternativa.* México: Trillas.

Bibliografía consultada

- **Block, D. (2001).** *La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria. Un estudio didáctico* (tesis). Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados.
- **Block, D. (1987).** *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria* (tesis). Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados.
- **Vergnaud G.; Rouchier, A.; Desmoulieres, S.; Landre, C.; Marthe, P.; Ricco, G.; Samurcay, R.; Rogalsky, J.; Viala, A.(1983).** Une experiencia didactique sur le concept de volumen en classe de cinquieme en *Recherches en Didactique des Mathématiques* (4(1), 71-120).
- **Centeno Pérez, J. (1997).** *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid: Síntesis.
- **Fernández, M. *et al.* (1996).** *Circulando por el círculo*. Madrid: Síntesis.
- **Godino, J. y Batanero, M. (1996).** *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis.

Enlaces web recomendados (fecha de consulta: octubre de 2012)

Página de la Reforma Integral de la Educación Básica
http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/

Página de la Reforma de la Educación Secundaria. Matemáticas
basica.sep.gob.mx/reformasecundaria/matematicas/index.htm

Habilidades Digitales para Todos. Plataforma educativa con materiales digitales
www.hdt.gob.mx/hdt/

Guía Interactiva para Secundaria. Apoyo al estudio de Español y Matemáticas
basica.sep.gob.mx/dgdgie/cva/gis/index.html

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales. Colección de aplicaciones interactivas para apoyar el aprendizaje de las matemáticas
nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html

Bibliografía

Descartes. Materiales didácticos interactivos para el aprendizaje de las matemáticas
recursostic.educacion.es/descartes/web/indice_ud.php
recursostic.educacion.es/descartes/web/indice_miscelanea.php

DivulgaMAT. Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas de la Real Sociedad Matemática Española
www.divulgamat.net/

Educar Chile. Objetos Digitales de Aprendizaje. Cuenta con el apoyo del Ministerio de Educación de Chile
www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119

Consejo Nacional de Educación para la Vida y el Trabajo. Ejercicios interactivos de matemáticas
www.conevyt.org.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=494&Itemid=968

Matechavos. Proyecto para la enseñanza de las matemáticas asistida por computadora
arquimedes.matem.unam.mx/PUEMAC/PUEMAC_2008/matechavos/html/index.html

Eduteka. Portal educativo con contenidos para docentes y directivos para enriquecer los ambientes escolares con el uso de las TIC
www.eduteka.org

Eduteka. Simulaciones de matemáticas y física
www.eduteka.org/instalables.php3

Proyecto Cifras. Internet en el Aula. Ministerio de Educación de España
recursostic.educacion.es/primaria/cifras/web/

Proyecto Gauss. Internet en el Aula. Ministerio de Educación de España
recursostic.educacion.es/gauss/web/indice.htm

Proyecto Universitario de Enseñanza de las Matemáticas Asistida por Computadora. Instituto de Matemáticas de la UNAM
puemac.matem.unam.mx

Junta de Andalucía. Consejería de Educación. Banco de Recursos
www.juntadeandalucia.es/averroes/averroes/impe/web/portadaRecursosEducativos?pag=/contenidos/B/BancoDeRecursos/

Red Escolar ILCE
red.ilce.edu.mx/

Telesecundaria
telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/

conect@
sociedad del conocimiento

Los libros de texto de **Conect@ Estrategias** están disponibles en papel y en soporte digital. Acompañan el desarrollo de las **competencias matemáticas** de los alumnos, desde preescolar hasta secundaria, y siguen las disposiciones curriculares del campo de formación **Pensamiento matemático**.

La **Guía didáctica Matemáticas 2** de la serie **Conect@ Estrategias** le proporciona orientaciones didácticas para el tratamiento del contenido del libro del alumno, además del solucionario. Adicionalmente, en reconocimiento a la importancia de brindar a los docentes una variedad de **recursos didácticos** para aplicar el enfoque de enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria, en el portal **www.conectadigital-sm.com.mx** podrá registrarse para que le asignemos un código con el que accederá al **contenido digital** asociado al **libro del alumno**. En este portal también encontrará **recursos de evaluación** (reactivos tipo ENLACE), **avance programático** editable y herramientas para el **seguimiento del aprendizaje** de sus alumnos.

7056006019127

Educar lo es todo. Al adquirir cualquiera de nuestras obras colaborarás en el crecimiento educativo y cultural de muchas personas con menos oportunidades para desarrollarse.

SM pertenece a la **Fundación SM** quien, a través de sus diversos programas educativos y sociales, asume la responsabilidad de retornar a la sociedad una parte de los beneficios que genera el trabajo editorial, contribuyendo así a extender la cultura y la educación a los grupos más desfavorecidos.

La educación es un derecho de todos.

¡Gracias por contribuir con **SM** a llevarla a todas partes!

www.fundacion-sm.org.mx

¡Gracias por permitirnos ser su compañero en la aventura de educar a los jóvenes de la Sociedad del Conocimiento!

www.conectadigital-sm.com.mx

conect@digital

www.ediciones-sm.com.mx